

ОБОСНОВАНИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФУНКЦИЙ ЛАГЕРРА В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ НАУЧЕНИЯ-ЗАБЫВАНИЯ

Ягудаев Г.Г.

В целом, согласно концепции переработки информации, человек - активный участник процесса научения (как и в некоторых вариантах теории переработки информации). В процессе переработки информации прослеживается тот поток информации, который обычно возникает на стадии начального восприятия, и происходит ряд когнитивных процессов, которые завершаются реакцией человека или изменением состояния памяти. Например, посмотрев на картину, мы должны сначала выполнить процесс распознавания изображения, а затем, по всей вероятности, установить ассоциативную связь с чем-то, с чем мы уже сталкивались раньше, и постараться сохранить это изображение путем запоминания.

По сравнению с традиционными бихевиористскими теориями в подходах, основанных на принципах переработки информации, больше внимания уделяется вопросу о способах интерпретации поступающей информации. Отводя важное место тому, что можно назвать когнитивным опосредованием, теории, основанные на принципах переработки информации, в целом оказываются гораздо более сильными и поэтому лучше приспособленными, чем бихевиористские теории, для объяснения сложных процессов мышления, которые могут происходить во время научения.

Вероятно, наиболее характерная черта информационного подхода — попытка провести аналогию между человеком и вычислительной системой. Человека (подобно компьютеру) можно рассматривать как устройство манипулирования с символами, состоящее из 1) более или менее постоянной памяти, в которой хранятся все данные, используемые данной системой, 2) главной оперативной памяти, в которой хранятся данные, обрабатываемые или пересылаемые в данный момент, 3) программного обеспечения, или набора программ, которые по существу представляют собой списки инструкций (команд), подлежащих выполнению, и 4) центрального процессора, с помощью которого на основании программ задаются циклы операций. Данный раздел содержит материал, расположенный в соответствии с четырьмя перечисленными компонентами системы переработки информации у человека, которые можно переименовать соответственно как 1) декларативная память, 2) рабочая память, 3) процедурная память и 4) система переработки.

В случае итеративного научения (ИН) можно считать, что на его результативные характеристики влияют две входные переменные – информация о значении выходной переменной и параметры окружающей среды – внешние условия [1]. Если бы на каком-то шаге изменились оба значения входных переменных, то результаты научения на этом шаге и на предыдущем были бы просто несравнимыми – нельзя было бы сказать, почему реализовалось именно такое значение выходной переменной: потому, что

обучаемая система повела себя соответствующим образом, или потому, что изменились условия ее функционирования.

Поэтому постоянство внешних условий является существенной характеристикой ИН. Для сравнимости результатов научения в различные моменты времени (использование количественного описания), даже при постоянных внешних условиях, важно также постоянство цели научения. Проведен сравнительный анализ функций научения, сведенных в таблицу 1.

Таблица 1 - Функции научения - забывания

$y = a - b \cdot e^{-c \cdot n}$	y – усвоение (число правильных воспроизведений); n – число испытаний; a – предел усвоения при $n \rightarrow \infty$; b и c – константы
$y = \frac{b \cdot e^{A \cdot n}}{c + e^{A \cdot n}}$	y – усвоение; n – число испытаний; $A = ab$; a и c – константы; b – предел усвоения при $n \rightarrow \infty$
$y = \frac{a \cdot (n + c)}{(n + c) + b}$	y – усвоение; n – число испытаний; a и c – константы; b – скорость научения

В качестве основной результативной характеристики ИН принимается критерий уровня научения. В качестве критерия уровня научения в работе исследовались следующие характеристики [2]:

- временные (время выполнения действия, время операции, время реакции, время, затрачиваемое на исправление ошибки, и т.д.);
- скоростные (производительность труда, скорость реакции, скорость движения и т.д. – величины, обратные времени);
- точностные (величина ошибки в мерах физических величин (миллиметрах, углах и т.п.), количество ошибок, вероятность ошибки, вероятность точной реакции, действия и т.д.);
- информационные (объем заучиваемого материала, объем перерабатываемой информации, объем восприятия и т.д.). Все эти характеристики представляют собой динамические процессы научения-забывания учебной информации. В связи с этим в работе предлагается использование процессно-ориентированной концепции, направленной на моделирование функционирования таких систем.

При постоянном количестве информации, поступающей в единицу времени, "идеальная память" запоминает всю информацию. В реальной памяти количество запоминаемой в единицу времени информации убывает с ростом уже запомненной информации (замедленная асимптотичность). После окончания процесса обучения идеальная память сохраняет информацию неограниченно долго, а в реальной памяти количество информации после окончания процесса обучения монотонно убывает (забывание), причем текущая скорость забывания пропорциональна объему имеющейся на данный момент информации $I(t)$ (рисунок 1).

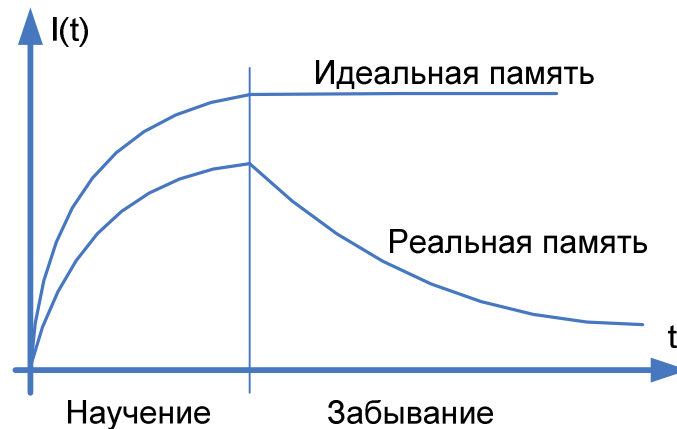


Рисунок 1 - Модель реальной и идеальной памяти

Предположения о постоянстве (или ограниченности) количества информации, поступающей или перерабатываемой обучаемой системой в единицу времени, используются практически во всех теоретико-информационных моделях итеративного научения. Стоит отметить, что скорость обучения, определяемая константами, определяющими положение кривых, не зависит от темпа поступления информации – внешнего параметра, а определяется только параметрами самого обучаемого.

В результате оценки индивидуальных свойств формируется функция забывания учебной информации. Для построения модели этой функции в работе выделен ряд характеристических свойств.

Пусть $G(t) = M\xi(t|S_0)$ – функция научения (забывания), как тренд случайного нестационарного процесса, где S_0 – начальный уровень знаний. Предполагается, что функция $G(t)$ непрерывна на всем интервале моделирования [3]. Процесс научения является безинерционным, если $\forall t > 0 \ G(t) = \text{Const}$. Это условие выполняется лишь в случае идеальной памяти. Процесс является инерционным, если:

$$\exists t^* > 0: G(t^*) \neq 0 \text{ и } \lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = 0. \quad (1)$$

Условие существования предела выполняется в силу существования стационарного распределения исследуемого процесса. Для процессов научения достаточно типичны монотонные тренды. Свойства монотонности дают возможность исследовать качественные характеристики процессов. Для идентификации функций в работе используется отношение стохастического порядка между случайными величинами ξ_1 и ξ_2 , которое определяется соотношением:

$$\xi_1 \prec \xi_2 \Leftrightarrow \Phi_1 \prec \Phi_2, \quad \Phi_1 \prec \Phi_2 \Leftrightarrow \forall x, \quad \Phi_1(x) \geq \Phi_2(x), \quad (2)$$

где: “ $\prec$ ” – отношение стохастического порядка; Φ_1, Φ_2 – функции распределения случайных величин ξ_1 и ξ_2 . Случайный процесс научения $\xi(t)$ является монотонно возрастающим по t относительно “ $\prec$ ” при начальных условиях S_0 , если:

$$\forall t_1, t_2 \quad t_1 \leq t_2 \Rightarrow \xi(t_1 | S_0) \prec \xi(t_2 | S_0). \quad (3)$$

Это свойство также представляет свойство внутренней монотонности процесса. Процесс монотонный - если $t_1 > t_2 \Rightarrow G(t_1) > G(t_2)$. Процесс является монотонно инерционным - если существует интервал $(0, t^*)$, на котором $G(t)$ сохраняет значение $G(0)$, а на интервале (t^*, ∞) определен монотонный процесс. Случайный процесс представляет монотонный процесс с запаздыванием, если:

$$\exists t^* > 0: \forall t \in (0, t^*) G''(t) > 0 \wedge \forall t > t^* G''(t) < 0. \quad (4)$$

В общем случае, переходный процесс восприятия материала является монотонным процессом с запаздыванием.

В общем случае для моделирования процессов такого класса предлагается использование функций Лагерра, которые представляют ортонормированный базис в пространстве функций с интегрируемым квадратом.

Базисные функции $L_n^*(x)$ представляют полиномы n -ой степени. Далее будет использоваться двухпараметрическая функция:

$$L(t|c, m) = e^{-ct} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{(ct)^k}{k!}, \quad (1)$$

где: c - определяет временные характеристики затухания процесса, а m - запаздывание процесса. На рисунке 2 представлен график этого семейства функций для различных порядков полиномов.

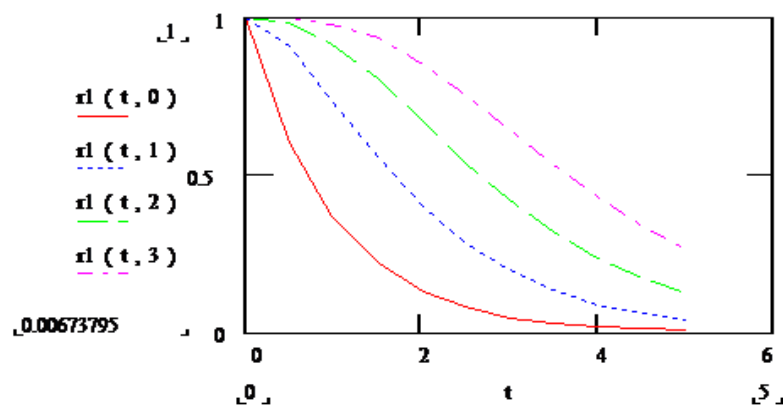


Рисунок 2 - Семейство функций Лагерра забывания и научения

Данные параметры для каждого субъекта различаются в плане моделирования процесса научения и процесса забывания. Так для процесса забывания информации значение m может быть достаточно велико, в то время как для научения оно достаточно мало.

Вычислительный алгоритм рекуррентной схемы генерации кусочно-непрерывной функции процесса научения-забывания на основе функций Лагерра в терминологии MathCad имеет вид:

$$\begin{array}{l}
X := \left| \begin{array}{l}
R_0 \leftarrow 0 \\
tf \leftarrow 0 \\
\text{for } i \in 1..100 \\
\quad \left| \begin{array}{l}
R_i \leftarrow R_{tf} \cdot e^{-a \cdot (i-tf)} \quad \text{if } B_i = 0 \wedge B_{i-1} = 0 \\
R_i \leftarrow R_{tf} + (1 - R_{tf}) \cdot [1 - e^{-a \cdot (i-tf)}] \quad \text{if } B_i = B_{i-1} \wedge B_i = 1 \\
tf \leftarrow i - 1 \quad \text{if } B_i \neq B_{i-1} \wedge B_i = 0 \\
tf \leftarrow i - 1 \quad \text{if } B_i \neq B_{i-1} \wedge B_i = 1 \\
R_i \leftarrow R_{tf} \cdot e^{-a \cdot (i-tf)} \quad \text{if } B_i \neq B_{i-1} \wedge B_i = 0 \\
R_i \leftarrow R_{tf} + (1 - R_{tf}) \cdot [1 - e^{-a \cdot (i-tf)}] \quad \text{if } B_i \neq B_{i-1} \wedge B_i = 1
\end{array} \right. \\
R
\end{array} \right. \quad (2)
\end{array}$$

Выборочные траектории функций научения-забывания представлены на графике (рисунок 3)

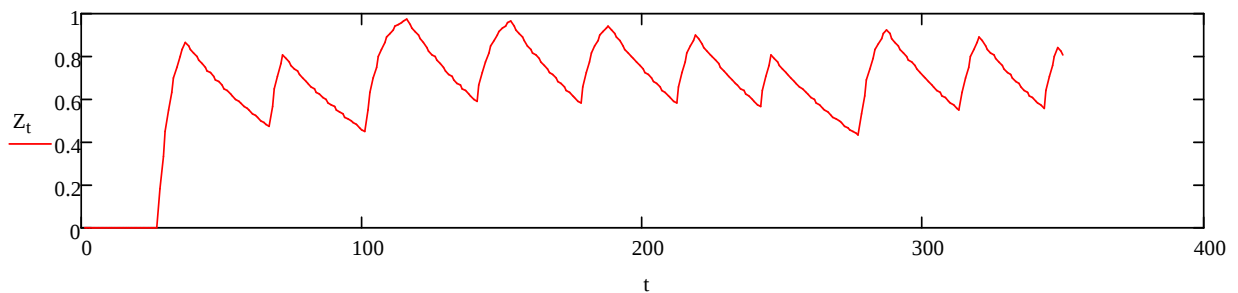


Рисунок 3 - Выборочные траектории функций забывания

Стоит отметить, что скорость поступления информации в долговременную память (0,7 бит/с) меньше, чем в кратковременную память (16 бит/с). Лучше всего приспособиться к небольшой скорости запоминания можно путем повторного изложения учебного материала. При этом материал – особенно его важнейшие части – должен варьироваться, то есть преподноситься с другим акцентом, в новых взаимосвязях, с другими примерами, с использованием иных форм представления учебного материала. Подобные меры способствуют лучшему усвоению и запоминанию. Также для предупреждения забывания должно использоваться повторение материала как сразу после его изложения, так и систематически в дальнейшем.

Кроме того, для немарковских процессов функция автокорреляционная функция имеет достаточно сложный вид. Поэтому для ее приближения необходимо использовать полные системы функций. Применение в этом случае разложения Фурье неудовлетворительно из-за большого числа ненулевых членов, т.к. в силу предположения монотонности автокорреляция является аperiodической функцией.

Поэтому в работе предлагается также использовать функции Лагерра, что позволяет моделировать процесс научения-забывания как случайный процесс.

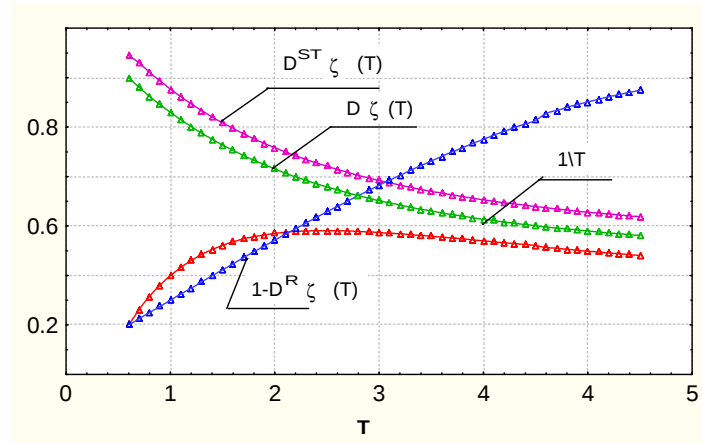


Рисунок 4 - Дисперсия среднеинтегральной оценки

Эта система функций удобна для представления экспоненциальной функции, функции Эрланга и других. Так, например, функция с запаздыванием может быть представлена суммой двух членов $r_1(t)=2L_0(t)-L_1(t)=(1+t) \cdot e^{-t}$, где $L_0^* \equiv 1$; $L_1^* \equiv 1-t$ – первые многочлены Лагерра.

Более длительную задержку можно получить увеличением степени полинома. Для выполнения свойства монотонности необходимо, чтобы производная функции на всей допустимой области была отрицательной. Операции интегрирования и дифференцирования не выводят элементы из этой системы. Поэтому монотонно убывающую функцию можно получить интегрированием отрицательной на всей области функции. Этому условию удовлетворяют функции, обращенные к

распределениям Эрланга $E_r(x) = \frac{r\mu(r\mu x)^{r-1}e^{-r\mu x}}{(r-1)!}$.

Так как эта функция представляет плотность распределения, то интеграл от нее на всей области равен 1. Поэтому для автокорреляционной функции справедливо

$$\text{представление } r(t) = 1 - \int_0^t E_r(x) dx.$$

При вычислении этого интеграла применяем формулу интегрирования по частям, что дает $\int x^n \cdot e^{\alpha x} dx = e^{\alpha x} \cdot \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k x^{n-k} n!}{\alpha^{k+1} (n-k)!}$.

В результате делая замену переменных получаем

$$r(t) = e^{-t} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{t^k}{k!} \quad (3)$$

Будем использовать это выражение для вычисления математического ожидания и дисперсии оценки. В результате получим выражение

$$\begin{aligned}
R(t) &= \int_0^T r(t) dt = \int_0^T e^{-t} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{(t)^k}{k!} dt = \\
&= \sum_{k=0}^m \frac{1}{k!} e^{-t} \cdot \int_0^T t^k e^{-t} dt = \sum_{k=0}^m \frac{1}{k!} \sum_{i=0}^k \frac{t^i k!}{(k-i)!} e^{-t} \Bigg|_0^T = \sum_{k=0}^m \sum_{i=0}^k \frac{t^i}{i!} e^{-t} \Bigg|_0^T = \\
&= \sum_{k=0}^m \frac{(m-k) \cdot t^k}{k!} e^{-t} \Bigg|_0^T = e^{-T} \cdot \sum_{k=0}^m \frac{m-k}{k!} T^k - m.
\end{aligned}$$

В заключении предлагаются практические правила научения, которые может использовать человек для достижения максимальной эффективности научения. Они заимствованы из разных источников, включая учебники по когнитивной психологии и психологии образования, а также практические руководства. В работе [4] даны аналогичные рекомендации, а также их обоснование в рамках когнитивной теории.

1. *При изучении материала ищи смысл.* Центральный тезис этой главы, связанный с научением, — утверждение, что память организована таким образом, чтобы перерабатывать смысловую сторону поступающей на вход информации. Отсюда следует, что для наиболее эффективного использования памяти обучающийся должен активно выделять смысловую сторону того материала, который изучает. Когда изучаемый материал на первый взгляд внутренне неорганизован, как в случае множества списков процедур или списка элементов в таксономии, обучающийся может использовать некоторые из мнемонических приемов для выделения смысла, которые были описаны выше. Если же осмысленность изучаемого материала налицо, как в случае работающих систем или текстов, обучающийся должен попытаться понять всю систему в целом, а также то, каким образом и почему отдельные ее компоненты образуют целое. Эти стратегии могут показаться громоздкими и даже противоречащими здравому смыслу, поскольку требуют, чтобы обучающийся не только пассивно кодировал поступающую информацию, но и активно искал сложные связи в материале, которые позволили бы соотнести новый материал с тем, который он уже знает. Несмотря на то что активным стратегиям присущ характер своеобразного «авансирования», их использование приводит к громадному выигрышу в эффективности научения.

2. *Используй стратегии, минимизирующие объем запоминаемого материала.* Давно установлено, что имеются жесткие ограничения на количество информации, которое может быть обработано в единицу времени, и что рабочая память быстро перегружается при непрерывной обработке поступающей информации.

3. *Изучай, изучай, изучай.* Многие из обучающихся наивно полагают, что они уже запомнили какой-то объем информации после ее простого предъявления. Однако многочисленные эксперименты продемонстрировали, что чем больше материал изучается, тем глубже следы в памяти от него.

4. *Избегай отвлечения на посторонние детали.* Иногда в учебниках и руководствах изложение основного материала прерывается сообщением не относящихся прямо к делу подробностей. Обучающемуся в этом случае иногда трудно определить, что является главным и что второстепенным (именно это делает мной раз научение трудным). Наибольшая эффективность научения достигается в том случае, когда основное внимание концентрируется на подаче материала, который непосредственно связан с целями научения.

5. *Отводи время для свободного воспроизведения.* Показано, что испытуемые могут вспомнить малоизвестные факты в течение нескольких часов после того, как началась проверка на запоминание. Причиной такой задержки воспроизведения может быть поспешность испытуемого при отыскании ассоциаций. (На принципе выработки сосредоточенности основаны некоторые методики психотерапии.).

6. *Используй краткое содержание.* Одна из наиболее эффективных методик изучения текстов — использование краткого содержания. В начале многих статей, учебников и книг располагается их краткое содержание. Стоит тщательно ознакомиться с кратким содержанием, прежде чем переходить к изучению основного материала. Когда вы анализируете краткое содержание, думайте, что в нем отражено и что опущено. На основе такого анализа попытайтесь сформулировать вопросы, которые помогут вам при чтении текста.

Список информационных источников

- [1] Анализ моделей научения и забывания учебной информации в системе подготовке персонала промышленных предприятий / Жажа Е.Ю., Суэтина Т.А., Ягудаев Г.Г. // Методы и модели автоматизации поддержки управленческих решений: сб. науч. тр. МАДИ. – М.: МАДИ, 2011. – С. 15-21.
- [2] Процессно-ориентированный подход к моделированию функций научения-забывания учебной информации / Ягудаев Г.Г. // Методы и модели автоматизации поддержки управленческих решений: сб. науч. тр. МАДИ. – М.: МАДИ, 2011. – С. 22-29.
- [3] Анализ методов формирования адаптивного контента / А.В. Николаев, Л.Ф. Макаренко, Р.П. Лукашук // Инновационные методы автоматизации технологических процессов и производств: сб. науч. тр. МАДИ(ГТУ). – М., 2008. – С. 40-46.
- [4] Anderson J.R. Architecture of cognition. Cambridge, MA: Harvard University Press.