ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ К СОВЕРШЕННОЙ СКВАЖИНЕ В ОГРАНИЧЕННОМ ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОМ ПЛАСТЕ С НУЛЕВЫМ РАСХОДОМ НА КОНТУРЕ ПИТАНИЯ

А.В. Демьянко[1], А.И. Шарнов[2]

1) студентка Армавирского механико-технологического института (филиал) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, demjank9@mail.ru
2) к.т.н., доцент Армавирского механико-технологического института (филиал) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, a.i.sharnov@mail.ru

Аннотация: рассматривается плоско-радиальная фильтрация однородной жидкости к совершенной скважине в круговом ограниченном трещиновато-пористом пласте с нулевым расходом на контуре питания
Ключевые слова: фильтрация, жидкость, скважина, ограниченный, трещиновато-пористый, пласт, нулевой расход, контур питания

FILTERING THE LIQUID TO THE PERFECT HOLE IN A CONFINED FRACTURED-POROUS AQUIFER WITH ZERO CONSUMPTION ON THE CIRCUIT

Alena V. Demyanko [1], Alexandr I. Sharov [2]

1) the student Armavir Institute of Mechanics and Technology (branch) of Federal State Budgetary Institution of Higher Education “Kuban State Technological University”, city of Armavir, Russia, demjank9@mail.ru
2) Ph. D., associate Professor, Armavir Institute of Mechanics and Technology (branch) of Federal State Budgetary Institution of Higher Education “Kuban State Technological University”, city of Armavir, Russia, a.i.sharnov@mail.ru

Abstract: we consider the plane-radial filtration of a homogeneous fluid to a perfect well in a circular bounded fractured vato-porous reservoir with zero flow rate at the feed circuit
Keywords: filtration, liquid, well, limited, fractured-porous, formation, zero flow rate, power circuit

Рассмотрим круглый трещиновато-пористый пласт радиусом R и мощности h, в центре которого расположена скважина конечного радиуса

r_0. Скважина работает при постоянном давлении $P_з$, на внешней границе пласта поддерживается нулевой поток, что соответствует замкнуто-упругому режиму фильтрации.

Математическая модель задачи фильтрации для системы блоков запишется в виде [1-3].

$$\frac{\partial u}{\partial Fo}-\xi\frac{\partial}{\partial Fo}\left[r^n\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+(1+n)r^{n-1}\frac{\partial u}{\partial r}\right]= \\ =\left[r^n\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+(1+n)r^{n-1}\frac{\partial u}{\partial r}\right],\ 1\le r\le R,\ Fo>0, \tag{1}$$

$$u(r,0)=0,\ 1<r<R, \tag{2}$$

$$u(R,Fo)=0,\ Fo>0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial u(r,Fo)}{\partial r}\Big|_{r=R}=0,\ Fo>0, \tag{4}$$

где $u=\frac{P-P_{пл}}{P_З-P_{пл}},\ r=\frac{\bar r}{r_0},\ Fo=\frac{\kappa}{r_0^2}$ – безразмерные переменные.

Рассмотрим случай повышенной проницаемости (n < 0) в прискважинной зоне пласта. Применив преобразование Лапласа для функции $u(r,\ Fo)$ по переменной Fo получим для функции изображения $\bar u(r,\sigma)$,

$$r^{-n}\frac{d^2\bar u}{dr^2}+(1-n)r^{-n-1}\frac{d\bar u}{dr}-\delta^2 u=0,\ 1\le r\le R,\ n<0, \tag{5}$$

$$\bar u(1,\sigma)=\frac{1}{\sigma(1+\xi\sigma)},\ \xi=\frac{\eta}{r_0^2}, \tag{6}$$

$$\frac{d\bar u}{dr}\Big|_{r=R}=0. \tag{7}$$

Коэффициент η определяются путем лабораторных и промысловых испытаний [3].

Уравнение (5) представляет собой уравнение Ломмеля, которое с помощью замены переменных сводится к уравнению Бесселя. Общее решение уравнения (5) имеет вид:

$$\bar u(r,\sigma)=r^{\frac{n}{2}}\left[A\cdot I_\nu\left(\frac{2}{n+2}r^{\frac{n+2}{2}}\delta\right)+B\cdot K_\nu\left(\frac{2}{2+n}r^{\frac{n+2}{2}}\delta\right)\right], \tag{8}$$

где $\nu=\frac{n}{n+2}$; A, B - произвольные постоянные, которые определяются из граничных условий (6, 7).

Решение задачи для изображения, в результате, имеет вид

$$\bar{u} = \frac{r^{\frac{n}{2}}\left[K_{\nu-1}(y\cdot\delta)I_\nu(x\cdot\delta) + I_{\nu-1}(y\cdot\delta)K_\nu(x\cdot\delta)\right]}{\sigma(1+\xi\sigma)\left[I_\nu(x_0\cdot\delta)K_{\nu-1}(x_0\cdot\delta) + K_\nu(x_0\cdot\delta)I_{\nu-1}(y\cdot\delta)\right]}, \qquad (9)$$

где $x = \frac{2}{n+2} r^{\frac{n+2}{2}}$, $y = \frac{2}{n+2} R^{\frac{n+2}{2}}$, $\delta^2 = \frac{\sigma}{1+\xi\sigma}$.

Найдем оригинал $u(r,\ F_0)$ функции изображения $\bar{u}(r,\sigma)$. Функция $\bar{u}(r,\sigma)$ удовлетворяет условиям леммы Жордана на комплексной плоскости и не имеет других особенностей, кроме простых полюсов в точках $\sigma=0$, а также в точках σ_k, которые являются нулями уравнения

$$I_\nu(x_0\cdot\delta)K_{\nu-1}(y\cdot\delta) + K_\nu(x_0\cdot\delta)I_\nu(y\cdot\delta). \qquad (10)$$

Найдя вычет в точке $\sigma=0$ и вычеты в нулях уравнения (10) на основании второй теоремы разложения [4] решение задачи для $u(r_0,\ F_0)$ получим решение задачи (5) - (7) в виде

$$u_i = 1 + \pi r^{\frac{n}{2}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_\nu(x_0\cdot\alpha_k)I_{\nu-1}(y\cdot\alpha_k)}{I_\nu^2(x_0\cdot\alpha_k) - I_{\nu-1}^2(y\cdot\alpha_k)} M(R, r.\alpha_k)\psi_i(\alpha_k), \qquad (11)$$

где $M(R, r, \alpha_k) = J_{\nu-1}(y\cdot\alpha_k)I_\nu(x\cdot\alpha_k) - I_{\nu-1}(y\cdot\alpha_k)J_\nu(x\cdot\alpha_k)$,

$$\Psi_1(\alpha_k) = \frac{\exp\left(-\frac{\alpha_k^2 Fo}{1+\xi\alpha_k^2}\right)}{1+\xi\alpha_k^2}, \quad \Psi_2(\alpha_k) = \exp\left(-\frac{\alpha_k^2 Fo}{1+\xi\alpha_k^2}\right),$$

α_k – корни уравнения $I_{\nu-1}(x_0\cdot u)J_\nu(y\cdot u) - J_{\nu-1}(y\cdot u)I_\nu(x_0\cdot u)$.

Дебит скважины будет определяться по формуле:

$$Q = -\frac{2(n+2)\pi h\kappa_0 P_0}{\mu} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_{\nu-1}^2(y\cdot\alpha_k)\Psi_1(\alpha_k)}{I_\nu^2(x_0\cdot\alpha_k) - I_{\nu-1}^2(y\cdot\alpha_k)}. \qquad (12)$$

При $\xi=0$ формула (11) будет описывать распределение давления в ограниченном пласте обычной пористой среды. Если положить $n=0$, то получим распределение давления в ограниченном пласте однородной трещиновато-пористой среды. Этот результат совпадает с результатами работы [5].

При $\xi=0$, $n=0$ получаем распределение давления в однородном пористом пласте, что совпадает с результатами работы [6].

Если на скважине в условиях замкнуто-упругого режима в процессе работы поддерживается постоянный расход Q, то в постановке задачи (5)-(7) изменится условие (6), которое теперь будет иметь вид ($n<0$)

$$r^{1+n}\frac{\partial u}{\partial r}\Big|_{r=1} = -\frac{1}{\sigma(1+\xi\sigma)}. \qquad .(13)$$

Решение задачи (5), (8), (13) для функции изображения $\bar{u}(r,\sigma)$ будет

$$\bar{u} = \frac{r^{\frac{n}{2}}\left[K_{\nu-1}(y\cdot\delta)I_\nu(x\cdot\delta)+I_{\nu-1}(y\cdot\delta)K_\nu(x\cdot\delta)\right]}{\sigma(1+\xi\sigma)\delta\left[K_{\nu-1}(x_0\cdot\delta)I_{\nu-1}(y\cdot\delta)-K_{\nu-1}(y\cdot\delta)I_{\nu-1}(x_0\cdot\delta)\right]}.$$

Оригинал $u(r, Fo)$ при этом определяется формулой

$$u(r,Fo)=\frac{nFo}{1-R^2}+\pi r^{\frac{n}{2}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_{\nu-1}(x_0\cdot\alpha_k)I_{\nu-1}(y\cdot\alpha_k)M(R,r,\alpha_k)}{\alpha_k\left[I_{\nu-1}^2(x_0\cdot\alpha_k)-I_{\nu-1}^2(y\cdot\alpha_k)\right]}\left[1-\exp\left(-\frac{\alpha_k^2 Fo}{1+\alpha_k^2\xi}\right)\right], \quad (14)$$

где

$$M(R,r,\alpha_k)=I_{\nu-1}(y\cdot\alpha_k)J_\nu(x\cdot\alpha_k)-I_\nu(x\cdot\alpha_k)J_{\nu-1}(y\cdot\alpha_k). \quad (15)$$

Полученная формула дает распределение давления в блоках. Используя соотношение $u_1 = u_2 + \xi\dfrac{\partial u_2}{\partial F_0}$, получим соответствующую формулу для давления в трещинах.

Общая формула для давления в трещинах (i = 1) и блоках (i = 2) будет иметь вид

$$u_i(r,Fo)=\frac{n(Fo+\xi_i)}{1-R^2}+\pi r^{\frac{n}{2}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_{\nu-1}(x_0\cdot\alpha_k)I_{\nu-1}(y\cdot\alpha_k)M(R,r,\alpha_k)}{\alpha_k\left[I_{\nu-1}^2(x_0\cdot\alpha_k)-I_{\nu-1}^2(y\cdot\alpha_k)\right]}\left[1-\Psi_i(\alpha_k)\right]. \quad (16)$$

где α_k – корни уравнения

$$I_{\nu-1}(x\cdot u)J_{\nu-1}(x_0\cdot u)-I_{\nu-1}(x_0\cdot u)J_{\nu-1}(x\cdot u);$$

$$\varsigma_i=\begin{cases}\xi, & i=1;\\ 0, & i=2;\end{cases}\quad \Psi_1(\alpha_k)=\frac{\psi_2(\alpha_k)}{1+\xi\alpha_k^2},\quad \Psi_2(\alpha_k)=\exp\left(-\frac{\alpha_k^2 Fo}{1+\alpha_k^2\xi}\right)..$$

При $\xi\to 0$ из полученных формул следуют формулы для конечного неоднородного пористого пласта. При n=0 решения описывают процессы фильтрации в конечном однородном трещиновато-пористом пласте. При n=0 и ξ=0 решение совпадает с результатами работы [5].

Таким образом, получены решения задачи плоско-радиальной фильтрации жидкости в конечном трещиновато-пористом пласте в горизонтальном направлении, при работе совершенной одиночной скважины конечного радиуса с нулевым расходом на контуре питания. Показано, что из полученных решений можно записать решение задачи в пористом неоднородном пласте. Проведены сравнения полученных результатов с известными работами в предельных случаях n=0, ξ=0 [7, 8]. Указанные совпадения подтверждают достоверность полученных результатов.

Список использованных источников:

1. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. – I960. – Т. 24. – Вып. 5. – С. 852–864.
2. Аладьев А.П., Шарнов А.И. Модель неоднородного по проницаемости пласта при упругом режиме нестационарной фильтрации. В сборнике: Сборник докладов победителей и лауреатов XXIII студенческой научной конференции АМТИ 2017. С. 118-121.
3. Шарнов А.И. Постановка задач плоскорадиальной фильтрации в гетерогенном по проницаемости трещиновато-пористом пласте В книге: Наука и технологии в нефтегазовом деле Тезисы докладов Международной научно-практической конференции, посвященная 100-летию Кубанского государственного технологического университета и 25-летию кафедры машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов Армавирского механико-технологического института.. Краснодар: Изд-во КубГТУ, 2018.- С. 156-158.
4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функции комплексного переменного. - М.: Физматгиз, 1977. - 735 с.
5. Щелкачев В.Н. Разработка нефтяных пластов при упругом режиме. - М.: Гостехиздат, 1959. - 467 с.
6. Райченко Л.М. Неустановившаяся фильтрация жидкости к несовершенной скважине в ограниченном трещиновато-пористом пласте. - Гидромеханика, I98I, вып.44, С.54-58.
7. Аладьев А.П., Шарнов А.И. Фильтрация жидкости в неоднородном по проницаемости бесконечном пласте к скважине с постоянным дебитом: в сборнике: Прикладные вопросы точных наук / Материалы I Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, преподавателей. – 2017. – С. 114–117.
8. Рубежанская А.В., Шарнов А.И. Фильтрация жидкости в неоднородном по проницаемости бесконечном пласте с постоянным давлением на скважине: в сборнике: Прикладные вопросы точных наук / Материалы I Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, преподавателей. – 2017. – С. 117–120.