ISSN 2306-1561
Automation and Control in Technical Systems (ACTS)
2015, No 3, pp. 132-141.
DOI: 10.12731/2306-1561-2015-3-13

Model of the Geometrical Computer for Carrying Out Exact Calculations in Applied Tasks

Aleksandr Sergeevich Korotkov

Russian Federation, Ph. D., Associate Professor, Department «Automated Control Systems».

State Technical University – MADI, 125319, Russian Federation, Moscow, Leningradsky prospekt, 64. Tel.: +7 (499) 151-64-12. http://www.madi.ru

kac061141@yandex.ru

Anton Victorovich Gyliaev

Russian Federation, Bank Employee.

OJSC «FUNDSERVICEBANK», 125319, Russian Federation, Moscow, Butyrsky Val, 18, building 2, Tel.: +7 (495) 517-94-94, http://www.fundservice.ru

golub999@mail.ru

Vladimir Aleksandrovich Korotkov

Russian Federation, Leading Expert.

Ministry of Internal Affairs of the Moscow region, 125009, Russian Federation, Moscow Nikitskiy pereulok, 3, Tel.: +7 (495) 629-78-91, https://50.mvd.ru

v5890@mail.ru

Abstract. In article possibility of creation of mathematical model of the geometrical computer on the example of the classical task consisting in finding of the cube having volume is considered it is twice more than a volume of an initial cube. The geometrical computer, manipulating points and beams, allows to receive result with an absolute accuracy, without use of usual operations (multiplication, division, exponentiation, extraction of a root, addition and subtraction) with numbers. Opportunity to experts of the widest profile, without algebra opens, to solve applied problems in various areas of science and equipment where usual methods are unacceptable.

Keywords: mathematical model of the geometrical computer, doubling of volume of a cube, cubic triangle, cubic calculation, unit of measure cube.

ISSN 2306-1561
Автоматизация и управление в технических системах (АУТС)
2015. – № 3. – С. 132-141.
DOI: 10.12731/2306-1561-2015-3-13

УДК 519.6

Модель геометрического компьютера для проведения точных вычислений в прикладных задачах

Коротков Александр Сергеевич

Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Автоматизированные системы управления».

ФГБОУ ВПО «Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)», 125319, Российская Федерация, г. Москва, Ленинградский проспект, д.64, Тел.: +7 (499) 151-64-12, http://www.madi.ru

kac061141@yandex.ru

Гуляев Антон Викторович

Российская Федерация, служащий.

ОАО «Фондсервисбанк», 125319, Российская Федерация, г. Москва, ул. Бутырский Вал, д. 18, стр. 2, Тел.: +7 (495) 517-94-94, http://www.fundservice.ru

golub999@mail.ru

Коротков Владимир Александрович

Российская Федерация, ведущий эксперт.

Главное управление МВД России по Московской области, 125009, Российская Федерация, г. Москва, Никитский переулок, д. 3, Тел.: +7 (495) 629-78-91, https://50.mvd.ru

v5890@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается возможность построения математической модели геометрического компьютера на примере классической задачи, заключающейся в нахождении куба, имеющего объём, вдвое больше объёма первоначального куба. Геометрический компьютер, манипулируя точками и лучами, позволяет получить результат с абсолютной точностью, без использования обычных операций (умножения, деления, возведения в степень, извлечения корня, сложения и вычитания) с числами. Открывается возможность специалистам самого широкого профиля, без алгебры, решать прикладные задачи в различных областях науки и техники, где обычные методы неприемлемы.

Ключевые слова: математическая модель геометрического компьютера, удвоение объёма куба, кубический треугольник, кубическое исчисление, единица измерения куб.

1. Введение

В статье рассматривается возможность построения математической модели геометрического компьютера на примере классической задачи, заключающейся в нахождении куба, имеющего объём, вдвое больше объёма первоначального куба. Существуют разные методы решения задачи с использованием чертёжных инструментов [14, 15, 16]. С помощью алгебры невозможно найти точное решение задачи. Так куб со стороной 2 сантиметра имеет объём 8. Удвоим объём – 16. Какое ребро этого куба? Это кубический корень из 16 – бесконечная десятичная дробь. Сколько это? В больших расчётах мы её укоротим, а результат – отклонение от точного значения. Почему современные космические объекты сразу не выходят на расчётную орбиту, а делают несколько корректировочных витков? Да потому, что с помощью численных методов мы никогда точно не рассчитаем координаты орбиты, так как они определяются приближённо [1 … 30]. В приведённой математической модели компьютера эта задача решается точно и распространяется на все возможные случаи увеличения объёма куба по сравнению с первоначальным объёмом.

2. Математическая модель геометрического компьютера

Теорема. В кубическом треугольнике (не прямоугольном) куб наибольшей стороны равен сумме кубов двух других его сторон, т.е.

$$x^3 = y^3 + \gamma^3. \tag{1}$$

Доказательство. Рассмотрим частный случай. Пусть

$$X = \frac{3+\sqrt{21}}{3}, \quad Y = \frac{-3+\sqrt{21}}{3} \qquad \text{и} \qquad x^3 - y^3 = \gamma^3. \tag{2}$$

Подставляя в левую часть равенства (2) значения X, Y и проведя вычисления получим:

$$\left(\frac{3+\sqrt{21}}{3}\right)^3 - \left(\frac{-3+\sqrt{21}}{3}\right)^3 = 16.$$

Подставляя значение разности в формулу (2) находим

$$16 = \gamma^3. \tag{3}$$

Извлекая из обеих частей равенства (3) кубический корень имеем, что $2 \cdot \sqrt[3]{2} = \gamma$.

Таким образом для выбранных значений X, Y и найденного значения γ равенство (1) выполняется, что и требовалось доказать.

Рассмотрим другие значения $X = \frac{1+\sqrt{21}}{2}$ и $Y = \frac{-1+\sqrt{21}}{2}$. Подставляя в левую часть равенства (2) новые значения X и Y, и проведя вычисления получим:

$$\left(\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)^3 - \left(\frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right)^3 = 16.$$

Таким образом для новых значений X и Y, находим, что $\gamma = 2\cdot\sqrt[3]{2}$, а это совпадает с вышеприведенным значением γ [13]. Обозначим новые значения X и Y через X_1 и Y_1 соответственно. Это даёт возможность перейти к геометрической интерпретации полученных результатов в виде геометрических фигур – треугольников (кубических). Рассмотрим два треугольника со сторонами X, Y и γ, X_1, Y_1 и γ. На рисунке 1 приведен чертеж этих треугольников.

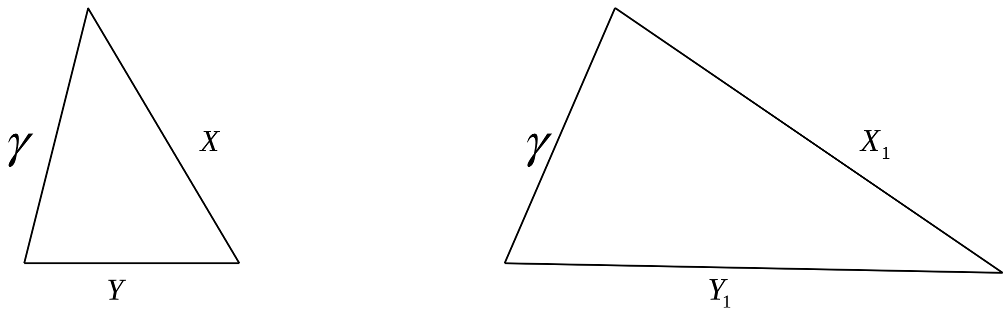

Рисунок 1

Для точного построения чертежа, приведенного на рисунке 1, необходимо алгебраическим выражениям сторон X, Y, γ и X_1, Y_1, γ треугольников найти геометрические эквиваленты этих сторон. И только после этого появляется возможность геометрически их построить. Ниже приведён геометрический алгоритм решения данной задачи.

Введём следующую геометрическую модель для вычислений $\sqrt{21}$, приведенную на рисунке 2.

Треугольник OAB прямоугольный, $\angle OAB = 90^\circ$, AB = OA. В прямоугольном треугольнике SCO, $SO = 105, CO = 42$, $SO^2 - CO^2 = 11025 - 1764 = 9261$. Извлекая корень квадратный из 9261 получаем $SC = 21\cdot\sqrt{21}$. Осуществляя параллельный перенос отрезка SC в точку O отрезка OA и проведя радиусом SC с центром в точке O до пересечения с OA находим точку $21\cdot\sqrt{21}$ на OA. Затем находим луч 21 построением, приведённым на рисунке 2. Далее находим точку $\sqrt{21}$ на OA. Это и будет геометрический эквивалент алгебраическому выражению $\sqrt{21}$. Аналогичным образом найдены геометрические эквиваленты сторон треугольника X , Y , X_1 и Y_1 их алгебраическим выражениям.

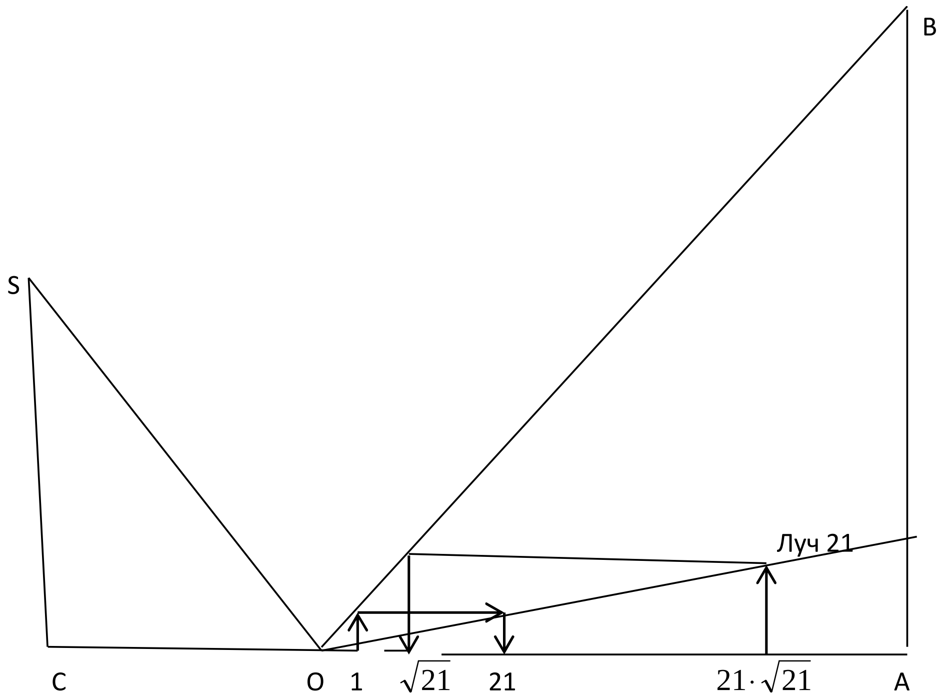

Рисунок 2

Сторона γ – это ребро удвоенного куба.

На рисунках 3, 4, 5 приведена геометрическая модель вычислений нахождения стороны удвоенного куба по сравнению с первоначальной стороной куба равной OD. Вычисления на геометрическом компьютере прекращаются, как только угол $\angle TMR$ станет равным 90^0. Тогда $RD = MN$ и сторона удвоенного куба будет равна ON.

Доказательство.

Дано $OA = 2\cdot OD = AB$, $\Delta ORD \infty \Delta ONT$ (по признаку подобия), тогда $\frac{RD}{OD} = \frac{NT}{ON}$. Так как $OD = NT$ (по построению), следует $\frac{RD}{OD} = \frac{OD}{ON}, RD = \frac{OD^2}{ON}$.

$\Delta ONM \infty \Delta OAP$ (по признаку подобия), тогда $\frac{MN}{ON} = \frac{AP}{OA}$.

Так как $ON = AP$ (по построению), следует $\frac{MN}{ON} = \frac{ON}{OA}, MN = \frac{ON^2}{OA}$.

Удвоим, объём куба, со стороной OD т. е $2\cdot OD^3$, который равен объёму куба со стороной ON^3 т. е $2\cdot OD^3 = ON^3$. Перепишем последнее равенство

$$2\cdot OD\cdot OD^2 = ON^3. \quad (4)$$

Так как $OA = 2 \cdot OD$, то равенство (4) примет вид $OA \cdot OD^2 = ON^3$. Разделим обе части последнего равенства на $OA \cdot ON$, получим $\frac{OD^2}{ON} = \frac{ON^2}{OA}$. Так как, $\frac{OD^2}{ON} = RD$ и $\frac{ON^2}{OA} = MN$ следует, $RD = MN$, что и требовалось доказать.

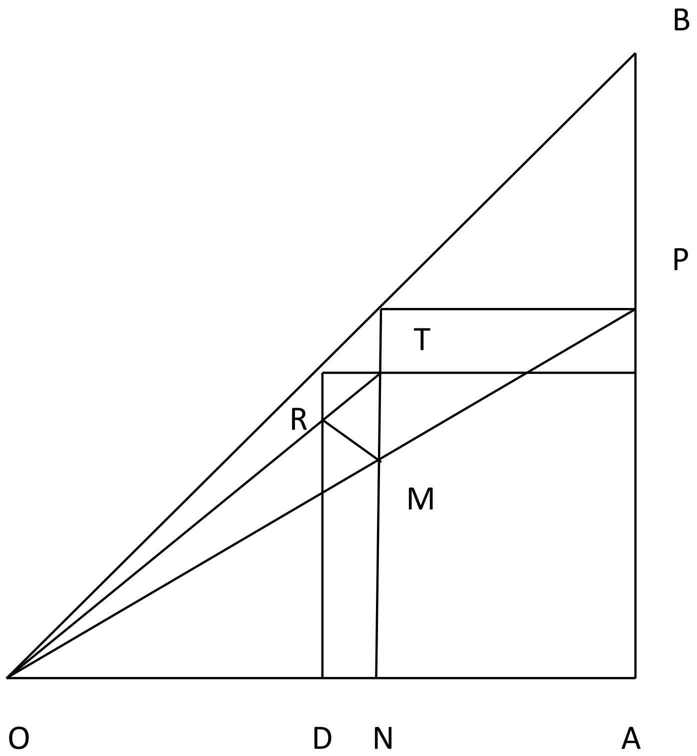

Рисунок 3

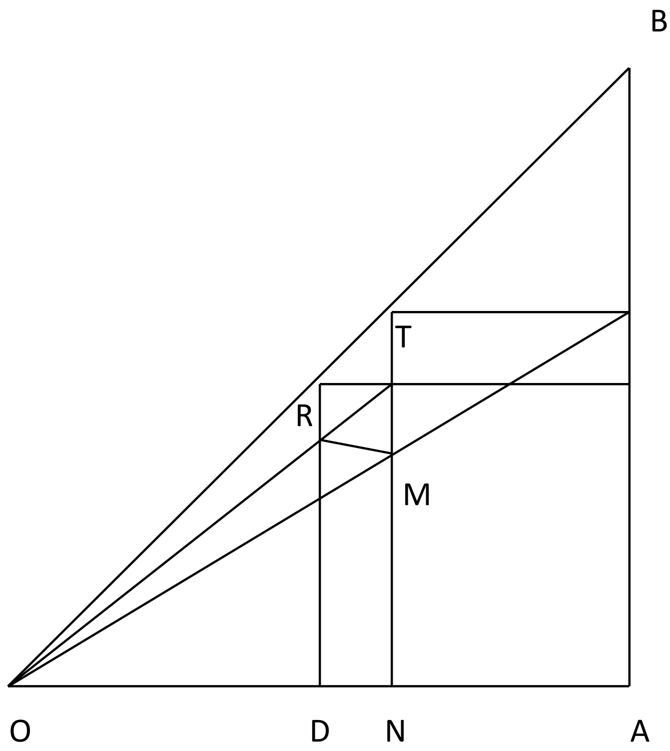

Рисунок 4

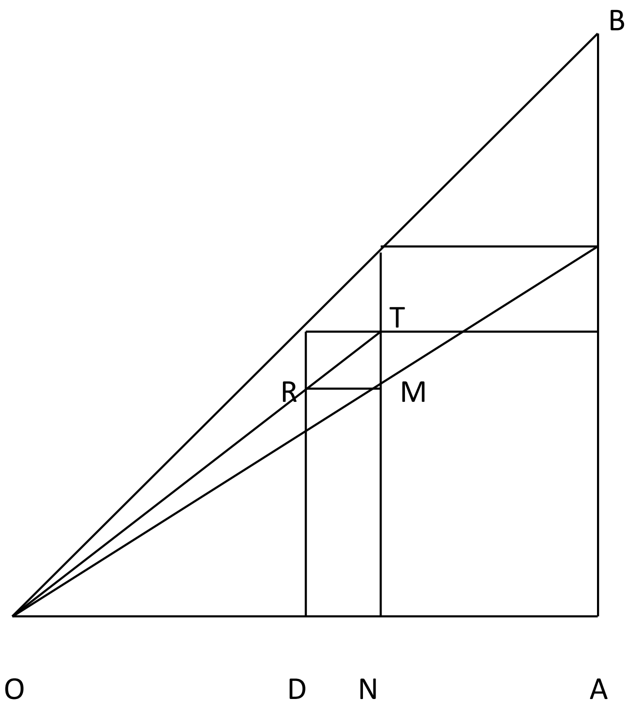

Рисунок 5

Так как ребро γ удвоенного куба равно $ON = 2 \cdot \sqrt[3]{2}$, нетрудно построить кубический треугольник, зная геометрические эквиваленты их сторон. Отложив ON на

OA (рисунок 6) найдём, геометрический эквивалент алгебраического выражения $\sqrt[3]{2}$. Его алгоритм наглядно показан на рисунке 6.

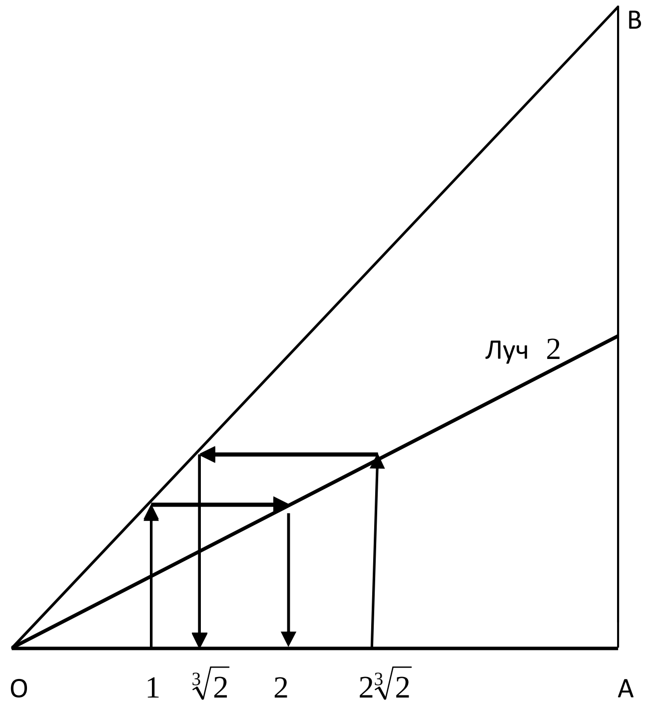

Рисунок 6

3. Анализ результатов

Дальнейшее направление исследований состоит в том, что с помощью кубического (не прямоугольного) треугольника можно создать кубическое исчисление. За единицу измерения выбрать куб, все вычисления (деление, умножение, возведения в степень, извлечения кубического корня, сложение и вычитание кубов) проводить без алгебры для решения прикладных задач в различных областях науки и техники, где обычные методы неприемлемы.

4. Заключение

В предложенной математической модели геометрического компьютера введен равносторонний прямоугольный треугольник OAB (см. рисунок 2), с помощью которого можно проводить геометрические построения для любых рациональных и иррациональных чисел. Вводить точки на стороне OA и по ним строить лучи, а также строить результирующие точки и лучи по результатам вычислений. Так, отложив из вершины O отрезок равный единице на OA, получим точку (обозначенную 1) и, восстановив из неё перпендикуляр до пересечения с OB и проведя параллельно OA отрезок до пересечения с перпендикуляром, восстановленным из точки 21 на стороне OA. Проведя линию, соединяющую вершину O с полученной точкой пересечения получим луч 21 по результатам вычислений. Отложив отрезок SC на OA равный алгебраическому выражению $21\cdot\sqrt{21}$, получим точку ($21\cdot\sqrt{21}$). Из этой точки восстанавливаем перпендикуляр до пересечения с лучом 21 и далее проводим линию параллельную OA до пересечения с OB, и окончательно опускаем перпендикуляр из точки пересечения на OA. Получаем точку $\sqrt{21}$ на OA. Таким образом, произвели операцию деления точки $(21 \cdot \sqrt{21})$ на луч 21 и получили точку $\sqrt{21}$ на OA. Аналогичным образом найдены геометрические эквиваленты сторон кубических треугольников X, Y, X_1 и Y_1 их алгебраическим выражениям.

На рисунках 3,4,5 показан подход к нахождению геометрического эквивалента алгебраического выражения $ON = 2 \cdot \sqrt[3]{2}$. На рисунке 6, отложив отрезок ON на OA равный алгебраическому выражению $2 \cdot \sqrt[3]{2}$, получим точку ($2 \cdot \sqrt[3]{2}$). Из этой точки, восстанавливаем перпендикуляр до пересечения с лучом 2, и далее проводим линию параллельную OA до пересечения с OB и, окончательно, опускаем перпендикуляр из точки пересечения на OA. Получаем точку $\sqrt[3]{2}$ на OA, произведя операцию деления точки ($2 \cdot \sqrt[3]{2}$) на луч 2.

Таким образом, модель геометрического компьютера, манипулируя точками и лучами, позволяет получить результат с абсолютной точностью, без использования обычных операций (умножения, деления, возведения в степень, извлечения корня, сложения и вычитания) с числами. Кроме того, вычисления распространяются на все возможные случаи увеличения объёма куба по сравнению с исходным объёмом. Например, для того чтобы найти ребро куба, объём которого в три раза больше первоначального объёма, необходимо в модели геометрического компьютера выбрать OA в три раза больше ребра первоначального куба, т.е. настроить геометрический компьютер для проведения вычислений.

Список информационных источников

[1] Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? М.: Просвещение,1967.
[2] Вейль А. Основы теории чисел. М.: Мир, 1972.
[3] Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1972.
[4] Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. М.: Мир, 1987.
[5] Башмакова И.Г. Диофант и диофантовые уравнения. М.: Наука,1972.
[6] Серпинский В.О. О решении уравнений в целых числах. М.: Физматлит, 1984.
[7] Клейн Ф.Элементарная математика с точки зрения высшей, пер. с нем., М. – Л., Гозтехиздат,1934.
[8] Радемахер Г. и Теплиц О.Числа и фигуры, пер. с нем., М.: «Наука», 1966.
[9] Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия. М.: Наука, 1966.
[10] Берман Г.Н. Число и наука о нём. М.: Физматгиз, 1960.
[11] Гельфонд А.О. Решение уравнений в целых числах. М. – Л., Гозтехиздат,1952.
[12] Гельфонд А.О. Трасцендентные и алгебраические числа. М.: Физматгиз, 1952.
[13] Коротков А.С., Гуляев А.В., Коротков В.А. Метод эквивалентных уравнений для доказательства теоремы Ферма // Автоматизация и управление в технических системах. – 2015. – № 1. – С. 139 -149.

[14] Белозеров С. Е. Пять знаменитых задач древности. История и современная теория. – Ростов: изд-во Ростовского университета, 1975. – 320 с.
[15] Прасолов В. В. Три классические задачи на построение. Удвоение куба, трисекция угла, квадратура круга. – М.: Наука, 1992. – 80 с. – (Популярные лекции по математике, выпуск 62).
[16] Чистяков В. Д. Три знаменитые задачи древности. – М.: Гос. уч.-пед. изд-во Министерства просвещения РСФСР, 1963. – С. 8-28. – 96 с.
[17] Остроух А.В. Ввод и обработка цифровой информации: учебник для нач. проф. образования / А.В. Остроух. – М.: Издательский центр «Академия», 2012. – 288 с. – ISBN 978-5-7695-9457-1.
[18] Остроух А.В. Основы информационных технологий: учебник для сред. проф. образования / А.В. Остроух. – М.: Издательский центр «Академия», 2014. – 208 с. – ISBN 978-5-4468-0588-4.
[19] Остроух А.В. Автоматизация управления автотранспортными предприятиями. Новый подход на основе интеллектуальных мультиагентных систем / А.В. Остроух, А.В. Воробьева, Н.Е. Суркова. – Saarbrucken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 117 p. – ISBN 978-3-659-47576-4.
[20] Остроух А.В. Основы построения систем искусственного интеллекта для промышленных и строительных предприятий: монография / А.В. Остроух. – М.: ООО «Техполиграфцентр», 2008. – 280 с. – ISBN 978-5-94385-033-2.
[21] Остроух А.В. Интеллектуальные системы в науке и производстве / А.В. Остроух, А.Б. Николаев. – Saarbrucken, Germany: Palmarium Academic Publishing, 2012. – 312 p. – ISBN 978-3-659-98006-0.
[22] Остроух А.В. Системы искусственного интеллекта в промышленности, робототехнике и транспортном комплексе: монография / А.В. Остроух – Красноярск: Научно-инновационный центр, 2013. – 326 с. – ISBN 978-5-906314-10-9.
[23] Васюгова С.А. Исследование перспектив и проблем интеграции человека с компьютером: искусственный интеллект, робототехника, технологическая сингулярность и виртуальная реальность / С.А. Васюгова, А.В. Остроух, М.Н. Краснянский, А. Самаратунга // Перспективы науки. – Тамбов: «ТМБПринт», 2011. – № 4(19). – С. 109-112.
[24] Белоусова А.И. Подход к формированию многоуровневой модели мультиагентной системы с использованием миваров / А.И. Белоусова, О.О. Варламов, М.Н. Краснянский, А.В. Остроух // Перспективы науки. – Тамбов: «ТМБПринт», 2011. – № 5(20). – С. 57-61.
[25] Варламов О.О. Анализ возможностей миварного подхода для систем искусственного интеллекта и современной робототехники / О.О. Варламов, А.В. Остроух, М.Н. Краснянский, Т.Л. Давыдова // Вестник ТГТУ. – 2011. – Т.17. – № 3. – С.687-694.
[26] Омар М., Омар Ф., Исмоилов М.И., Остроух А.В. Применение систем распознавания образов в различных предметных областях // Автоматизация и управление в технических системах. – 2014. – №4 (12). – С. 32-47. DOI: 10.12731/2306-1561-2014-4-4.
[27] Омар М., Омар Ф., Исмоилов М.И., Остроух А.В. Анализ современного состояния развития интеллектуальных роботов // Автоматизация и управление в технических системах. – 2014. – №4 (12). – С. 48-54. DOI: 10.12731/2306-1561-2014-4-5.
[28] Ле К.Х., Суркова Н.Е., Остроух А.В. Генетические алгоритмы в задачах рациональной организации информационно-вычислительных процессов сетей //

Автоматизация и управление в технических системах. – 2014. – №4 (12). – С. 82-99. DOI: 10.12731/2306-1561-2014-4-9.

[29] A. Ostroukh, V. Nikonov, I. Ivanova, T. Morozova, V. Strakhov. Distributed System of Real Time Head Gesture Recognition in Development of Contactless Interfaces // Middle East Journal of Scientific Research. 2014. Vol. 20 (12). pp. 2177-2183. DOI: 10.5829/idosi.mejsr.2014.20.12.21105.

[30] Morozova T., Sumkin K., Akimov D., Ostroukh A. Contactless integrated interface of production lines // International Journal of Advanced Studies (iJAS). 2014. Vol. 4, Issue 1, pp. 32-38. DOI: 10.12731/2227-930X-2014-1-6.