
ISSN 2306-1561

Automation and Control in Technical Systems (ACTS)

2014, No 3, pp. 13-22.

DOI: 10.12731/2306-1561-2014-3-2



Study of Characteristics of Conditionally Non-Stationary Gaussian Process in Queuing Network Systems

Borshch Vitaliy Viktorovich

Russian Federation, Ph. D., Associate Professor, Dean of the Faculty « Logistics and general transport problems».

State Technical University – MADI, 125319, Russian Federation, Moscow, Leningradsky prospekt, 64. Tel.: +7 (499) 151-64-12. <http://www.madi.ru>

borsch_vit@mail.ru

Zaitsev Dmitriy Vladimirovich

Russian Federation, Ph. D., Associate Professor, Department of «Road construction materials».

State Technical University – MADI, 125319, Russian Federation, Moscow, Leningradsky prospekt, 64. Tel.: +7 (499) 151-64-12. <http://www.madi.ru>

docdcmdiv@mail.ru

Satyshev Sergey Nikolaevich

Russian Federation, Ph. D., Associate Professor, Department of «Traffic safety».

State Technical University – MADI, 125319, Russian Federation, Moscow, Leningradsky prospekt, 64. Tel.: +7 (499) 151-64-12. <http://www.madi.ru>

satmadi@mail.ru

Lazarenko Alexander Vladimirovich

Russian Federation, Senior Lecturer.

North Caucasian branch of State Technical University – MADI, Russian Federation, 357340, Stavropol Region, Lermontov, Promyshlennaya Str., 20, Tel .: +7 (87935) 3-14-94, <http://www.skfmadi.ru>

madi_lermontov@mail.ru

Snetkova Olga Leonidovna

Russian Federation, Ph. D., Associate Professor, Department of «Road transport».

State Technical University – MADI, 125319, Russian Federation, Moscow, Leningradsky prospekt, 64. Tel.: +7 (499) 151-64-12. <http://www.madi.ru>

du@du.madi.ru

Abstract. In this article, for the purpose of the analytical study of the initial stage of modelling explores conditionally non-stationary Gaussian process, considered as a stationary Gaussian process with the specified background in the moments of time are less than zero, and the autocorrelation function. Introduces the criterion of efficiency of statistical estimation as the probability that a true interval.

Keywords: simulation experiment, the initial stage of simulation of Gaussian process, autocorrelation function, Queuing Network Systems (QNS), the trend of a random process, the interval.

ISSN 2306-1561

Автоматизация и управление в технических системах (АУТС)

2014. – № 3. – С. 13-22.

DOI: 10.12731/2306-1561-2014-3-2



УДК 004.942

Исследование характеристик условно нестационарного гауссовского процесса в сетях массового обслуживания

Борщ Виталий Викторович

Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент, декан факультета «Логистики и общетранспортных проблем».

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», 125319, Российская Федерация, г. Москва, Ленинградский проспект, д.64, Тел.: +7 (499) 151-64-12, <http://www.madi.ru>

borsch_vit@mail.ru

Зайцев Дмитрий Владимирович

Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Дорожно-строительные материалы».

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», 125319, Российская Федерация, г. Москва, Ленинградский проспект, д.64, Тел.: +7 (499) 151-64-12, <http://www.madi.ru>

docdcmdiv@mail.ru

Сатышев Сергей Николаевич

Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Организация безопасности движения».

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», 125319, Российская Федерация, г. Москва, Ленинградский проспект, д.64, Тел.: +7 (499) 151-64-12, <http://www.madi.ru>

satmadi@mail.ru

Лазаренко Александр Владимирович

Российская Федерация, старший преподаватель.

Северо-Кавказский филиал ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», Российская Федерация, 357340, Ставропольский край, г. Лермонтов, ул. Промышленная, д. 20, Тел.: +7 (87935) 3-14-94, <http://www.skfmadi.ru>

madi_lermontov@mail.ru

Снеткова Ольга Леонидовна

Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Автомобильные перевозки».

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», 125319, Российская Федерация, г. Москва, Ленинградский проспект, д.64, Тел.: +7 (499) 151-64-12, <http://www.madi.ru>

du@du.madi.ru

Аннотация. В статье для целей аналитического исследования начального этапа моделирования исследуется условно нестационарный гауссовский процесс, рассматриваемый как стационарный гауссовский процесс с заданной предысторией в моменты времени, меньшие нуля, и автокорреляционной функцией. Вводится критерий эффективности статистической оценки как вероятность принадлежности истинному интервалу.

Ключевые слова: имитационный эксперимент, начальный этап моделирования, гауссовский процесс, автокорреляционная функция, сети массового обслуживания (СеМО), тренд случайного процесса, интервал.

1. Введение

Длительность начального периода нестационарного периода выходного имитационного процесса имеет значительное влияние на точность среднеинтегральной оценки [1 – 13]. Большинство современных методов, разработанных для получения оценок по результатам имитационных экспериментов, предполагают стационарность выходного процесса и, в связи с этим, отбрасывание переходного периода [2]. В данной статье выполнен анализ точности оценки с учетом сброса статистики, накопленной на начальном периоде моделирования.

Предполагается, что производится моделирование исходно стационарных процессов [1, 3]. Нестационарность проявляется только за счет выбора начальных условий моделирования.

2. Определение характеристик выходного процесса

Предполагается, что выходной процесс имитации представляет собой стационарный эргодический процесс $\xi(t)$ и оценивается, в первую очередь,

математическое ожидание установившегося режима в виде $\zeta = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} \xi(t) dt$. При

известной автокорреляционной функции дисперсия среднеинтегральной оценки математического ожидания стационарного процесса вычисляется на основании

$D_s \zeta(T) = \frac{1}{T^2} \int_0^T \int_0^T r(|t - u|) dt du$. Введя обозначения $r_1(t) = \sigma^2 \left(\frac{\alpha_1}{c_1} e^{-c_1 t} - \frac{\alpha_2}{c_2} e^{-c_2 t} \right)$ и

$$r_2(t) = \sigma^2 \left(\frac{\alpha_1}{c_1^2} e^{-c_1 t} - \frac{\alpha_2}{c_2^2} e^{-c_2 t} \right) \quad \text{дисперсия} \quad \text{оценки} \quad \text{примет} \quad \text{вид} \quad [10]$$

$$D_S \zeta(T) = \frac{2}{T} r_1(0) - \frac{2}{T^2} r_2(0) + \frac{2}{T^2} r_2(T).$$

На основании теоремы о нормальной корреляции получим выражение для математического ожидания процесса с заданной предысторией []

$$M\{\xi | S\}(t) = M\xi + D_{\xi\theta}(t) \cdot D_{\theta\theta}^{-1} \cdot (S - MS) = y + D_{\xi\theta}(t) D_{\theta\theta}^{-1} \cdot (S - yE), \quad \text{где } y -$$

математическое ожидание стационарного процесса; E – вектор-столбец единиц размерностью $(m+1)$.

В случае проведения имитационного эксперимента с отбрасыванием статистики, накопленной за время переходного периода Δ , математическое ожидание среднеинтегральной оценки примет вид $M\zeta(T, \Delta) = \frac{1}{T - \Delta} \int_{\Delta}^T M\xi(t | t_0, S_0) dt$.

Введем функцию $W(T, \Delta) = \frac{1}{T - \Delta} \int_{\Delta}^T D_{\xi\theta}(t) \cdot dt$. Стационарная составляющая дисперсии будет представлять следующий интеграл

$$D_S \zeta(T, \Delta) = \frac{1}{(T - \Delta)^2} \int_{\Delta}^T \int_{\Delta}^T r(|t - u|) dt du.$$

Выражение для нестационарной составляющей будет определено как

$$D_N \zeta(T, \Delta) = W(T, \Delta) \cdot D_{\theta\theta}^{-1} \cdot W^T(T, \Delta). \quad (1)$$

В результате выражения для математического ожидания и дисперсии можно представить в виде:

$$\begin{aligned} M\zeta(T, \Delta) &= y + W(T, \Delta) \cdot D_{\theta\theta}^{-1} \cdot (S - y \cdot E) \\ D\zeta(T, \Delta) &= D_S \zeta(T, \Delta) - D_N \zeta(T, \Delta) \end{aligned} \quad (2)$$

Выполним анализ стационарной составляющей дисперсии. Для введенной автокорреляции дисперсия среднеинтегральной оценки стационарного процесса будет равна:

$$D_S \zeta = \frac{1}{(T - \Delta)^2} \int_{\Delta}^T \int_{\Delta}^T r(|t_1 - t_2|) \cdot dt_1 dt_2 = \frac{2}{(T - \Delta)^2} \int_{\Delta}^T \left(\int_{t_2}^T r(t_1 - t_2) \cdot dt_1 \right) dt_2 \quad (3)$$

Выражая дисперсию через функции r_1 и r_2 получим:

$$D_S(\Delta, T) = \frac{2}{T - \Delta} r_1(0) - \frac{2}{(T - \Delta)^2} r_2(0) + \frac{2}{(T - \Delta)^2} r_2(T - \Delta) \quad (4)$$

Выполним анализ нестационарной составляющей дисперсии. Значение функционала W для нестационарной составляющей равно $W_i(T) = \frac{1}{T - \Delta} \int_{\Delta}^T r(t - u_i) \cdot dt$.

Окончательно, используя выражения для $r1$ и $r2$, получим:

$$W_i(\Delta, T) = \frac{1}{T - \Delta} [r_1(\Delta - u_i) - r_1(T - u_i)] \quad (5)$$

3. Анализ влияния сброса статистики на эффективность оценки

Полученные соотношения для дисперсии и математического ожидания позволяют провести анализ влияния сброса на эффективность оценки.

Математическое ожидание и дисперсию оценки следует рассматривать как функции переменных Δ , St , S , Cv , T :

$$M\zeta(\Delta) = M\zeta(\Delta|St, S, Cv, T), \quad (6)$$

$$D\zeta(\Delta) = D\zeta(\Delta|St, Cv, T). \quad (7)$$

Поскольку значение дисперсии не зависит от начальных условий моделирования, будем оценивать влияние коррелированности $Cv1=(0.2, 0.1)$, $Cv2=(0.4, 0.3)$ и общего времени моделирования. На рисунке 1 приведены графики дисперсии среднеинтегральной оценки условно нестационарного процесса в зависимости от длины интервала сброса для различных значений интервалов моделирования $T \in \{60, 100, 200\}$.

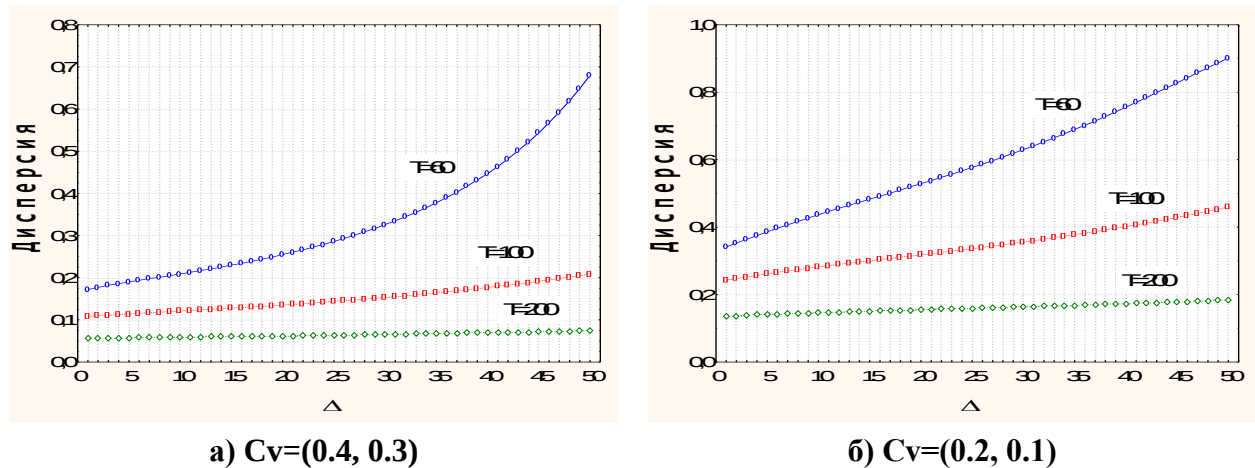


Рисунок 1 – Зависимость дисперсии от длительности интервала сброса

Из графиков видно, что длительность интервала сброса статистики существенно отражается на дисперсии оценки. В любом случае, сброс начальной статистики увеличивает дисперсию оценки, то есть уменьшает точность оценки.

На рисунке 2 приведены графики математического ожидания среднеинтегральной оценки процесса в зависимости от интервала сброса. Значение длительности интервала моделирования равно $T=200$, и в качестве начальных состояний были выбраны: $St=(0, -1)$; $S0=(0,0)$, $S1=(5,0)$, $S2=(5,5)$, $S3=(0,5)$.

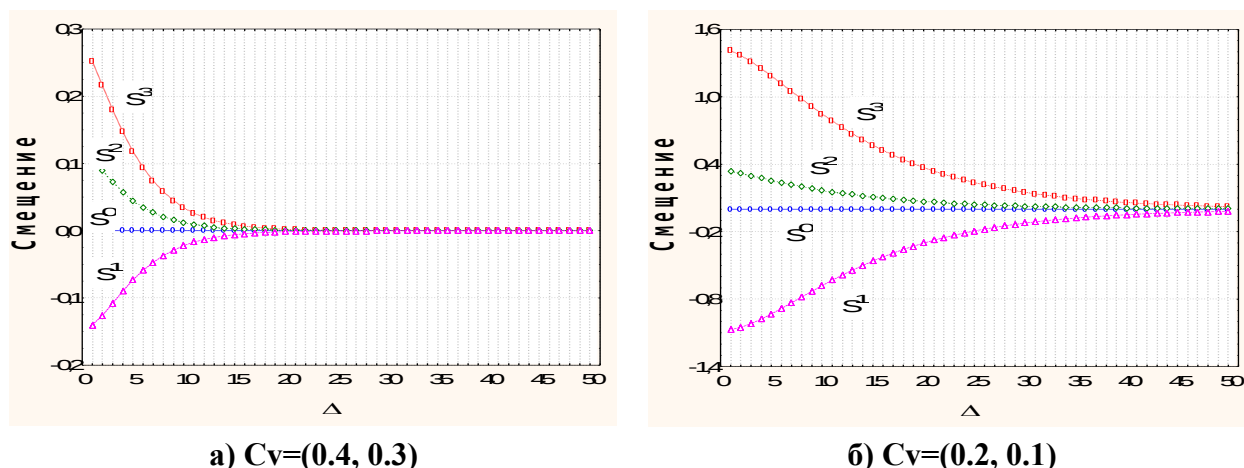


Рисунок 2 – Зависимость математического ожидания оценки от интервала сброса

Из графиков видно, что смещение математического ожидания оценки также существенно зависит от длительности интервала сброса. В любом случае, сброс уменьшает систематическую погрешность оценки среднего значения.

Таким образом, задача выбора интервала сброса начальной статистики в силу противоречивости критериев требует построения некоторой свертки исходных критериев. В качестве такой свертки предлагается использовать вероятность попадания оценки в заданный интервал погрешности.

Определение длительности интервала сброса статистики

Определим вероятность того, что значение оценки в результате моделирования будет лежать в δ -окрестности среднего значения функции y .

Эту вероятность можно рассматривать как критерий выбора длительности интервала сброса статистики. Чем больше вероятность, тем более точной является оценка среднего значения.

Вероятность принадлежности оценки δ -окрестности равна:

$$P(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot D \zeta(\Delta)}} \cdot \int_{y-\delta}^{y+\delta} \exp \left[\frac{(t - M \zeta(\Delta))^2}{2 D \zeta(\Delta)} \right] dt \quad (8)$$

При этом $P(\delta) = P(\delta | T, St, S, Cv, \Delta)$. Проведем для исследования данной зависимости полный 44 факторный эксперимент со значениями всех параметров на 4-х уровнях. В таблице 1 приведены значения варьируемых факторов.

Таблица 1 - Значения факторов

	фактор 1	фактор 2		фактор 3		фактор 4	
	T	$\Delta(D)$	$\delta(G)$ *100	S*10		Cv*10	
N				s(0)	s(-1)	c1	c2
1	300	0	0.2	0	0	0.2	0.1
2	350	50	0.25	0	5	0.3	0.2
3	400	100	0.3	5	5	0.4	0.3
4	450	150	0.35	5	0	0.5	0.4

Значения эффектов взаимодействия факторов приведены в таблице 2.

Таблица 2 - Эффекты взаимодействия факторов

Однофакторное		Двухфакторное		Трехфакторное	
1	.159723	12	.001759	123	.000000
2	.288725	13	.000000	124	.000250
3	.000000	23	.000000	134	.000000
4	1.908926	14	.001808	234	.000000
		24	.241754		
		34	.000000		

Из таблицы 2. видно, что самым существенным фактором является коррелированность процесса. Начальные условия практически не влияют на значение критерия. Из двухфакторных взаимодействий существенным является сочетание коррелированности и длительности интервала сброса.

На рисунке 3 приведены графики зависимостей вероятности, усредненной по начальным условиям для каждого значения коррелированности и каждой длительности интервала моделирования.

Из графиков видно, что при малых значениях ковариации оптимум интервала сброса лежит в окрестности нуля, т.е. неучет любых значений переходного периода приводит к уменьшению вероятности. Более того, малые длительности интервала моделирования делают оптимум более отчетливым.

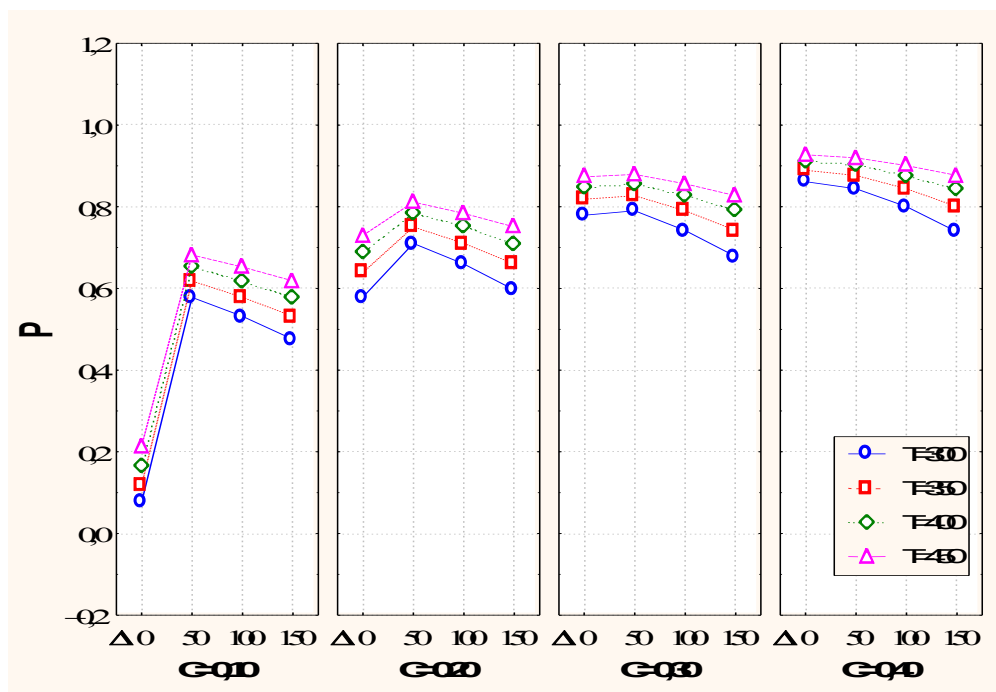


Рисунок 3 - Усредненные по начальному состоянию оценки влияния сброса

Для случая необходимости получения грубых оценок средних значений были проведены расчеты в условиях:

- $\sigma=1$,
- короткий интервал моделирования ($T=100$),
- широкий доверительный интервал ($\delta=0.5$),
- слабокоррелированный процесс $Cv=(0.4; 0.5)$.

4. Заключение

Получены выражения для дисперсии и тренда условно нестационарного процесса в зависимости от параметров автокорреляционной функции, начальных условий. Показано, что возможно описание в этом классе различного вида монотонных трендов, а, при сильной автокорреляции и далеких начальных условиях, возможно описание и немонотонного тренда. Показано, что характер дисперсии соответствует экспериментальным результатам, полученным ранее, и не зависит от начальных значений.

Проведен анализ математического ожидания среднеинтегральной оценки условно нестационарного процесса при условии сброса статистики, накопленной на начальном интервале моделирования, равном Δ . Получены аналитические выражения математического ожидания и дисперсии среднеинтегральной оценки в зависимости от величины Δ . В результате дальнейших исследований показано, что увеличение Δ уменьшает систематическую погрешность, но увеличивает дисперсию оценки. В силу этого в главе предложено выполнить свертку обоих показателей посредством определения вероятности того, что значение оценки в результате моделирования и сброса начальной статистики будет лежать в Δ - окрестности стационарного значения. Проведена серия экспериментов с целью выявления факторов, влияющих на этот показатель. Показано, что определяющим фактором является степень коррелированности процесса: при сильной коррелированности сброс необходим, однако при широком доверительном интервале и слабой коррелированности нет необходимости производить сброс статистики. При малых значениях корреляции оптимум интервала сброса начальной статистики лежит в окрестности нуля.

Таким образом, выполненное в статье исследование позволяет оценить влияние автокорреляционных свойств выходных процессов, начальных значений, длительности моделирования, длительности интервала сброса начальной статистики на точность результатов, получаемых в процессе моделирования, и разработать практические рекомендации по обработке выходного имитационного процесса с целью повышения точности и сокращения сроков моделирования

Статистические и аналитические модели выходных имитационных процессов, предложенные в статье, позволяют существенно расширить сферу исследований различных процедур организации имитационного моделирования, построения управляющих и оптимизирующих алгоритмов.

Список информационных источников

- [1] Остроух А.В. Исследование начального периода моделирования на точность среднеинтегральной оценки имитационных моделей / А.В. Остроух, А.А. Солнцев, Н.В. Солдатов, К.А. Новицкий, П.С. Якунин // Вестник МАДИ. – 2010. – Вып. 2(21). – С. 61-65.
- [2] Строганов Д.В. Алгоритм управляемого имитационного процесса в системах массового обслуживания / П.А. Тимофеев, Г.Г. Ягудаев, Б.С. Горячкин, Д.В. Строганов // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – Астрахань: Издательский дом, 2011. – № 3 (15). – С.62-70.
- [3] Строганов Д.В. Аппроксимация среднеинтегральных оценок нестационарных режимов имитационных моделей сетей массового обслуживания/ Д.В.Строганов, Е.С.Москвичев, А.А.Солнцев, В.М.Приходько, П.С.Якунин / Наука и образование: электронное научно-техническое издание. – М.: МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2012. – № 3. URL. <http://technomag.edu.ru/doc/355371.html> (дата обращения 13.08.2013).
- [4] Nikolaev, A.B., P.S. Yakunin and Y.A. Krasnov, 2013. The automatization of the management decisions support within the science-intensive production organization on the basis of a flexible feedback. The industrial ACS and controllers, 4: 3-13.
- [5] Ивницкий В.Л. Теория сетей массового обслуживания. – М.: Физматлит, 2004. – 772 с.
- [6] Хемди А. Таха. Системы массового обслуживания // Введение в исследование операций – 7-е изд. – М.: «Вильямс», 2007. – С. 629-697. – ISBN 0-13-032374-8.
- [7] Игнащенко Е.Ю., Панков А.Р., Семенихин К.В. Минимаксно статистический подход к повышению надежности обработки измерительной информации. // Автоматика и телемеханика. – 2010. – №02. – С.76-92.
- [8] Игнащенко Е.Ю., Панков А.Р., Семенихин К.В. Минимаксно статистический подход к оптимизации линейных моделей в условиях априорной неопределенности. // Изв. РАН. – ТиСУ, 2010. – № 5. – С. 32-40.
- [9] Чернявский А.И., Строганов В.Ю. Марковская модель периодичности диагностирования узлов и агрегатов // Автоматизация и управление в технических системах. – 2013. – № 3. – С. 33-40.
- [10] Борщ В.В., Лазаренко А.В., Приходько М.В., Сетевое моделирование процессов организации поставок // Автоматизация и управление в технических системах. – 2013. – № 3. – С. 61-66.
- [11] Остроух А.В., Тянь Ю. Современные методы и подходы к построению систем управления производственно-технологической деятельностью промышленных предприятий // Автоматизация и управление в технических системах. – 2013. – № 1. – С. 29-31.
- [12] Тянь Ю., Нгуен Д.Т., Чаудхари Р.Р., Остроух А.В. Автоматизированная система мониторинга производственно – технологической и организационно – экономической деятельности промышленного предприятия // Автоматизация и управление в технических системах. – 2014. – № 1.2 (9). – С. 16-31. DOI: 10.12731/2306-1561-2014-1-16.
- [13] Ostroukh A.V., Tian Yu. Development of the information and analytical monitoring system of technological processes of the automobile industry enterprise // In the World of Scientific Discoveries, Series B. 2014. Vol. 2. No 1. pp. 92-102.