ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОГРЕССИЙ С ПОМОЩЬЮ МАТРИЦ И ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

С.Г. Куков[1], К.В. Часов[2]

1) студент Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, stas.kukov@bk.ru.
2) к.п.н., доцент кафедры общенаучных дисциплин Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, chasov_kv@mail.ru.

Аннотация: в статье рассматривается вопрос подготовки интерактивного обучающего документа в ИОС кафедры по исследованию свойств геометрических прогрессий, выведены закономерности при расчёте определителей любого порядка, начиная с 3-го, состоящих из последовательных членов геометрических прогрессий.
Ключевые слова: геометрическая прогрессия, матрица, определитель, математическая среда MathCAD, интерактивный обучающий документ, активное и интерактивное обучение.

THE STUDY OF GEOMETRIC PROGRESSIONS USING MATRICES AND DETERMINANTS

S.G. Kukov[1], K.V. Chasov[2]

1) the student Armavir mechanics-technological Institute (branch) Kuban state technological University, city of Armavir, Russia, stas.kukov@bk.ru.
2) Ph. D., associate Professor, Armavir mechanics-technological Institute (branch) Kuban state technological University, city of Armavir, Russia, chasov_kv@mail.ru.

Abstract: the article discusses the issue of training interactive training document in the IOS Department for the study of properties of geometric progressions, laws derived in the calculation of determinants of any order, starting with the 3rd, consisting of consecutive members of geometric progressions.
Keywords: geometric progression, matrix, determinant, mathematical environment MathCAD, interactive learning document, active and interactive learning.

Во время изучения матриц, определителей и решения систем линейных уравнений был получен довольно неожиданный результат, что *прогрессирующие последовательности, в частности, арифметические и геометрические прогрессии, члены которых последовательно записаны в квадратные матрицы различных порядков, обладают свойством – определители указанных матриц равны 0.*

Нами был проведён поиск по литературным источникам, среди которых «Введение в теорию матриц» Р.Беллман [1], «Курс высшей алгебры» А.Г.Курош [2]. Указанный выше результат ни в одном из источников не представлен. По этой причине изучение вопроса о прогрессирующих последовательностях и квадратных матрицах (и их определителях), составленных из последовательных членов последовательностей, является *актуальным* [3, 4].

Целями и задачами исследования является выявление свойств прогрессирующих последовательностей, например последовательностей, составленных из членов геометрических прогрессий.

Данное исследование проводилось с помощью математического пакета MathCad. Применены следующие методы исследования: анализ научно-методической литературы по теме, индукция и дедукция, анализ и синтез, сравнение, обобщение, эксперимент, в частности компьютерный.

Во время проведения исследования была составлена программа (рисунок 1) для формирования квадратных матриц, в которые последовательно заносятся члены геометрической прогрессии.

$$
f2(x1,d,n) := \left|
\begin{array}{l}
n \leftarrow n \\
x_1 \leftarrow x1 \\
\text{for } i \in 1..n-1 \\
\quad x_{i+1} \leftarrow x_i \cdot d \\
i \leftarrow 1 \\
\text{for } k \in 1..\mathrm{trunc}(\sqrt{n}) \\
\quad \text{for } j \in 1..\mathrm{trunc}(\sqrt{n}) \\
\qquad \left| \begin{array}{l} r_{k,j} \leftarrow x_i \\ i \leftarrow i+1 \end{array} \right. \\
r
\end{array}
\right.
$$

Рисунок 1 – Функция пользователя по заполнению матрицы элементами геометрической прогрессии

Вычисляя, определители от сформированных матриц, получаем значение 0.

Для проверки работы программы заданы другие начальные параметры с количеством элементов в линейном массиве – 16. в результате получается матрица 4-го порядка. (Рисунок 2).

$$d := f2(3,3,16)$$

$$d \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 9 & 27 & 81 \\ 243 & 729 & 2187 & 6561 \\ 19683 & 59049 & 177147 & 531441 \\ 1594323 & 4782969 & 14348907 & 43046721 \end{pmatrix}$$

$$|d| = 0$$

Рисунок 2 – Результат работы программы для членов геометрической прогрессии (строится матрица 4-го порядка)

Очевидно, что если элементы какой-либо строки (столбца) получаемой матрицы изменить на *произвольные числа*, то определитель всё равно не изменит своего значения [5], т.е. будет равен 0 – т.к. другие две строки (столбца) остаются пропорциональными (свойства определителей).

Тем самым, при расчёте определителей любого порядка, *начиная с 3-го*, наблюдаются закономерности:

I. *при заполнении элементов квадратной матрицы последовательными членами геометрической прогрессии, начиная с любого номера и любым знаменателем, получаем определитель равный нулю;*

II. *при заполнении элементов квадратной матрицы последовательными членами геометрической прогрессии, начиная с любого номера и любым знаменателем, но с измененной какой-либо строкой (столбцом) на произвольные числа, получаем определитель равный нулю.*

Научная новизна работы заключается в том, что в ней сформулированы и подробно обоснованы новые свойства отрезков прогрессирующих последовательностей (геометрических прогрессий) длиной равной квадрату натурального числа (начиная с 3: $3^2 = 9$): равенство нулю определителя, элементы которого составлены из указанных членов прогрессирующих последовательностей (геометрических прогрессий) [3, 4, 5].

Достоверность полученных результатов обеспечивается

- известными свойствами числовых последовательностей, квадратных матриц, их определителей, приведённых в научной и методической литературе;

- анализом большого количества экспериментальных данных (компьютерный эксперимент) и обобщением полученных данных с формулировкой выводов.

Составление подобных интерактивных обучающих документов и размещение их в ИОС [6] позволяет включить обучающихся в активную и интерактивную работу с учебным материалом.

Список использованных источников:

1. Беллман Р. Введение в теорию матриц. Изд-во: Мир. – 1990. – с. 368.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. Учебник для университетов. – Изд-во Наука. Глав.ред. физ.-мат. литературы. Москва. – 1968. – с. 431
3. Смольняков И.М., Часов К.В. Некоторые свойства прогрессирующих последовательностей // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 7 ч.1. – С. 106-107.
4. Смольняков И.М., Часов К.В. Исследование различных последовательностей // Материалы VI Международной студенческой электронной научной конференции «Студенческий научный форум» URL: www.scienceforum.ru/2014/729/6698.
5. Стаценко И.Е., Часов К.В. Свойство вырожденности квадратных матриц, составленных из элементов различных последовательностей // Электронный научный журнал Международный студенческий научный вестник, 2016. – № 5 (часть 3) – С. 360-361 URL: https://eduherald.ru/ru/article/view?id=15946
6. Горовенко Л.А. Экспертная оценка электронного программно-методического комплекса // Научные труды Кубанского государственного технологического университета. – 2014. – № 54. – С.355-361.