ISSN 2306-1561
Automation and Control in Technical Systems (ACTS)
2015, No 2, pp. 163-171.
DOI: 10.12731/2306-1561-2015-2-14

Analysis Methods Structures of Composite Materials

Andrey Vladimirovich Ilukhin

Russian Federation, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of «Automation Industrial Process».

State Technical University – MADI, 125319, Russian Federation, Moscow, Leningradsky prospekt, 64. Tel.: +7 (499) 151-64-12. http://www.madi.ru

aviluhin@mail.ru

Vadim Israilevich Marsov

Russian Federation, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of «Automation Industrial Process».

State Technical University – MADI, 125319, Russian Federation, Moscow, Leningradsky prospekt, 64. Tel.: +7 (499) 151-64-12. http://www.madi.ru

evmarsova@rambler.ru

Mikhail Alexandrovich Astafiev

Russian Federation, Postgraduate Student, Department of «Automation Industrial Process».

State Technical University – MADI, 125319, Russian Federation, Moscow, Leningradsky prospekt, 64. Tel.: +7 (499) 151-64-12. http://www.madi.ru

alex123456789.a@yandex.ru

Sergey Mikhailovich Alumov

Russian Federation, Postgraduate Student, Department of «Automation Industrial Process».

State Technical University – MADI, 125319, Russian Federation, Moscow, Leningradsky prospekt, 64. Tel.: +7 (499) 151-64-12. http://www.madi.ru

alex123456789.a@yandex.ru

Abstract. The methods of packaging elements of the composition, is to try and randomly fill a predetermined volume by adding individual elements using a Poisson point selection as sphere centers for the densities of the filling 1/8 and higher.

Keywords: composite materials, Poisson distribution, statistical tests, filling density, sphere.

ISSN 2306-1561
Автоматизация и управление в технических системах (АУТС)
2015. – № 2. – С. 163-171.
DOI: 10.12731/2306-1561-2015-2-14

УДК 681.3

Анализ методов исследования структуры композитных материалов

Илюхин Андрей Владимирович

Российская Федерация, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Автоматизация производственных процессов».

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», 125319, Российская Федерация, г. Москва, Ленинградский проспект, д.64, Тел.: +7 (499) 151-64-12, http://www.madi.ru

aviluhin@mail.ru

Марсов Вадим Израилевич

Российская Федерация, доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов».

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», 125319, Российская Федерация, г. Москва, Ленинградский проспект, д.64, Тел.: +7 (499) 151-64-12, http://www.madi.ru

evmarsova@rambler.ru

Астафьев Михаил Александрович

Российская Федерация, аспирант кафедры «Автоматизация производственных процессов».

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», 125319, Российская Федерация, г. Москва, Ленинградский проспект, д.64, Тел.: +7 (499) 151-64-12, http://www.madi.ru

alex123456789.a@yandex.ru

Алумов Сергей Михайлович

Российская Федерация, аспирант кафедры «Автоматизация производственных процессов».

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», 125319, Российская Федерация, г. Москва, Ленинградский проспект, д.64, Тел.: +7 (499) 151-64-12, http://www.madi.ru

alex123456789.a@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрены способы упаковок элементов композиций, заключающийся в попытках случайным образом заполнить заданный объем путем добавления отдельных

элементов с помощью пуассоновского выбора точек в качестве центров сфер для плотностей заполнения 1/8 и выше.

Ключевые слова: композитные материалы, пуассоновское распределение, статистические испытания, плотность заполнения, сфера.

1. Введение

В настоящее время систематическое изучение и исследование структуры композитных материалов в основном представлено экспериментальными методами, т.к. из-за отсутствия надлежащего математического аппарата аналитические методы развиты весьма слабо [1 … 15]. Тем не менее рядом экспериментальных исследований (радиофизических, радиационных), включая работы по исследованию дифракции рентгеновского излучения показано, что внутреннее строение композитных материалов не обладает четко выраженными свойствами симметрии и анизотропии.

Слабая зависимость анизотропных отклонений от направленных воздействий является дополнительным свидетельством изотропности свойств композитных материалов. Поэтому структуру таких материалов невозможно представить в виде чередования в пространстве одинаковых геометрических фигур (как это делается в теории кристаллов), что затрудняет исследование взаимосвязей свойств композиций и их структур известными методами.

2. Обзор существующих методов решения задачи

Стохастический характер распределения структурных элементов в заданном объеме, позволяет изучать структуру композитных материалов с позиции теории вероятностей и математической статистики. Вероятностно-геометрическая концепция построения структур композиций является наиболее общей, поскольку наблюдаемый иногда дальний порядок в структуре материалов представляет собой частный случай.

При вероятностно-геометрическом рассмотрении композитных материалов процесс образования их структуры заменяется моделированием процесса случайного заполнения объема геометрическими элементами с распределенными размерами, формами и ориентацией. При этом, каждый элемент описывается рядом физических параметров материала, ограниченного поверхностями данных геометрических фигур, а процесс моделирования производится на компьютере.

Моделирование процесса заполнения объема позволяет исследовать взаимосвязи микроскопических структурных и физических свойств композиций со структурой материала, изучить процессы формирования структуры с заданными геометрическими свойствами, исследовать возможности управления процессами формирования структуры с целью получения материала с оптимальными свойствами.

Свое первоначальное развитие теория случайного заполнения получила в задачах моделирования структурных свойств моноатомарных жидкостей. Элементы такой композиции принимались сферическими по форме равных размеров, а структура композиции получалась при заданном распределений частиц в пространстве с помощью вероятностно-геометрического построения. По такой же схеме проводились аналитические исследования построения композиций с распределенными по размерам сферами с учетом максимальной плотности заполнения. Исследования проводились двумя способами построения упаковок, причем в одной из них предполагалась упаковка сфер равных и наибольших размеров. В образованные пустоты между сферами помещались сферы наибольших размеров, а в оставшиеся пустоты — сферы меньших, но максимально возможных размеров и т. д., что позволяет максимально приблизить плотность заполнения единичного объема к единице. Однако аналитическое описание такой упаковки для ряда размеров сфер затруднительно. Определены лишь четыре размера наименьших сфер для случая решетчатых упаковок с плотностью заполнения до 0,985.

Подобные расчеты были проведены и в другой системе построения упаковок, так называемой тетрагональной сфероидальной. В этих упаковках в промежутки между равными сферами наиболее плотной гексагоналыной упаковки добавлялись сферы, размеры которых могут быть малыми настолько, что они тоже образуют наиболее плотную гексагональную упаковку в промежутках между крупными сферами. Описанный процесс можно развивать далее, приближая плотность заполнения к единице.

Однако в этих исследованиях стохастичность представления структуры композиций выражена весьма слабо и не может служить основой для построения теории случайных заполнений.

3. Новые методы решения задачи

Можно рассматривать структуру композитных материалов как результат случайных процессов заполнения [4 … 7]. Способы упаковок элементов композиций будут заключаться в попытках тем или иным случайным образом заполнить заданный объем путем добавления отдельных элементов так, чтобы они не пересекались с упакованными элементами и границами упаковки. Однако этот метод упаковок является весьма общим и слабо поддается аналитическим исследованиям. Более удобной является другая схема заполнения, дающая тот же самый результат, но имеющая более строгую математическую постановку.

Для перехода к этой схеме процесс формирования упаковки необходимо считать протекающим во времени, исключая очередной выбранный элемент упаковки, положение которого разыгрывается случайным образом, если он пересекает границы упаковки или хотя бы один элемент, упакованный в предшествующий момент времени.

Местоположение каждого элемента в принятой модели выбирается случайным с пуассоновским равновероятным законом распределения в пространстве, который сохраняется лишь до тех пор, пока очередная попытка не будет отвергнута согласно принятому критерию отсева.

Используя пуассоновский закон выбора местоположения очередных элементов, окончательное распределение элементов в заданном объеме не будет подчиняться этому закона. Такой метод случайной упаковки элементов при больших плотностях заполнения не применим из-за значительных погрешностей.

Оценим максимальную плотность заполнения заданного объема, достигаемой при использовании пуассоновского принципа упаковки. Эту оценку можно получить на примере заполнения заданного объема телами сферической формы в некотором обобщенном s-мерном пространстве, где положение каждой сферы определяется координатами ее центра.

Согласно критерию принятой модели случайного заполнения, очередная попытка упаковать сферу в момент времени t° радиусом R(t°) завершится, если в области выполнится условие

$$\sum_{i=1}^{s}\left[x_i(t)-x_i\left(t^0\right)\right]^2 \geq \left[R(t)-R\left(t^0\right)\right]^2,\ 0 \leq t \geq t^0, \qquad (1)$$

где x_i – координаты пакуемой и упакованных сфер.

Каждая попытка упаковать очередную сферу будет продолжаться до тех пор, пока не будет удовлетворено условие (1), а сам процесс заполнения будем продолжать до момента, пока в заданной области не останется пуассоновских точек, удовлетворяющих этому условию. Невыполнение условия (1) означает, что между упакованными сферами точки, в которые можно было бы поместить очередную сферу без пересечения ее с ранее упакованными.

Рассмотрим формально процесс заполнения с пуассоновским выбором точек, которые соответствуют центрам упакованных сфер. Если через N обозначить число пуассоновских точек радиусом $R(t) + R(t^0)$ в некоторой выпуклой области единичного объема, то вероятность попадания центра очередной пакуемой сферы в одну из этих точек равна $e - N$.

Тогда число сфер, которое может быть упаковано в интервале времени от t^0 до $t^0 + dt$, равно:

$$dn = \alpha e^{-N} dt. \qquad (2)$$

Ожидаемое число пуассоновских точек N, равно

$$N = \alpha\gamma\int_0^{t^0}\left[R(t)+R\left(t^0\right)\right]^s dt, \qquad (3)$$

где γ - объем s-мерной сферы единичного радиуса; α - плотность точек в $(s+1)$-мерном пространстве;

$$\gamma = \frac{\pi^{s/2}}{T\left(1+{s}/{2}\right)}, \qquad (4)$$

Если процесс заполнения единичного объема упорядочить так, чтобы вначале упаковывались сферы с наибольшим радиусом, затем с монотонно убывающим радиусом сфер, сохраняя при этом заданное распределение сфер по размерам, то каждому моменту времени будет соответствовать свое значение радиуса R упаковываемой сферы. Тогда за время $T(R)$ будут упакованы сферы радиусом R и больше, количеством

$$n(R)=\alpha \int_{t^0 \le T(R)} e^{-N} dt^0. \qquad (5)$$

Функция радиального распределения является одной из важнейших и универсальных структурных характеристик композитных материалов. Эта характеристика определяет энергетическое взаимодействие частиц и необходима для вычисления и расчета целого ряда обобщенных физических свойств неоднородных материалов, к которым относятся диэлектрическая и магнитная проводимость, электрическая проводимость, теплопроводность и, наконец, характеристика деформативности, т.е. прочности. Функция радиального распределения представляет собой отношение плотности заполнения на расстоянии от центра любой фиксированной частицы к среднему значению плотности заполнения данной композиции.

Наряду с понятием функции радиального распределения имеется понятие функции радиальной плотности $\rho(r)$, которая равна плотности заполнения на расстоянии r от центра любой фиксированной частицы в композиции. Между этими двумя функциями существует очевидная однозначная связь:

$$F(r)=\rho(r)/\rho,$$

где ρ - упомянутая плотность заполнения.

Следует сделать замечание относительно обозначения $\rho(r)$. Ранее было введено понятие плотности заполнения композиций $\rho(R)$ из соотношения (5) для частиц радиусом от R и выше. Обозначение же $\rho(r)$ имеет тот физический смысл плотности, что и $\rho(R)$, но для всех размеров в упаковке на расстоянии r от фиксированной точки. В дальнейшем будем придерживаться этих же обозначений: $\rho(R)$ – плотность заполнения в данной точке для частиц радиусом от R и выше, а $\rho(r)$ – функция радиальной плотности.

Аналитический расчет функции радиального распределения для любых гетерогенных систем не представляется и возможным. Однако применительно к статистическим смесям, которые можно моделировать пуассоновскими упаковками, рассмотренными выше, имеется возможность рассчитать эту функцию для случая равных сфер.

Для того чтобы значение плотности было независимым параметром, закончим заполнение пуассоновской упаковки в заданное время T. Тогда плотность заполнения в данной упаковке будет иметь величину

$$\rho = \rho(R)\big|_{R=const} = \alpha\gamma\int_0^T R^s e^{-\alpha\gamma\int_0^{t^0}(2R)^s dt^0} dt, \tag{6}$$

где α - плотность точек в $(s+1)$-мерном пространстве; γ - объем сферы единичного радиуса в s-мерном пространстве.

После решения интегралов в выражении (6) имеем:

$$\rho = 2^{-s}\left[1 - e^{-\alpha\gamma(2R)^s}T\right]. \tag{7}$$

Значение 2-s является верхней оценкой плотности заполнения для пуассоновских упаковок равных сфер, так как в случае конечного промежутка времени это значение недостижимо.

При $T \to \infty$ функция плотности стремится к максимальному значению, равному значению плотности заполнения, определяемому функцией распределения упакованных сфер по размерам.

Соотношение (7) позволяет оценить плотность заполнения сферами для пуассоновского выбора центров сфер в упаковке. Для случая упаковок равных сфер предельное значение функции плотности равно:

$$\rho = \alpha\omega\int_0^\infty R^s e^{-\alpha\omega\int_0^{t^0}(2R)^s dt} dt^0 = 2^{-s}. \tag{8}$$

где ω – предельный объем сферы единичного радиуса.

Любое другое распределение сфер по размерам только увеличивает плотность заполнения, так как под интегралом второй член произведения растет быстрее первого. Таким образом, значение 2-s характеризует плотность упаковки, которая может быть получена путем выбора пуассоновских точек в качестве центров сфер. Для обычной трехмерной системы эта плотность равна 1/8. Таким образом, для плотностей заполнения 1/8 и выше, упаковка сфер отклоняется от пуассоновской и тем больше, чем выше плотность заполнения единичного объема, приводя к расширению зоны влияния дальнего порядка. Эта же оценка будет справедливой и для упаковок частиц не изометрической формы, для чего достаточно каждому элементу сопоставить сферу радиусом, равным половине диаметра (максимального размера) данного элемента.

При реальном построении математической модели, как в виде упаковок сфер, так и в виде упаковок несферических по форме элементов, не всегда удается получить равномерное по размерам распределение сфер. Кроме того, часто требуется получать упаковки с плотностью заполнения значительно большей, чем 2-s. Все это говорит о том, что пуассоновский выбор точек в качестве центров сфер с некоторого момента времени становится затруднительным и часть упакованных сфер не подчиняется пуассоновскому выбору.

4. Заключение

Таким образом, оценка свойств структур композитных материалов, получаемых аналитически на пуассоновском распределении элементов, становятся неприемлемыми.

Необходимы исследования методом статистических испытаний на конечных математических моделях, используя возможности компьютеров, в памяти которых можно расположить в виде матрицы обобщенные координаты элементов упаковок. На этих же моделях могут быть рассчитаны любые структурно-физические характеристики с помощью специальных программ, объединяющих алгоритмы модели случайного заполнения и расчетно-вычислительных алгоритмов конкретных физико-структурных свойств.

Можно констатировать, что способы упаковок элементов композиций, заключающийся в попытках случайным образом заполнить заданный объем путем добавления отдельных элементов с помощью пуассоновского выбора точек в качестве центров сфер для плотностей заполнения 1/8 и выше, становятся не эффективными. В этом случае упаковка сфер отклоняется от пуассоновской и тем больше, чем выше плотность заполнения единичного объема. Единственно эффективным методом исследования законов случайных заполнений является метод статистических испытаний (метод Монте-Карло), заключающийся в многократном случайном розыгрыше местоположения каждого элемента в упаковке.

Список информационных источников

[1] Комар А.Г., Баженов Ю.М., Сулименко Л.М. Технология производства строительных материалов. – М.: Высшая школа, 1990. – 446 с.

[2] Королёв К.М. Интенсификация приготовления бетонной смеси. – М.: Стройиздат, 1976. – 145 с.

[3] Лохер Ф., Рихартц Н. Особенности процесса гидратации цемента. / Труды шестого международного конгресса по химии цемента. – М.: Стройиздат, 1976. – 526 с.

[4] Илюхин А.В., Колбасин А.М., Марсов В.И. Формирование оптимальной структуры асфальтобетонной смеси с пуассоновским распределением частиц // Строительные материалы. – 2012. – Вып. 9. – С.47-50.

[5] Марсов В.И., Колбасин А.М., Сарычев И.Ю., Курилин А.В. МОДЕЛЬ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ СТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА // Автоматизация и управление в технических системах. – 2013. – № 3(5). – С. 7-11.

[6] Колбасин А.М., Марсов В.И., Абдулханова М.Ю., Курилин А.В. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ КОМПОНЕНТОВ БЕТОННОЙ СМЕСИ // Автоматизация и управление в технических системах. – 2014. – № 2. – С. 123-131. DOI: 10.12731/2306-1561-2014-2-12.

[7] Марсов В.И., Колбасин А.М., Цепкин П.А., Гришин А.А. МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЗОНАНСНОЙ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ СИСТЕМЫ СО СРЕДОЙ // Автоматизация и управление в технических системах. – 2013. – № 2(4). – С. 106-110.

[8] Марсов В.И., Колбасин А.М., Цепкин П.А., Гришин А.А. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ РАССОГЛАСОВАНИЯ РЕЗОНАНСНОГО ВИБРАТОРА ПРИ НАГРУЖЕНИИ // Автоматизация и управление в технических системах. – 2013. – № 2(4). – С. 110-115.

[9] Остроух А.В., Вэй П., Мьо Л.А., Суркова Н.Е. Имитационное моделирование неоднородности строительной смеси в горизонтальном барабанном смесителе // В мире научных открытий. – 2014. – №12.2 (60). – С. 766-778.

[10] Остроух А.В., Вэй П.А. Оптимизация параметров процесса смешивания сухих строительных смесей в горизонтальном барабанном смесителе непрерывного действия методом имитационного моделирования // Автоматизация и управление в технических системах. – 2014. – №2 (10). – С. 21-28. DOI: 10.12731/2306-1561-2014-2-3.

[11] Кабир М.Р., Исмоилов М.И., Остроух А.В. Системный подход к проектированию АСУ ТП процессом приготовления бетонной смеси // Автоматизация и управление в технических системах. – 2014. – № 3 (11). – С. 191-200. DOI: 10.12731/2306-1561-2014-3-18.

[12] Остроух А.В., Айсарина А.А. Разработка автоматизированной системы управления бетоносмесительной установкой с двухвальным смесителем // Автоматизация и управление в технических системах. – 2015. – № 1. – С. 51-59. DOI: 10.12731/2306-1561-2015-1-7.

[13] Malygin E.N., Karpushkin S.V., Krasnyanskiy M.N., Ostroukh A.V. Technical Equipment Configuration and Functioning Mode Optimizing for Chemical-engineering Systems of Multi-product Plants // American-Eurasian Journal of Agricultural & Environmental Sciences. 2015. Vol. 15. No. 3. pp. 447-453, DOI: 10.5829/idosi.aejaes.2015.15.3.12559.

[14] Ostroukh A.V., Wai Ph.A. Optimization of parameters dry construction mixtures in the horizontal drum mixer // International Journal of Advanced Studies (iJAS). 2014. Vol. 4. No 2. pp. 38-44. DOI: 10.12731/2227-930X-2014-2-2.

[15] Wai Ph.A., Ostroukh A.V. Development of simulation model mixed system in the AnyLogic software // International Journal of Advanced Studies (iJAS). 2014. Vol. 4. No 4. pp. 48-53. DOI: 10.12731/2227-930X-2014-4-2.