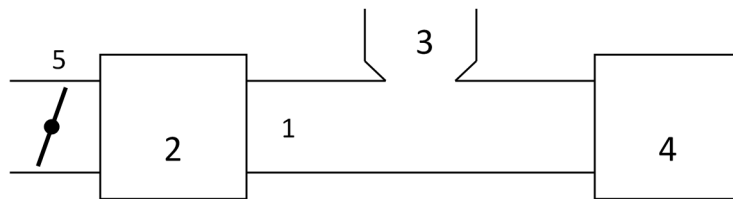


УДК 681.3

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ ПНЕВМОДОЗИРОВАНИЯ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

Суэтина Т.А., Марсов В.И., Колбасин А.М., Тан Цзюня

Специфической особенностью совмещенных процессов пневмотранспортирования и пневмодозирования сыпучих материалов является их быстротечность, определяемая в первую очередь изменением давления в материалопроводе и не позволяющая эффективно поддерживать режим устойчивого транспортирования аэросмеси с помощью традиционных систем регулирования по отклонению. Поэтому необходимы разработка оптимальной по быстродействию автоматической системы регулирования и выбор соответствующей структуры регулятора. Наиболее общая схема пневмотранспортной установки представлена на рис.1. Она включает в себя: воздуходушную машину, производительность которой регулируется заслонкой, загрузочное устройство, транспортный трубопровод, разгрузитель и пылеулавливающее устройство.



Рисисунок 1 - Функциональная схема пневмотранспортной установки:

1 – пневмопровод, 2 – воздуходушная машина, 3 – питатель, 4 – разгрузитель, 5 – заслонка

Объект управления материалопровод вместе с воздуходушной машиной, заслонкой, положение которой изменяется исполнительным механизмом, описывается дифференциальным уравнением второго порядка:

$$T \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = kU, \quad (1)$$

где x - расход несущей среды воздуходушной машины; U - управляющее воздействие по изменению расхода воздуха, поступающего в материалопровод.

Уравнение (1) характеризует объект, состоящий из интегрирующего и инерционного звеньев, соединенных последовательно.

Требуется найти алгоритм управления, переводящий объект из положения $x = 0$, $\dot{x} = 0$ при $t = 0$ в положение $x = x_n$, $\dot{x} = 0$ за минимальное время; на управляющее воздействие наложено ограничение $|U| \leq U_{\max}$.

Обозначив $\frac{dx}{dt} = x_1$ и запишем уравнение (1) в виде системы двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} T \frac{dx_1}{dt} + x_1 &= kU; \\ \frac{dx}{dt} &= x_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Приведем систему (2) к нормальному виду и обозначим

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \frac{1}{T}(kU - x_1) = f_1; \\ \frac{dx}{dt} &= x_1 = f_2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Используя (3), составляем уравнения для сопряженных переменных гамильтониана φ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varphi_1}{dt_1} &= -\left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \varphi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \varphi_2 \right] = -\left[\frac{\partial \frac{1}{T}(kU - x_1)}{\partial x_1} \varphi_1 + \frac{\partial x_1}{\partial x_1} \varphi_2 \right] = \frac{1}{T} \varphi_1 - \varphi_2; \\ \frac{d\varphi_2}{dx} &= -\left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \varphi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \varphi_2 \right] = -\left[\frac{\partial \frac{1}{T}(kU - x_1)}{\partial x_2} \varphi_1 + \frac{\partial x_1}{\partial x_2} \varphi_2 \right] = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Из уравнений (4) находим решения для функций φ_1 и φ_2 :

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \tilde{N}_1; \\ \varphi_1 &= -e^{\frac{t}{T}} \left[\int \tilde{N}_1 e^{-\frac{t}{T}} dt + \tilde{N}_2 \right] = \tilde{N}_0 - \tilde{N}_2 e^{\frac{t}{T}}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Составим гамильтониан

$$H = \varphi_1 \frac{1}{T}(kU - x_1) + \varphi_2 x_1. \quad (6)$$

Учитывая значения φ_1 и φ_2 , полученные в системе (5), и рассматривая только член, зависящий от U , находим:

$$H' = \varphi_1 \frac{1}{T} kU = \left(C_0 - C_2 e^{\frac{t}{T}} \right) \frac{1}{T} kU. \quad (7)$$

Чтобы гамильтониан имел максимальное значение, как это требуется по принципу максимума, необходимо соблюсти равенство $U = U_{\max}$.

Тогда

$$H'_{\max} = \left(C_0 - C_2 e^{\frac{t}{T}} \right) \frac{k}{T} U_{\max}. \quad (8)$$

Необходимо, чтобы U_{\max} меняло столько раз свой знак, сколько его меняет функция $\varphi_1 = C_0 - C_2 e^{\frac{t}{T}}$:

$$\sigma = \text{sign} \varphi_1(t_1) = \text{sig} \left(C_0 - C_2 e^{\frac{t}{T}} \right) \quad (9)$$

Отсюда следует, что оптимальное управление $U(t)$ является кусочно-постоянной функцией, которая принимает значения $\pm U_{\max}$ и имеет не более двух интервалов постоянства, так как функция φ_1 при любых значениях C_0 и C_2 не более одного раза меняет знак на отрезке времени τ . Учитывая сказанное, получаем алгоритм управления

$$U(t) = \sigma U_{\max},$$

где $\sigma = \pm 1$.

После окончания управления $U = 0$. Отметим, что при определенной совокупности граничных условий управление может иметь и один интервал.

Алгоритм управления будет состоять из двух интервалов управления $\pm U_{\max}$. Определим моменты переключения t_1 и t_2 и оптимальный переходный процесс $x(t)$.

Моменты переключения определяются функцией оптимального управления

$$t_i = f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n; \bar{x}_0; \bar{x}_n; U_{\max}).$$

Для нахождения этой функции применим метод стыкования решений дифференциальных уравнений со знакопеременной правой частью.

Решение уравнения (1) на первом интервале управления

$$x(t) = C'_0 t + C'_1 + C'_2 e^{-\alpha t},$$

где $C'_0 = kU$, C'_1 и C'_2 — постоянные интегрирования на первом интервале управления; $-\alpha = -\frac{1}{T}$ — корень характеристического уравнения.

Используя начальные условия при $t = 0$ ($x = 0$, $\dot{x} = 0$), определяем постоянные интегрирования:

$$\left. \begin{aligned} x &= C'_1 + C'_2 = 0; \\ \dot{x} &= C'_0 - \alpha C'_2 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Из системы (10) находим:

$$\left. \begin{aligned} C'_1 &= -\frac{kU}{\alpha}; \\ C'_2 &= \frac{kU}{\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Решение уравнения (1) на втором интервале управления

$$x(t) = C''_0 t + C''_1 + C''_2 e^{-\alpha t},$$

где $C''_0 = -kU$, C''_1 и C''_2 — постоянные интегрирования.

Используя условия на конец управления при $t = t_2$ ($x = x_n$, $\dot{x} = 0$), определяем постоянные интегрирования:

$$\left. \begin{aligned} x_n &= C''_0 t_2 + C''_1 + C''_2 e^{-at_2}; \\ \dot{x} &= C''_0 - \alpha C''_2 e^{-at_2} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Из системы (12) определяем:

$$\left. \begin{aligned} C''_1 &= x_n + kUt_2 + \frac{kU}{\alpha}; \\ C''_2 &= -\frac{kU}{\alpha e^{-at_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Стыкуем решения в момент переключения t_1 :

$$\left. \begin{aligned} C'_0 t_1 + C'_1 + C'_2 e^{-at_1} &= C''_0 t_1 + C''_1 + C''_2 e^{-at_1}; \\ C'_0 - \alpha C'_2 e^{-at_1} &= C''_0 - \alpha C''_2 e^{-at_1}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Из системы (13) и (14) определяем:

$$\left. \begin{aligned} C'_1 - C''_1 &= -x_n - kUt_2 - \frac{2kU}{\alpha}; \\ C'_2 - C''_2 &= \frac{kU}{\alpha} (1 + e^{-at_2}). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Исключая постоянные интегрирования C'_1, C'_2, C''_1, C''_2 из системы уравнений (15), получаем два уравнения для определения моментов переключения:

$$\left. \begin{aligned} e^{-at_2} - 2e^{-at_1} + 1 &= 0; \\ t_2 - 2t_1 + \frac{x_n}{kU} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Определим моменты переключения. Из второго уравнения системы (16) выразим

$$t_2 = 2t_1 - \frac{x_n}{kU}. \quad (17)$$

Подставив уравнение (17) в первое уравнение системы (16), будем иметь

$$e^{a\left(2t_1 - \frac{x_n}{kU}\right)} - 2e^{-at_1} + 1 = 0$$

или, умножив каждый член выражения на $e^{\frac{\alpha x_n}{kU}}$, получим

$$\left(e^{-at_1}\right)^2 - 2e^{\frac{\alpha x_n}{kU}} e^{-at_1} + e^{\frac{\alpha x_n}{kU}} = 0.$$

Обозначим $e^{at_1} = y$, тогда

$$y^2 - 2e^{\frac{\alpha x_n}{kU}} y + e^{\frac{\alpha x_n}{kU}} = 0.$$

Решением системы уравнений (16), будет корень $e^{\alpha t_1} = y_1$; откуда

$$t_1 = \frac{1}{\alpha} \ln y_1;$$

$$t_2 = 2t_1 - \frac{x_n}{kU}.$$

Работа алгоритма управления при $T=0,62$ с; $k= 0,0023$; $|U| \leq U_{\max} = 220$ ед., показан на рисунке 2.

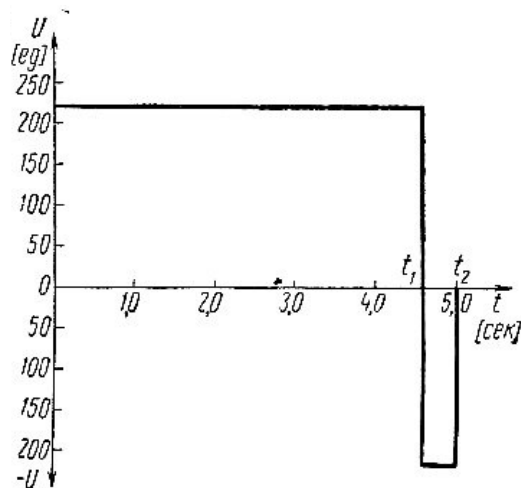


Рисунок 2 – Работа алгоритма управления

Алгоритм оптимальной системы управления процессами пневмотранспортирования и пневмодозирования состоит из двух интервалов управления и переключением системы в моменты t_1 и t_2 .

Список информационных источников

Адаптивные системы автоматического управления // Под ред. В.Б. Яковлева. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1984. – 204 с.