ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ К СОВЕРШЕННОЙ СКВАЖИНЕ В ОГРАНИЧЕННОМ ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОМ ПЛАСТЕ С ПОСТОЯННЫМ ДАВЛЕНИЕМ НА КОНТУРЕ ПИТАНИЯ

***А.П. Аладьев*[1)], *А.И. Шарнов*[2)]**

1) студент Армавирского механико-технологического института (филиал) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, aladyev.anton@gmail.com
2) к.т.н., доцент Армавирского механико-технологического института (филиал) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, a.i.sharnov@mail.ru

Аннотация: рассматривается плоско-радиальная фильтрация однородной жидкости к совершенной скважине в круговом ограниченном трещиновато-пористом пласте с постоянным давлением на контуре питания

Ключевые слова: фильтрация, жидкость, скважина, ограниченный, трещиновато-пористый, пласт, постоянное давление, контур питания

FILTERING THE LIQUID TO THE PERFECT HOLE IN A CONFINED FRACTURED-POROUS AQUIFER WITH CONSTANT PRESSURE ON THE FEED CIRCUIT

***Anton P. Aladyev*[1)], *Alexandr Sharnov*[2)]**

1) the student Armavir Institute of Mechanics and Technology (branch) of Federal State Budgetary Institution of Higher Education “Kuban State Technological University”, city of Armavir, Russia, aladyev.anton@gmail.com
2) Ph. D., associate Professor, Armavir Institute of Mechanics and Technology (branch) of Federal State Budgetary Institution of Higher Education “Kuban State Technological University”, city of Armavir, Russia, a.i.sharnov@mail.ru

Abstract: we consider the plane-radial filtration of a homogeneous fluid to a perfect well in a circular bounded fractured-vato-porous reservoir with a constant pressure on the feed circuit

Key words: filtration, fluid, borehole, limited, fractured-porous reservoir, constant pressure circuit

Основываясь на модели трещиновато-пористой среды [1, 2] рассмотрим фильтрацию жидкости в пласте мощности *h*, который имеет форму кругового цилиндра радиусом *R*. Скважина конечного радиуса r_0 расположена вдоль оси цилиндра. В процессе работы на скважине поддерживается постоянное давление $P_З$ - *const*, на контуре питания $r = R$ сохраняется постоянное давление, равное начальному $P_{пл}$, что соответствует упруго-водонапорному режиму фильтрации.

В безразмерных переменных $u = \dfrac{P - P_{пл}}{P_З - P_{пл}},\ r = \dfrac{\bar{r}}{r_0},\ Fo = \dfrac{\kappa}{r_0^2}$ математическая модель задачи для системы блоков пласта примет вид [2, 3].

$$\frac{\partial u}{\partial F_0} - \xi \frac{\partial}{\partial F_0}\left[r^n \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + (1+n) r^{n-1}\frac{\partial u}{\partial r}\right] = \left[r^n \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + (1+n) r^{n-1}\frac{\partial u}{\partial r}\right],\ 1 \le r \le R,\ Fo > 0, \quad (1)$$

$$u(r,0) = 0,\ 1 < r < R \quad (2)$$

$$u(R,Fo) = 0,\ Fo > 0\,, \quad (3)$$

$$u(r,Fo)\Big|_{r=1} = 1 - \exp\left(-\frac{1}{\xi} Fo\right),\ \ Fo > 0,\ \xi = \frac{\eta}{r_0^2}. \quad (4)$$

Коэффициент η определяется путем лабораторных исследований кернов и промысловых испытаний [3].

Применив преобразование Лапласа для функции $u(r,\ Fo)$ по переменной *F*o, получим задачу для функции изображения:

$$r^n \frac{d^2\bar{u}}{dr^2} + r^{n+1}(1+n)\frac{d\bar{u}}{dr} - \delta^2 \bar{u} = 0,\ 1 \le r \le R; \quad (5)$$

$$\bar{u}(r,\sigma) = \frac{1}{\sigma(1+\xi\sigma)}, \quad (6)$$

$$\bar{u}(R,\sigma) = 0. \quad (7)$$

Уравнение (5) представляет собой уравнение Ломмеля, которое с помощью замены переменных сводится к уравнению Бесселя. Общее решение уравнения (5) имеет вид:

$$\bar{u}(r,\sigma) = r^{-\frac{n}{2}}\left[A \cdot I_\nu\left(\frac{2}{2-n} r^{\frac{2-n}{2}} \delta\right) + B \cdot K_\nu\left(\frac{2}{2-n} r^{\frac{2-n}{2}} \delta\right)\right], \quad (8)$$

где $\nu = \dfrac{n}{n-2}$; A, B - произвольные постоянные.

Подчиняя (8) граничным условиям (6, 7), получим решение для изображения $\bar{u}(r,\sigma)$

$$\bar{u}(r,\sigma)=\frac{r^{-\frac{n}{2}}\left[I_\nu(x\cdot\delta)K_\nu(y\cdot\delta)-I_\nu(y\cdot\delta)K_\nu(x\cdot\delta)\right]}{\sigma(1+\xi\sigma)\left[I_\nu(x_0\cdot\delta)K_\nu(y\cdot\delta)-I_\nu(y\cdot\delta)K_\nu(x_0\cdot\delta)\right]}, \tag{9}$$

где $x=\dfrac{2}{2-n}r^{\frac{2-n}{2}}$; $y=\dfrac{2}{2-n}R^{\frac{2-n}{2}}$.

Найдем оригинал функции $\bar{u}(r,\sigma)$. Функция $\bar{u}(r,\sigma)$ удовлетворяет условиям леммы Жордана на комплексной плоскости и не имеет других особенностей, кроме простых полюсов в точке σ =0, а также в точках, которые являются нулями уравнения

$$I_\nu(y\cdot\delta)K_\nu(x_0\cdot\delta)-I_\nu(x_0\cdot\delta)K_\nu(y\cdot\delta)=0. \tag{10}$$

Найдя вычет в точке σ=0 для выражения $\bar{u}(\sigma)\exp(\sigma Fo)$ и вычеты в нулях уравнения (10) на основании второй теоремы разложения [4] решение задачи для $u(r_0, F\text{o})$ получим в виде:

$$u=\frac{R^n-r^n}{R^n-1}+r^{-\frac{n}{2}}\pi\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_\nu(x_0\cdot\alpha_k)I_\nu(y\cdot\alpha_k)}{I_\nu^2(y\cdot\alpha_k)-I_\nu^2(x_0\cdot\alpha_k)}M\exp\left(-\frac{\alpha_k^2 Fo}{1+\alpha_k^2\xi}\right), \tag{11}$$

где $M(R,r,\alpha_k)=I_\nu(y\cdot\alpha_k)J_\nu(x\cdot\alpha_k)-I_\nu(x\cdot\alpha_k)J_\nu(y\cdot\alpha_k)$,

α_k – нули функции $V(R,u)=I_\nu(y\cdot u)J_\nu(x_0\cdot u)-J_\nu(y\cdot u)I_\nu(x_0\cdot u)$, соответстующие нулям σ_k.

Формула (11) позволяет получить распределение давления в блоках среды. Используя соотношение [3]

$$u_1=u_2+\xi\frac{\partial u_2}{\partial F_0}$$

получим выражение для распределения давления $u_1(r, F_0)$ в трещинах среды:

$$u_1=\frac{R^n-r^n}{R^n-1}+r^{-\frac{n}{2}}\pi\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_\nu(x_0\cdot\alpha_k)I_\nu(y\cdot\alpha_k)}{\left[I_\nu^2(y\cdot\alpha_k)-I_\nu^2(x_0\cdot\alpha_k)\right](1+\alpha_k^2\xi)}M\exp\left(-\frac{\alpha_k^2 Fo}{1+\alpha_k^2\xi}\right). \tag{12}$$

При ξ=0 из полученных формул получаем распределение давления в обычной пористой среде, неоднородной по проницаемости. Если положить n=0, то получим распределение давления в однородной трещиновато-пористой среде. При ξ=0 и n=0 решение совпадает с результатами работы [5]. Дебит на скважине будет определяться по формуле

$$Q=\frac{2\pi hk_0}{\mu}\left[\frac{nR^nP_0}{R^n-1}-(2-n)\right]\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_\nu(y\cdot\alpha_k)}{\left[I_\nu^2(y\cdot\alpha_k)-I_\nu^2(x_0\cdot\alpha_k)\right](1+\alpha_k^2\xi)}\exp\left(-\frac{\alpha_k^2 Fo}{1+\alpha_k^2\xi}\right). \tag{13}$$

Если на скважине в условиях упруго-водонапорного режима в процессе работы поддерживается постоянный поток Q, то условие на скважине (6) заменяется условием

$$r^{n+1}\frac{\partial \bar{u}}{dr}\bigg|_{r=1} = -\frac{1}{\sigma(1+\xi\sigma)}. \tag{14}$$

Решение задачи, в этом случае, для функции изображения будет

$$\bar{u}(r,\sigma) = \frac{r^{-\frac{n}{2}}\left[I_\nu(y\cdot\delta)K_\nu(x\cdot\delta) - I_\nu(x\cdot\delta)K_\nu(y\cdot\delta)\right]}{\left[I_{\nu-1}(x_0\cdot\delta)K_\nu(y\cdot\delta) + I_\nu(y\cdot\delta)K_{\nu-1}(x_0\cdot\delta)\right](1+\xi\sigma)\sigma_k\delta},$$

а оригинал получается в виде

$$u_i(r,F_0) = \frac{(2-n)^{-1}\left(R^{-n} - r^{-n}\right)\Gamma(\nu)}{\Gamma(\nu+1)} + \pi r^{-\frac{n}{2}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_\nu(y\cdot\alpha_k)I_{\nu-1}(x_0\cdot\alpha_k)M(R,r,\alpha_k)\Psi_i(\alpha_k)}{\left[I_\nu^2(y\cdot\alpha_k) - I_{\nu-1}^2(x_0\cdot\alpha_k)\right]\alpha_k}, \tag{15}$$

где α_k – корни уравнения $I_\nu(y\cdot u)J_\nu(x_0\cdot u) - I_{\nu-1}(x_0\cdot u)J_\nu(y\cdot u) = 0$;

$$M(R,r,\alpha_k) = I_\nu(y\cdot\alpha_k)J_\nu(x\cdot\alpha_k) - I_\nu(x\cdot\alpha_k)J_\nu(y\cdot\alpha_k);$$

$$\Psi_2(\alpha_k) = \exp\left(-\frac{\alpha_k^2 Fo}{1+\alpha_k^2\xi}\right); \quad \Psi_1(\alpha_k) = \frac{\Psi_2(\alpha_k)}{1+\alpha_k^2\xi}.$$

При i = 1 формула (15) описывает распределение давления в трещинах, при i = 2 - распределение давления в блоках.

Давление на скважине будет определяться по формуле:

$$u(F_0) = \frac{R^{-n}-1}{2(1-n)} - (2-n)\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_\nu^2(y\cdot\alpha_k)\Psi_i(\alpha_k)}{\left[I_\nu^2(y\cdot\alpha_k) - I_{\nu-1}^2(x_0\cdot\alpha_k)\right]\alpha_k}. \tag{16}$$

Из полученных формул при ξ=0 следуют формулы для конечного неоднородного пористого пласта. При ξ=0 и n=0 формулы совпадают с результатами работы [5].

Таким образом, на перераспределение давления в течение определенного времени Fо внешняя граница пласта не влияет, а также не влияют условия поддержания давления вдоль внешней границы. Сравнение результатов расчета по формулам для бесконечного [6. 7] и конечного (15, 16) в горизонтальном направлении пластов не превосходит 3 %, если Fо=10^2, r=1,2 и 7 %, если r=1,6. В этих случаях при расчетах вместо формулы (15, 16) можно пользоваться формулами для бесконечного пласта.

Список использованных источников:

1. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. – I960. – Т. 24. – Вып. 5. – С. 852–864.

2. Аладьев А.П., Шарнов А.И. Модель неоднородного по проницаемости пласта при упругом режиме нестационарной фильтрации. В сборнике: Сборник докладов победителей и лауреатов XXIII студенческой научной конференции АМТИ 2017. С. 118-121.

3. Шарнов А.И. Постановка задач плоскорадиальной фильтрации в гетерогенном по проницаемости трещиновато-пористом пласте В книге: Наука и технологии в нефтегазовом деле Тезисы докладов Международной научно-практической конференции, посвященная 100-летию Кубанского государственного технологического университета и 25-летию кафедры машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов Армавирского механико-технологического института.. Краснодар: Изд-во КубГТУ, 2018.- С. 156-158.
4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функции комплексного переменного. - М.: Физматгиз, 1977. - 735 с.
5. Щелкачев В.Н. Разработка нефтяных пластов при упругом режиме. - М.: Гостехиздат, 1959. - 467 с.
6. Аладьев А.П., Шарнов А.И. Фильтрация жидкости в неоднородном по проницаемости бесконечном пласте к скважине с постоянным дебитом: в сборнике: Прикладные вопросы точных наук / Материалы I Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, преподавателей. – 2017. – С. 114–117.
7. Рубежанская А.В., Шарнов А.И. Фильтрация жидкости в неоднородном по проницаемости бесконечном пласте с постоянным давлением на скважине: в сборнике: Прикладные вопросы точных наук / Материалы I Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, преподавателей. – 2017. – С. 117–120.