ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ И КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРАМИ В КОНТЕКСТЕ РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ

А.В. Крымова[1], Е.В. Иващенко[2]

1) студентка ФГБОУ ВО «Армавирский государственный педагогический университет», г. Армавир, Россия, mat1kurs@mail.ru
2) к.п.н., доцент ФГБОУ ВО «Армавирский государственный педагогический университет», г. Армавир, Россия, ivachenko_evgenia@mail.ru

Аннотация: В статье дается определение параметра и уравнения, содержащего параметр, рассмотрены эффективные методы и методические приемы решения линейных и квадратичных уравнений с параметрами в контексте развивающего обучения

Ключевые слова: развивающее обучение, параметр, линейное уравнение с параметром, квадратичное уравнение с параметром

FEATURES OF SOLUTION OF LINEAR AND SQUARE EQUATIONS WITH PARAMETERS IN THE CONTEXT DEVELOPING TRAINING

A.V. Krymova[1], Е.В. Иващенко[2]

1) the student of Federal State Budgetary Institution of Higher Education “Armavir state pedagogical University”, city of Armavir, Russia, mat1kurs@mail.ru
2) Ph. D., associate Professor, of Federal State Budgetary Institution of Higher Education “Armavir state pedagogical University”, city of Armavir, Russia, ivachenko_evgenia@mail.ru

Abstract: The article provides a definition of a parameter and an equation containing a parameter, discusses effective methods and methods for solving linear and quadratic equations with parameters in the context of developmental training.

Keywords: developmental learning, parameter, linear equation with parameter, quadratic equation with parameter

В эпоху инноваций и новых технологий общество предъявляет человеку большие требования. Эти требования, прежде всего, касаются образования человека. Современные государственные образовательные стандарты общего образования уделяют особое внимание математической подготовке обучающихся, а обеспечение высокого уровня математических компетенций будущих членов постиндустриального общества является одним из важных направлений государственной политики в области образования. С введением федеральных образовательных стандартов в школьное образование изменился план проведения урока, его структура, появились различные типы уроков и формы. Системно-деятельностный подход в обучении сменил традиционную систему.

«Математика – царица наук»- так сказал еще М.В.Ломоносов и он не ошибся. Математика окружает нас везде: в автобусе, в школе, на работе и даже дома. Также она является обязательным экзаменом, который нужно сдать на государственной итоговой аттестации(9 класс), а также на едином государственной экзамене (11 класс), для того чтобы получить аттестат. Сейчас экзамен по математике в 11 классе разделяется на два уровня: базовый и профильный. Базовый уровень содержит 20 заданий, а профильный 19. И одним из заданий является решение уравнения с параметром. Задания,направленные на решение параметра – это творческие задания, они способствуют развитию логики, мышления учащегося, что просто необходимо в настоящее время для человека.

А что же такое параметр? Параметром называют некую величину, значение которой служат для различения некоторого множества между собой. Параметр - фиксированная величина. В школьных учебниках точного определения параметра нет, поэтому будем придерживаться версии того, что параметр – математическая величина, входящая в формулы и выражения, значения которой является постоянным для конкретной задачи. Обычно параметр обозначается латинской буквой p , но обозначения *буквами* a, b, c, q, m *и* n тоже считаются приемлемыми. Приведем примеры уравнений с параметрами: $(2x + a)(3 - x) = 0$; $2a(a - 1)x = a - 2$. В этих примерах x – неизвестное значение, а a – это фиксированный параметр. Примером задачи с параметром может являться и функция $y = kx$, для нее в качестве параметра выступает коэффициент k прямой пропорциональности.

Уравнение вида $k \cdot x - p = 0$, где k *и* p зависят только от параметров, а x- переменная, называется линейным уравнением с параметром. Такое уравнение может иметь одно решение $x = \frac{p}{k}$ при действительных k *и* p.При $k = 0, p = 0, x$ может быть любым числом. И не иметь решения вообще при $k \neq 0$ *и* $p \neq 0$.

Уравнение вида $mx^2 + px + q = 0$, где x- неизвестное, а $m, p, q -$ выражения, зависящие только от параметра и $m \neq 0$ называется квадратным уравнением с параметром.

Решить параметрическое уравнение - значит указать, при каких значениях параметров существуют решения, и каковы они. При решении уравнений с параметрами необходимо переходить к более простому виду уравнения, что влечет за собой некие изменения параметра. А если меняется параметр, то могут меняться и коэффициенты уравнения, и область допустимых значений, и даже способ решения такого уравнения.

Существуют следующие методы решения параметрических уравнений: аналитический, графический, метод замены переменной, метод замены ролей переменных, метод перехода от общего к частному. К каждому уравнению с параметром подбирается свое индивидуальное решение.

В школе на решение параметрических уравнений уделяется очень малое количество часов, поэтому обучающиеся при виде таких уравнений испытывают страх и даже не пробуют найти решение уравнения с параметром. И поэтому многие учителя сталкиваются на уроках с тем, что учащийся в целом имеет положительную установку на учение, но не проявляет в достаточной степени познавательную активность. Как же помочь учащемуся разбудить в себе желание учиться?

Все просто, необходимо пересмотреть приемы и методы обучения решению уравнений с параметрами. Во-первых, современный урок должен быть продуман во всех деталях, чтобы из одного выражения можно было выстроить логическую цепочку, которая приведет к правильному решению уравнения. Во-вторых, при решении задач с параметром необходимо показать наглядный пример или модель решения задания, привести пример из жизни. Например, рассказать о значении параметра, точнее, его значении в физике. В – третьих, не нужно писать тему урока на доске, а дать возможность учащимся самостоятельно подойти к этой теме. В-четвертых, на уроке при изучении параметрических уравнений должно быть интересно. Не стоит подбирать обыкновенные задачи, где необходимо просто найти значение некоторого параметра с уже заданным уравнением. Можно подобрать задачу, где ученикам самостоятельно нужно составить это параметрическое уравнение и решить его.

Все эти требования, которые дают возможность изучить параметрические уравнения, способы их решения и понять это, отвечают закономерностям развивающего обучения.

И. С. Якиманская даёт следующее определение: «Обучение, которое, обеспечивая полноценное усвоение знаний, формирует учебную деятельность и тем самым непосредственно влияет на умственное развитие, и есть развивающее обучение». Развивающее обучение помогает раскрыть каждому ученику с вой творческий патенциал и развивать его, для того чтобы изменять жизнь вокруг. Оно направлено на развитие всех сфер личности, в частности способствует умственному развитию мозга человека, развитию логики и мышления.

Содержание развивающего обучения дидактически построено в логике теоретического мышления, здесь главенствующая роль отведена теоретическим обобщениям и выводам, сделанным на основе дедуктического метода. Именно с помощью такого вида обучения ребенок учиться ставить для себя цели и задачи, которые ему необходимо достичь, используя свой творческий потенциал.

Можно ли построить урок математики, на котором будут изучаться линейные уравнения с параметром, с применением развивающего обучения? Конечно, да. Учителю необходимо выбрать задания и подготовить к ним ряд нетрадиционных вопросов. Вопрос: «Как решить уравнение? или «А как мы будем решать это уравнение?»- задавать учащимся не следует, потому что именно такие вопросы и вызывают страх у ученика. Вопросы учителя должны быть направлены на анализ условия уравнения, на поиск закономерностей и связей между величинами. Вопросы-ориентиры дают шанс учащемуся самостоятельно исследовать проблему, и с опорой на теорию, сделать какой-либо вывод, установить связь ранее изученного с новым материалом. Когда учитель задает наводящие вопросы на проблему, он должен заставить каждого ученика поставить себе скрытый вопрос, например, «о чем здесь говорится?», « как правильно это доказать?», « Какие условия могут быть установлены для параметра?»

Именно эти уроки откроют перед учениками радость познания и станут толчком для размышления, направленные. Детское внимание сосредотачивается на логике рассуждений.

Любое исследование, любое творчество начинается с постановки проблемы, с умения задать вопрос. Хороший вопрос, как считает известный психолог И.Лернер, помогает совершенно по-новому увидеть существо дела и искать ответ новыми путями, о которых раньше никто не думал. Всё это требует определённого навыка в составлении вопросов. Ученики не умеют задавать вопросы, они привыкли на них отвечать. Значит, необходимо учить ставить вопросы.

Приведем примеры того, как нужно учить решать линейные и квадратные уравнения с параметрами с применением методов развивающего обучения.

Пример 1. Решить уравнение $2a \cdot (a-2) \cdot x = a-2$.

Учитель :«Внимательно посмотрим на уравнение. Что мы видим?»

При каких значениях параметра а коэфициент при х обратиться в 0?(Учащиеся задумаются и придут к выводу, что это числа 0 и2).

При$\mathrm{a} = 0$ или $\mathrm{a} = 2$, коэффициент при х обратится в 0. Деление в этом случае обеих частей на коэффициент при х невозможно/

Учитель: «А при каких значениях параметра а можно выполнить деление?»

Конечно, эти значения $\mathrm{a} \neq 0$ и $\mathrm{a} \neq 2$.

Учитель: «А можно ли теперь разбить множество всех действительных значений параметра на подмножества? Если да, то, на какие?»

Да, в данном случает целесообразно разбить множество всех действительных значений параметра на подмножества $\mathrm{A1} = \{0\}$, $\mathrm{A2} = \{2\}$, $\mathrm{A3} = \{\mathrm{a} \neq 0, \mathrm{a} \neq 2\}$.

Рассмотрим каждый из этих случаев отдельно.

1)Если $\mathrm{a} = 0$, то $2\mathrm{a} \cdot (\mathrm{a} - 2) \cdot \mathrm{x} = \mathrm{a} - 2$, принимает вид $0 \cdot \mathrm{x} = 2$. Какой вывод можно сделать из этого? Это уравнение не имеет корней.

2) Если $\mathrm{a} = 2$, то $\mathrm{a} \cdot (\mathrm{a} - 2) \cdot \mathrm{x} = \mathrm{a} - 2$, принимает вид $0 \cdot \mathrm{x} = 0$. Отсюда следует, что корнем этого уравнения будет любое действительное число.

3) Если $\mathrm{a} \neq 0$ и $\mathrm{a} \neq 2$, то $\mathrm{a} \cdot (\mathrm{a} - 2) \cdot \mathrm{x} = \mathrm{a} - 2$, то $\mathrm{x} = \frac{\mathrm{a}-2}{2\mathrm{a}(\mathrm{a}-2)} = \frac{1}{2}$.

Учитель: «Мы рассмотрели все варианты решения уравнения? Запишем ответ»

Ответ: Если $\mathrm{a} = 0$ – уравнение не имеет корней;

Если $\mathrm{a} = 2$- корнем уравнения является любое действительное число

Если $\mathrm{a} \neq 0$ и $\mathrm{a} \neq 2$, то $\mathrm{x} = \frac{1}{2}$.

Пример 2. Решить уравнение $a(x-2) + 8a = 6(x - a^2)$ при всех значениях параметра a.

Учитель: « Чем осложнено уравнение? Можно ли его привести к более простому виду?»

Да, можно выполнить преобразование:

$ax - 2a + 8a = 6x - 6a^2$,

$ax - 6x = -6a^2 - 6a$,

$x(a - 6) = -6a(a + 1)$.

Учитель: « Что вы видите в получившемся уравнении? Какие случаи можно рассмотреть для того, чтобы решить уравнение?»

Разберем случаи, когда $a \neq 0$ и $a = 0$.

1)$\mathrm{a} - 6 \neq 0$, тогда $\mathrm{x} = \frac{-6\mathrm{a}(\mathrm{a}+1)}{\mathrm{a}-6}$.

2) $a-6=0, a=6 \Rightarrow 0\cdot x = -6\cdot 6\cdot 7, \Rightarrow 0\cdot x = -252.$ Это уравнение неверно, следовательно к этом случае корней нет.

Учитель: « Мы рассмотрели все случаи решения уравнения? Можно ли записать ответ?»

Ответ: если $a=6,$ то корней нет; если $a \neq 6,$ то $x = \frac{-6a(a+1)}{a-6}$.

Мы рассмотрели один из способов решения параметрических уравнений с применением развивающего обучения. При решении таких уравнений можно строить урок в виде урока- мастерской. Такая форма урока позволяет разделить класс на несколько групп и раздать индивидуальное задание каждой группе. Когда каждая группа представить результаты своего исследования, то можно будет сделать вывод о том, на сколько обучающиеся усвоили материал. Работая в группе, учащиеся получают больше информации, чем работая индивидуально. А групповая форма работы - это один из приемов развивающего обучения. Поэтому при изучении параметрических уравнений следует использовать приемы развивающего обучения.

Список использованных источников:

1) Гунькин В.Ю., Часов К.В. Стандартное и нестандартное решение систем линейных уравнений в интерактивной обучающей среде // Международный студенческий научный вестник. 2017. № 4-6. С. 830-833.

2) Часов К.В. Развитие учебной деятельности студентов при обучении математике // Педагогика-XXI: материалы II Международной научно-теоретической конференции. - Ч.2. - Караганда: ПЦ «Полиграфист», 2011. - С. 90-95.

3) Горовенко Л.А., Часов К.В., Мельников А.Р. База данных электронно-методического комплекса «Фонд оценочных средств по дисциплине «Математика» Свидетельство о регистрации базы данных RUS 2017620593 13.04.2017 https://elibrary.ru/item.asp?id=35615996

4) Горовенко Л.А., Москвитин А.А. Роль прикладных исследований в развитии новых технологий и основные проблемы развития инноваций в России // Прикладные вопросы точных наук: Материалы I Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, преподавателей.- Армавир: ООО «Типография имени Г. Скорины», 2017. – С. 13-15. https://elibrary.ru/item.asp?id=30491189