

Гарипова Элина Ринатовна

бакалавр направления «Экономика»
Финансовый университет при Правительстве
Российской Федерации
Челябинский филиал
Россия, Челябинск

garilina@list.ru

Elina R. Garipova

Bachelor direction "Economics"
Financial University at the Government of the
Russian Federation
Chelyabinsk branch
Russia, Chelyabinsk

garilina@list.ru

РОЛЬ ПРОИЗВОДНОЙ В ЭКОНОМИКЕ

ROLE OF DERIVATIVE IN ECONOMY

Аннотация

В настоящее время экономика является необходимой и важной сферой. Знания математики в значительной мере облегчают решение многих вопросов и задач, которые возникают все больше и больше. Особую роль в этом играет производная, многие экономические задачи сводятся к ее вычислению.

Ключевые слова:

функция, производная, экономика, роль производной

Abstract

Currently, the economy is a necessary and important area. Knowledge of mathematics have greatly facilitated the solution of many issues and problems that arise more and more. A special role in this is played by the derivative, many economic problems are reduced to its calculation.

Keywords:

function, derivative, the economy, the role of the derivative

Экономика – представляет собой необходимую и очень важную часть нашей жизни. Мы работаем, учимся, занимаемся домашним хозяйством, однако даже не догадываемся и не подозреваем, что без экономики всего этого могло бы и не быть. Экономические задачи могут помочь нам правильно оценивать средства и ресурсы. Существует ряд экономических задач, решение которых основано на таком понятии, как «производная».

Понятие «производная» – одно из фундаментальных понятий математики. Мы зачастую упоминаем и используем данное понятие в геометрии, физике и даже в экономике. Само понятие «производная в экономике» непосредственно связано с производственными задачами, предельным анализом, эластичностью функций и другими. [1, с. 97].

Изучение поведения различных экономических систем обычно не обходится без анализа и решения уравнений, включающих как параметры системы, так и скорости их изменения, аналитическим выражением которых являются производные. Совершая экономические расчеты, приходится находить значения таких показателей, как предельная производительность труда, минимальные издержки, максимальный

выпуск, максимальная прибыль. Каждый из этих показателей представляет собой функцию от одного либо нескольких переменных, нахождение которых сводится к вычислению производной.

В реальной экономической действительности, в пределах используемой технологии, предприниматель постоянно старается отыскать такое сочетание факторов производства, при помощи которого можно было бы достичь наибольшего выхода продукции. Отношение между любым набором факторов производства и максимально возможным объемом продукции, изготавливаемой из этого набора факторов, характеризует производственную функцию.

На вопрос «что такое производная?» экономист сразу же ответит: «Маржинализм». «Marginal» в переводе с английского означает «предельный». Введение данного понятия в научный оборот в XIX веке позволило сформировать абсолютно новый инструмент исследования экономических явлений и описания – инструмент, с помощью которого стало возможно ставить и решать новый класс научных проблем [1, с. 54]. Классическая экономическая теория Смита, Милля, Рикардо, как правило, имела дело со средними величинами: средняя производительность труда, средняя цена и т.д. Однако со временем сформировался другой подход. Существенные закономерности, оказалось, стало возможным выявить в области предельных величин. Предельными величинами в экономике являются: предельная полезность, предельные издержки, предельный доход, предельная производительность труда. Они характеризуют не состояние, а процесс, то есть изменение экономического объекта. Поэтому производная показывает скорость изменения определенного экономического объекта либо процесса с течением времени, либо по отношению к другому исследуемому фактору.

Необходимо также отметить, что экономика не всегда дает возможность использовать предельные величины в силу прерывности (дискретности) экономических показателей во времени (к примеру, квартальных, годовых, месячных и т.д.). В то же время во многих случаях все-таки возможно с некоторой степенью пренебречь дискретностью и эффективно с пользой применять предельные величины.

В экономических исследованиях с целью обозначения производных очень часто используют специальную терминологию. К примеру, если $y = f(x)$ есть производственная функция, которая выражает зависимость выпуска какой-либо

продукции от затрат фактора x , то $f'(x)$ называют предельным продуктом. Непрерывный предельный продукт рассчитывают как производную от функции производства. Производственная функция, которая объединяет между собой количество труда, капитала и объем выпуска, дает возможность также рассчитать предельную норму технологического замещения через производную функции.

В микроэкономике используется немалое количество самых разнообразных функций производства. Наибольшую известность получила функция Кобба-Дугласа:

$$Q=cX^aY^b \quad (1)$$

где a , b , c – положительные константы, X , Y – количество используемых ресурсов, в качестве которых обычно рассматривают труд и капитал [5, с. 73].

Данной функции соответствует определенный выпуск продукции.

При повышении количества рабочих, частная производная от производственной функции будет равна добавочной стоимости продукции, произведенной еще одним дополнительным рабочим. По этой причине это частное приращение называют предельной производительностью труда. В случае если же повысить фонды еще на одну единицу, то есть приобрести еще один станок, то добавочная стоимость продукции, которая будет произведена на нем, окажется равной частной производной по объему фондов. Рассматриваемую частную производную от функции Кобба-Дугласа (1) называют предельной фондоотдачей.

Другим понятием, которое тесно связано с производной в экономике является понятие «Эластичность функции», его еще иногда называют относительной производной.

Понятие эластичности было введено Аланом Маршаллом в связи с анализом функции спроса. По существу, данное понятие является исключительно математическим.

Эластичностью функции E_{yx} называется предел отношения относительного приращения функции y к относительному приращению переменной x при $\Delta x \rightarrow 0$:

$$E_{yx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{y} \div \frac{\Delta x}{x} \right) = \frac{x}{y} \quad (2)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{y} \cdot y' \quad (3)$$

Эластичность относительно x есть приближенный процентный прирост функции (понижение или повышение), который соответствует приращению независимой переменной на 1 % [2, с. 60]. Экономисты измеряют степень чуткости, или чувствительности, потребителей к изменению цены продукции, используя для этого концепцию ценовой эластичности.

Для спроса на определенные продукты свойственна относительная чуткость потребителей к изменениям цен, незначительные изменения в цене могут приводить к существенным изменениям в количестве продукции, которую приобретает покупатель. Спрос на подобные продукты обычно принято называть относительно эластичным либо просто эластичным. Что касается иных продуктов, покупатели относительно нечувствительны к изменению цен на них, то есть значительное изменение в цене ведет лишь к небольшому изменению в количестве приобретаемых покупок. В подобных случаях спрос относительно неэластичен либо просто неэластичен. Термин «Совершенно неэластичный спрос» означает крайний случай, когда изменение цены совершенно не приводит ни к какому изменению количества спрашиваемой продукции. Образцом может служить спрос больных на необходимое для них лекарство либо спрос наркоманов на наркотики. И напротив, когда при самом небольшом уменьшении цены потребители резко увеличивают покупки вплоть до предела своих возможностей, тогда можно считать, что спрос является совершенно эластичным [4, с. 85]. Данные задачи решаются только лишь с помощью математического инструментария. И на сегодняшний день мы самостоятельно применяем собственные знания к решению некоторых экономических задач с помощью вычисления производной.

Реакция величины спроса на некоторое изменение цены продукта называется ценовой эластичностью спроса. Спрос считается эластичным по цене, в случае если процентное изменение объема спроса превосходит процентное изменение цены. Если же процентное изменение объема спроса на какую-то часть отстает от процентного изменения цены, то спрос по цене является неэластичным. К примеру, в случае если все виды сметаны подорожают в 49 %, а объем спроса уменьшится только на 19 %, можно будет сделать вывод, что спрос на сметану неэластичен по цене.

При эластичном относительно цены спросе доход продавца и цена продукта меняются в противоположных направлениях. К примеру, если при подорожании

самокатов на 10 % величина спроса повысится на 40 %, говорят, что спрос на данный продукт окажется эластичным по цене.

Если ценовая эластичность спроса – это реакция покупателей на изменение цены, то ценовая эластичность предложения – это реакция на изменение цены со стороны производителей. Эластичность предложения дает возможность оценить и определить степень реагирования производителей разной продукции на цены. Ценовая эластичность предложения демонстрирует, на какое количество изменится в процентом соотношении величина предложения при изменении цены товара или услуги на 1 %.

Предложение эластично, если при изменении цены на 1 % его объем изменится более чем на 1 %. К примеру, если при увеличении цены на сахар на 10 % величина предложения его увеличится на 15 % либо, напротив при уменьшении цены на него на 20 % объем предложения сократится на 27 %, следует заключить, что предложение сахара эластично по цене.

Предложение неэластично, в случае если при изменении цены продукта на 1 % объем его предложения изменится менее чем на 1 %. К примеру, если цена на газ увеличится на 40 %, а объем предложения вырастет на 32 %, либо при уменьшении цены на 30 % объем поставок снизится на 27 %, это свидетельствует, что предложение газа неэластично [4, с. 114].

Во всех этих процессах производная играет немаловажную роль, без этого понятия невозможно было бы решить многие экономические задачи и вопросы.

В качестве примера рассмотрим определение величины объема производства, которому соответствует максимальная прибыль с помощью производной. Пусть для некоторой хозяйственной деятельности предприятия по изготовлению картин на холсте известно: функция спроса от цены за единицу продукции $Q(p) = 100 - 20p$, постоянные издержки (TFC) составляют 50 денежных единиц, переменные издержки (TVC) на производство единицы продукции – 2 денежные единицы.

Тогда, прибыль есть выручка TR минус издержки TC:

$$\Pi = TR - TC, \quad (4)$$

$$TR = p \times Q, \quad (5)$$

$$TC = TFC + TVC. \quad (6)$$

Из функции спроса выразим величину цены за единицы продукции, получим

$$20p = 100 - Q, \quad (7)$$

$$p = 5 - Q/20. \quad (8)$$

Тогда величина прибыли от спроса примет вид:

$$\Pi = (5 - Q/20) \times Q - (50 + 2Q) \text{ или} \quad (9)$$

$$\Pi = \frac{-Q^2 + 60Q - 1000}{20}. \quad (10)$$

Поскольку прибыль максимизируется, найдём экстремальное значение функции прибыли (10) с помощью производной, получаем

$$\Pi'(Q) = -Q + 30. \quad (11)$$

Приравняем производную к нулю, получаем

$$-Q + 30 = 0, \quad (12)$$

$$Q = 30. \quad (13)$$

При переходе через критическую точку (13) функция (11) меняет свой знак с плюса на минус, следовательно, эта точка является точкой максимума, и в ней функция прибыли (10) достигает своего максимального значения. Таким образом, объём выпуска, максимизирующий прибыль производства, равен 30 единицам продукции.

Мы видим, что использование понятия производной к решению производственной ситуации позволило определить объём выпуска продукции максимизирующего прибыль.

Таким образом, производная является важным инструментом экономического анализа, который дает возможность существенно углубить математический смысл экономических понятий и без труда выразить экономические законы с помощью математических формул. Экономический смысл производной заключается в том, что она выступает как скорость изменения некоторого экономического процесса с течением времени либо по отношению к иному исследуемому фактору. Многие законы

теории спроса и предложения, потребления и производства оказываются прямыми следствиями математических теорем.

Список использованной литературы:

1. Иванов С.И. Экономика. Основы экономической теории / С.И. Иванов. – Вита-Пресс, 1999.
2. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. – Юнити-М, 2009.
3. Малыхин В.Л. Математика в экономике / В.Л. Малыхин. – Инфра-М, 2001.
4. Солодовников А.С. Математика в экономике / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов. – В 2-х ч. – М.: Финансы и статистика, 2001.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц, 1999.
6. Демьянов Д.Г. Неопределенный интеграл : учеб. -справ. пособие / Д.Г. Демьянов ; Под ред. С. А. Уфимцева ; М-во образования Рос. Федерации. Юж.-Ур. гос. ун-т. Каф. «Естеств. науки и математика». – Челябинск, 2003.