# НЕСТАНДАРТНАЯ ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

***К.В. Урда*** [1)]***, К.В. Часов*** [2)]

1) студент Армавирского механико–технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, kostya.urda@bk.ru .
2) к.п.н., доцент кафедры общенаучных дисциплин Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, chasov_kv@mail.ru .

**Ключевые слова:** открытое и замкнутое множество, база окрестности, счётный базис, нестандартная дидактика теории непрерывности множества.

**Аннотация:** в статье рассматриваются вопросы нестандартной дидактики теории непрерывности множества. Изучаемые понятия: открытое и замкнутое множество, база окрестностей точки, проколотый элемент, счётный базис, непрерывность множества.

# NONSTANDARD SET THEORY

***K.V. Urda*** [1)]***, K.V. Chasov*** [2)]

1) the student Armavir mechanics-technological Institute (branch) Kuban state technological University, city of Armavir, Russia, kostya.urda@bk.ru .
2) Ph. D., associate Professor, Armavir mechanics-technological Institute (branch) Kuban state technological University, city of Armavir, Russia, chasov_kv@mail.ru.

**Keywords:** open and closed sets, neighborhood bases, countable basis, non-standard didactics of set continuity theory.

**Abstract:** The article deals with non-standard didactics of the theory of continuity of a set. Concepts under study: open and closed sets, base of neighborhoods of a point, punctured element, countable basis, continuity of a set.

Введение нестандартной теории множеств имеет своей целью не столько упростить изложение теории – упрощённая теория теряет строгость изложения и не может считаться научной, а выстроить логичную систему понятий, теорем и доказательств без потери строгости и, при этом, достаточно краткую, более понятную для студентов и школьников с тем, чтобы вчерашние школьники в институте могли бы осваивать эту теорию как продолжение изученного в школе и на том же уровне.

Нестандартную теорию множеств предложили ещё в прошлом веке учёные Тульчий В.И. и Тульчий В.В. ([1], [2]) для студентов вузов. Тульчием В.И., кроме того, была предложена логико-речевая символика (ЛРС) ([3], [2]). Нестандартная теория множеств была адаптирована для школьников одним из авторов настоящей статьи (Часов К.В.) ([4]). Соавтор (Урда К.В.) подготовил слайд-примеры в виде плёнки с распечаткой графиков множеств и слайды в электронном виде для презентаций, самостоятельно изобразив приведённые ниже рисунки по рассматриваемым вопросам теории.

Во время изучения указанной выше нестандартной теории множеств обучающиеся знакомятся со следующими теоретико-множественными понятиями.

- *открытое и замкнутое* множество,
- *база* окрестностей точки $a$ на множестве $E$, т.е.
  $B(a;\ на\ E) = \{B_\alpha\}$, или $B_E = \{B_\alpha\}$, где $B_\alpha$ – элемент базы,
- *проколотый* элемент $\overset{o}{B}_\alpha$,
- база окрестностей $\{B_{1\alpha}\}$ *более тонкая*, чем база $\{B_{2\alpha}\}$ окрестностей данной точки по универсуму $\boldsymbol{U}\supset E$, т.е. когда $B_{1\alpha} \subset B_{2\alpha}$,
- *счётный* базис, элементы которого образуют последовательность $\{B_n\}$,
- баз окрестностей по
  - точкам области определения функции *D*, т.е. $B_D(M_0)$,
  - точкам графика функции, т.е. $B_G(P_0)$,
  - точкам области значений функции *R*, т.е. $B_R(a)$.

На конкретных слайдах-примерах из $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{R}^2$ и $\boldsymbol{R}^3$ нами особое внимание уделяется *предельной* точке множества $E$, которая может и не принадлежать *E*, но всегда принадлежит универсуму $\boldsymbol{U}\supset E$ и является пределом множества *E*, если она у него *единственная* (понятие предела обучающиеся к этому моменту уже должны знать).

Обучающиеся с помощью проецируемого на экран графика действительной функции одной и двух переменных самостоятельно записывают в тетради теоретико-множественное определение графика функции и формулы (рисунок 1):

- предела этих графиков *G(f)* по базе окрестностей $B_G(P_0)$,
- пределы графически заданных функций точки по базе $B_D(M_0)$.

И ещё раз убеждаются в *инвариантности* этих записей, независимо от числа координат предельной точки $M_0$.

Аналогичным образом повторяются понятия метрики и нормы.

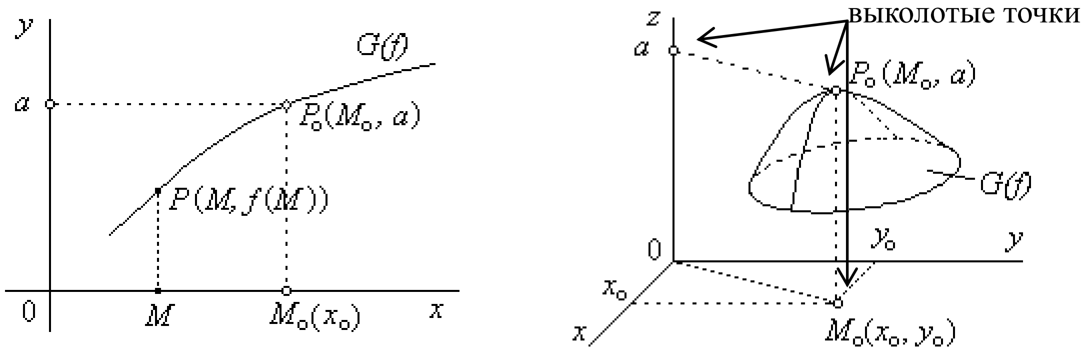


**Рисунок 1 – Изображения введённых понятий**

Повторение завершается слайдом (рисунок 2), где $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\}$, с помощью которого обучающиеся самостоятельно в тетрадях (а затем один из них у доски) делают символическую запись предела по Картану, Коши и Гейне для действительной функции одной переменной.

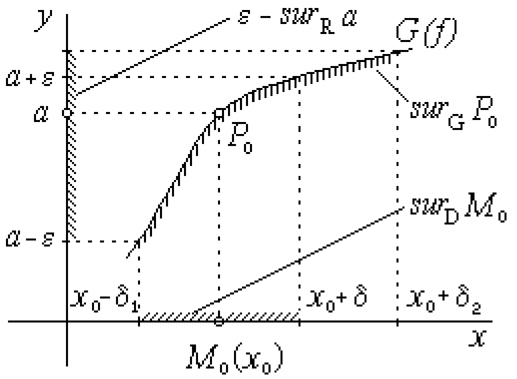


**Рисунок 2 – Изображения введённых понятий**

Домой обучающиеся получают задание:

С помощью составленной по слайду символической записи предела составить символическую запись определений предела функции точки по Картану, Коши и Гейне и сделать своё заключение о характере их *отличия* и *идентичности*.

Далее, используя понятие предела множества (в частности *функционального* множества) вводится понятие его *локальной* непрерывности.

Затем, с помощью символической записи предела функции показывается слайд с определением локальной непрерывности функции *точки* по Картану, Коши и Гейне, далее на основании известного учащимся принципа *предельного перехода* (ПП-принципа) формулируются свойства функций локально непрерывных в некоторой точке $M_o$, (т.е. свойства суммы, произведения и частного двух непрерывных функций).

Логическая прозрачность и простота (не упрощённость) изложения свойств непрерывности функций в нестандартном анализе (Н-анализе) становится очевидной, если *сравнить* доказательства теорем Вейерштрасса, Коши и Кантора о свойствах непрерывных на компакте функций, которые *только* для случая функций *одной* действительной переменной занимают несколько страниц сложного математического текста (теоремы 2, 3, 4 стр.169-174, [5]) на очень трудно усваиваемом языке «ε - δ», с буквально четырёхстрочным доказательством соответствующей *обобщённой* (для *любых* функциональных зависимостей!) теоремы Н-анализа.

В качестве примера результативности нестандартной дидактики можно сравнить изложение почти на страницу теоремы Кантора (о равномерной непрерывности), данное в учебнике В.А. Зорича ([5], с.173) и в Н-анализе (в 7 строк). При этом приведённое в Н-анализе доказательство имеет силу для *любой* функциональной зависимости, т.е. *инвариантно* по отношению к действительной, векторной или комплексной функции.

Можем сделать вывод, что нестандартная теория непрерывности множеств (а значит и функций посредством принципа топологической эквивалентности) носит *инвариантный* (относительно вида функциональной зависимости) характер и отличается от традиционных технологий логической простотой и прозрачностью символических записей, что поможет выпускникам школ успешнее преодолевать разрыв между «школьным» и «вузовским» анализом.

**Список использованных источников:**

1. Тульчий В.В. Некоторые концепции нестандартного математического анализа и связанные с ними дидактические минициклогрммы.- // Материалы VI международной конференции “Циклы природы и общества”.- Ч.I.- Ставрополь, 1998.- с. 174-176
2. Тульчий В.И., Тульчий В.В. Основы нестандартного математического анализа (учебно-методическое пособие для студентов).- Армавир.- 1998.- 281 с.
3. Тульчий В.И., Тульчий В.В. Обобщённая математическая символика в сочетании с телевидением, видеозаписью и ЭВМ– эффективное средство интенсификации процесса самообучения студентов.- М.: Деп. В НИИПВШ, № 267-90, 1981
4. Часов К.В. Элементы нестандартного анализа и логико-речевая символика – как средства повышения математической культуры учащихся

средней школы: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 - Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования) / Дагестанский гос. пед. ун-т. Махачкала, 2000. 176 с.

5. Зорич В.А. Математический анализ. Ч.I. М., Наука. 1981, 544 с.