II International Scientific Practical Conference of graduate and postgraduate students, lecturers «APPLIED ISSUES OF EXACT SCIENCES»
19-20 October 2018, Armavir

ОЦЕНКА ОТКЛОНЕНИЙ В ПОЛЕТЕ ОТ ЗАДАННОГО АВТОПИЛОТОМ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

С.В. Стадник

доцент Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, svs2167@yandex.ru

Аннотация: в статье рассматривается задача оценки отклонений от программы полета вызванных постоянно действующими и параметрическими возмущениями.

Ключевые слова: возмущенное движение, программное движение, погрешности управления, траектория, отклонение.

EVALUATION OF DEFINITIONS IN A FLIGHT FROM A GIVEN AIRCRAFT

Sergei V. Stadnik

Associate Professor of Armavir Institute of Mechanics and Technology (branch) of Federal State Budgetary Institution of Higher Education “Kuban State Technological University”, city of Armavir, Russia, svs2167@yandex.ru

Abstract: the article considers the problem of estimating deviations from the flight program caused by constantly acting and parametric perturbations.

Key words: perturbed motion, program motion, control errors, trajectory, deviation.

Все реальные системы подвержены начальным, постоянно действующим и параметрическим возмущениям, а управляющие устройства всегда формируют сигналы с некоторой ошибкой.

Условия устойчивости устанавливаются для начальных возмущений. При постоянно действующих и параметрических возмущениях целесообразно оценить отклонения траектории движения от программной траектории или по заданной величине отклонений определить интервал устойчивости.

Уравнение возмущенного движения в векторной форме, составленное с учетом постоянно действующих и параметрических возмущений, имеет вид

$$\dot{x} = X(t,\ x, k^0 + \Delta k, u^0 + \Delta u) + f(t, x), \qquad (1)$$

где Δk- возмущения параметров системы,

Δu - погрешности вектора управления,

X - вектор-функции, обращающиеся в нуль при $x=0$,

$f(t,x)$ - вектор-функции, вызванные постоянно действующими и параметрическими возмущениями и ограниченные на интервале $[t_0,t_1]$.

Систему уравнений возмущенного движения летательного аппарата (ЛА) можно представить в форме [1]

$$\dot{x}_1 = \sum_{j=1}^{4} a_{1j}x_j + Q_1 + F_1, \quad (2)$$

$$\dot{x}_2 = \sum_{j=1}^{4} a_{2j}x_j + Q_2 + F_2, \quad (3)$$

$$\dot{x}_3 = \sum_{j=1}^{4} a_{3j}x_j, \quad (4)$$

$$\dot{x}_4 = \sum_{j=1}^{4} a_{4j}x_j. \quad (5)$$

Функции $\boldsymbol{Q_1}$ и $\boldsymbol{Q_2}$ равны:

$$Q_1 = B_1\delta v + B_2\delta\theta + B_3\delta x + B_4\delta H, \quad (6)$$

$$Q_2 = A_1\delta v + A_2\delta\theta + A_3\delta x + A_4\delta H, \quad (7)$$

и характеризуют значения погрешностей величин $\boldsymbol{x_1}$, $\boldsymbol{x_2}$, $\mathbf{x_3}$, $\boldsymbol{x_4}$.

Функции

$$F_1 = -\dot{v}_0 - \frac{1}{m}[R_0\cos\alpha_0 - Q_0] - g\sin\theta_0, \quad (8)$$

$$F_2 = -\dot{\theta}_0 - \frac{1}{mv_0}[R_0\sin\alpha_0 + Y_0] - \frac{g}{v_0}\cos\theta_0 \quad (9)$$

определяют программу движения, где $\boldsymbol{v}$ – скорость движения ЛА, $\boldsymbol{\theta}$ – угол траектории движения ЛА, $\boldsymbol{R}$ - тяга силовой установки, $\boldsymbol{Y}$ - подъемная сила ЛА, $\boldsymbol{Q}$ - сопротивление движению, $\boldsymbol{\alpha}$ - угол атаки по отношению к траектории движения, $\boldsymbol{m}$ - масса ЛА, индекс «О» относится к программному движению.

Для осуществления заданного программного движения значения тяги силовой установки и угла атаки должны выбираться так, чтобы функции $\boldsymbol{F_1}$ и $\boldsymbol{F_2}$ были равны нулю. Однако в общем случае воздействия на систему постоянно действующих возмущений целесообразно эти возмущения включить в функции $\boldsymbol{F_1}$ и $\boldsymbol{F_2}$.

Коэффициенты в уравнениях (2) - (5) имеют следующие выражения:

$$a_{11} = B_1 + \left(\frac{R_{v_0}}{m}\cos\alpha_0 - \frac{Q'_{v_0}}{m}\right), \;\; a_{21} = A_1 + \left(\frac{R'_{v_0}}{mv_0}\sin\alpha_0 + \frac{Y'_{v_0}}{mv_0} - \frac{\dot{\theta}_0}{v_0}\right),$$

$$a_{12} = B_2 - g\cos\theta_0, \;\; a_{22} = A_2 + g\frac{\sin\theta_0}{v_0},$$

$$a_{13} = B_3 + \left(\frac{R_{H_0}}{m}\cos\alpha_0 - \frac{Q'_{H_0}}{m}\right), \;\; a_{23} = A_3 + \left(\frac{R'_{H_0}}{mv_0}\sin\alpha_0 + \frac{Y'_{H_0}}{mv_0}\right),$$

$$a_{14} = B_4, \quad a_{24} = A_4. \quad (10)$$

Частные производные

$$R'_{v_0} = \left(\frac{dR}{dv}\right)_0, \quad Q'_{v_0} = \left(\frac{dQ}{dv}\right)_0, \quad Y'_{v_0} = \left(\frac{dY}{dv}\right)_0,$$
$$R'_{H_0} = \left(\frac{dR}{dH}\right)_0, \quad Q'_{H_0} = \left(\frac{dQ}{dH}\right)_0, \quad Y'_{H_0} = \left(\frac{dY}{dH}\right)_0$$

находятся в каждой точке программы движения по универсальным характеристикам двигателей и ЛА.

Следуя методу оценки отклонений возмущенных движений [2], решение уравнения (1) получаем в форме

$$x_i = \sum_{j=1}^{4} R_{ij}x_{j0} + \int_0^t [R_{i1}(t-\tau)k_1(\tau) + R_{i2}(t-\tau)k_2(\tau)], \qquad (11)$$

где R_{ij}—фундаментальные решения системы

$$\dot{x}_1 = \sum_{j=1}^{4} a_{1j}(0)x_j, \quad \dot{x}_2 = \sum_{j=1}^{4} a_{2j}(0)x_j,$$
$$\dot{x}_3 = \sum_{j=1}^{4} a_{3j}(0)x_j, \quad \dot{x}_4 = \sum_{j=1}^{4} a_{4j}(0)x_j, \qquad (12)$$

удовлетворяющие условию:

$$R_{ij}(0) = 0 \text{ при } i \neq j, \quad R_{ij}(0) = 1 \text{ при } i = j.$$

x_{j0} - начальные значения возмущений координат, ограниченные в области $|x_{40}| \le x_0$, $|x_{j0}| \le \frac{x_0}{n_j}$, j=1, 2, 3; $\boldsymbol{x_0}$, $\boldsymbol{n_1}$, $\boldsymbol{n_2}$, $\boldsymbol{n_3}$ - некоторые положительные постоянные, характеризующие практически возможную величину области начальных возмущений. Кроме того, $\boldsymbol{n_1}$, $\boldsymbol{n_2}$, $\boldsymbol{n_3}$ суть коэффициенты приведения начальных возмущений остальных координат к начальному возмущению координаты $\boldsymbol{x_4}$.

Функции $\boldsymbol{k_1}$ и $\boldsymbol{k_2}$ характеризуют постоянно действующие и параметрические возмущения, а также погрешности величин $\boldsymbol{x_j}$.:

$$k_1 = Q_1 + F_1 + \sum_{j=1}^{3} \Delta a_{1j}x_j, \quad k_2 = Q_2 + F_{21} + \sum_{j=1}^{3} \Delta a_{2j}x_j$$

При этом параметрические возмущения представим в виде разности значений коэффициентов Δa_{1j} *и* Δa_{2j}, j = 1, 2, 3:

$$\Delta a_{11} = a_{11}(t) - a_{11}(0), \quad \Delta a_{21} = a_{21}(t) - a_{21}(0),$$
$$\Delta a_{12} = a_{12}(t) - a_{12}(0), \quad \Delta a_{22} = a_{22}(t) - a_{22}(0),$$
$$\Delta a_{11} = a_{13}(t) - a_{13}(0), \quad \Delta a_{23} = a_{23}(t) - a_{23}(0), \qquad (13)$$

Если при t=0 выполняются неравенства $k_1(0) < \bar{M}$, $k_2(0) < \frac{\bar{M}}{P_0}$,где $\bar{M}$ и P_0 — некоторые положительные постоянные величины, то при условиях

$$\bar{M} > |Q_1| + |F_1| + \sum_{j=1}^{3} |\Delta a_{1j}||\bar{x}_j|,$$
$$\frac{\bar{M}}{P_0} > |Q_2| + |F_2| + \sum_{j=1}^{3} |\Delta a_{2j}||\bar{x}_j| \qquad (14)$$

имеют место следующие оценки:

$$|x_i| < |\bar{x}_i| = \left(|R_{i4}| + \sum_{j=1}^{3} \frac{|R_{ij}|}{n_j}\right) x_0 + \bar{M} \int_0^t \left[|R_{i1}(t)| + \frac{|R_{i2}(t)|}{P_0}\right] dt \qquad (15)$$

где

$$\bar{x_i} = f_i(x_0, t) + \bar{M}\psi_i(t), \quad i = 1, 2, 3, 4,$$
$$f_i(x_0, t) - x_0\left(|R_{i4}(t)| + \sum_{j=1}^{3}\frac{|R_{ij}(t)|}{n_j}\right) = x_0 R_i(t),$$
$$\psi_i(t) = \int_0^t\left(|R_{i1}(t)| + \frac{|R_{i2}(t)|}{P_0}\right)dt. \qquad (16)$$

Для определения минимальных положительных значений $\bar{M}$ и x_0, при которых выполняются неравенства (14), необходимо, подставив функцию (16) в неравенства (15) и (14), приравнять левые и правые части этих неравенств.

В результате получим систему алгебраических уравнений
$$\bar{M}_i^2 l_{i1} + \bar{M}_i l_{i2} + l_{i3} = 0, \qquad (17)$$
где $l_{i1} = 0$, поскольку система (1) линейна по отношению к возмущениям x_i, $i=1, 2, 3, 4$.

Коэффициенты l_{i2} и l_{i3} соответственно равны:
$$l_{12} = |\Delta a_{11}|\psi_1 + |\Delta a_{12}|\psi_2 + |\Delta a_{13}|\psi_3 - 1,$$
$$l_{13} = |\Delta a_{11}|f_1 + |\Delta a_{12}|f_2 + |\Delta a_{13}|f_3 + |Q_1| + |F_1|,$$
$$l_{22} = |\Delta a_{21}|\psi_1 + |\Delta a_{22}|\psi_2 + |\Delta a_{23}|\psi_3 - \frac{1}{P_0},$$
$$l_{23} = |\Delta a_{21}|f_1 + |\Delta a_{22}|f_2 + |\Delta a_{23}|f_3 + |Q_2| + |F_2|\,. \qquad (18)$$

Таким образом, минимальное положительное значение $\bar{M}$ при котором выполняются неравенства (14), определяется условием
$$\bar{M} = -\frac{l_{i3}}{l_{i2}} > 0\,. \qquad (19)$$

Поскольку $l_{13}>0$ всегда, необходимым условием положительной оценки является $l_{12}>0$ или
$$1 > \sum_{j=1}^{3}|\Delta a_{1j}|\psi_j, \quad \frac{1}{P_0} > \sum_{j=1}^{3}|\Delta a_{2j}|\psi_j\,. \qquad (20)$$

Добиться выполнения неравенств (20) можно путем уменьшения $\boldsymbol{\psi_j}$. В свою очередь значения $\boldsymbol{\psi_j}$ тем меньше, чем больше модули действующих частей корней характеристического уравнения, соответствующего системе (12).

После проверки выполнения неравенств (20) можно определить верхнюю границу области для $\boldsymbol{x_0}$.

Представим коэффициенты l_{13} в явной форме от $\boldsymbol{x_0}$:
$$l_{13} = (|\Delta a_{11}|R_1 + |\Delta a_{12}|R_2 + |\Delta a_{13}|R_3)x_0 + |Q_1| + |F_1|\,,$$
$$l_{23} = (|\Delta a_{21}|R_1 + |\Delta a_{22}|R_2 + |\Delta a_{23}|R_3)x_0 + |Q_2| + |F_2|\,,$$
где
$$R_1 = |R_{14}(t)| + \sum_{j=1}^{3}\frac{|R_{1j}(t)|}{n_j}, R_2 = |R_{24}(t)| + \sum_{j=1}^{3}\frac{|R_{2j}(t)|}{n_j},$$
$$R_3 = |R_{34}(t)| + \sum_{j=1}^{3}\frac{|R_{3j}(t)|}{n_j}.$$

Тогда, учитывая (19), значения $\boldsymbol{x_0}$ находим из системы

$$x_0 = -\frac{b_{i2}}{\Omega_{ij}}\ (i = 1, 2), (j = 1, 2, 3), \tag{21}$$

или в развернутом виде:

$$x_0 = -\frac{b_{12}}{\Omega_{1j}} = \eta_1, x_0 = -\frac{b_{22}}{\Omega_{2j}} = \eta_2, \tag{22}$$

где

$$b_{12} = l_{12} + |Q_1| + |F_1|\,, \qquad b_{22} = l_{22} + |Q_2| + |F_2|\,,$$
$$\Omega_{1j} = |\Delta a_{11}|R_1 + |\Delta a_{12}|R_2 + |\Delta a_{13}|R_3\,,$$
$$\Omega_{2j} = |\Delta a_{21}|R_1 + |\Delta a_{22}|R_2 + |\Delta a_{23}|R_3\,.$$

Если $\boldsymbol{\eta_{min}}$ —наименьшее из значений $\boldsymbol{x_0}$ (η_1 или η_2), то для выбора возможных величин $\boldsymbol{x_0}$ имеем интервал $0 \leq \boldsymbol{x_0} \leq \boldsymbol{\eta_{min}}$.

Следовательно, выбирая $\boldsymbol{x_0}$ в этом интервале, можно определить наименьшее значение $\bar{M}_{\boldsymbol{min}}$, как минимальное из двух значений:

$$\bar{M}_1 = -\frac{l_{13}}{l_{12}} > 0, \quad \bar{M}_2 = -\frac{l_{23}}{l_{22}} > 0$$

В работе [1] рекомендуется задавать корни характеристического уравнения, соответствующего системе (12), и затем находить оценки отклонений от программы.

Таким образом, оценка отклонений от программы, вызванных постоянно действующими и параметрическими возмущениями, позволяет определить условия устойчивости программного движения ЛА в общем случае возмущений.

Список использованных источников:

1. Галиуллин А.С. и др. Построение систем программного движения. М.: Наука, 1971. - 352 с.
2. Зайцева М.В. Компенсация возмущений и помех при управлении линейным объектом по выходу // Молодой ученый. - 2011. - №6. Т.1. - С. 54 -58. - URL https://moluch.ru/archive/29/3339/ (дата обращения: 07.10.2018).