

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУЙНОГО КОНВЕКТИВНОГО НАГРЕВА АЛЮМИНИЕВОГО РУЛОНА ПРИ ОТЖИГЕ

А.С. Горшенин

*Самарский государственный технический университет,  
Россия, г. Самара, andersonag1@yandex.ru*

*Аннотация.* В статье рассматривается результат моделирования внутреннего теплообмена алюминиевого рулона при нагреве его струями воздуха при термической обработке. Сформулированы физическая и математическая постановки задачи. Математическая модель построена на основе дифференциального уравнения теплопроводности второго порядка при нагреве плоской пластины, начальных и граничных условиях. Наличие однородных граничных условий, позволило использовать метод Фурье для решения сформулированной задачи. Полученное решение математической модели позволило провести аналитическое исследование внутреннего теплообмена в системе алюминиевый рулон – горячий воздух для двух длин 0,6 и 1,2 м. Исследование позволило выделить в рулоне две характерные зоны – ядро и торцы, определяющие время прогрева рулона. В ходе исследования определено, что время нагрева рулона до температуры теплоносителя определяется длиной рулона и не зависит от диаметра рулона и толщины отдельных витков ленты в рулоне. Также показано, что основной вклад в продолжительность разогрева вносит ядро рулона.

*Ключевые слова:* алюминиевая лента, математическая модель теплообмена, термическая обработка алюминиевого рулона, постановка задачи теплообмена, аналитическое исследование теплообмена, теплопроводность.

## MATHEMATICAL MODELING INKJET OF CONVECTIVE HEATING OF ALUMINUM COIL ANNEALING

A.S. Gorshenin

*Samara state technical University,  
Russia, Samara, andersonag1@yandex.ru*

*Abstract.* The article discusses the result of simulation of internal aluminum heat transfer coil with heating jets of air during heat treatment. Formulated physical and mathematical formulation of the problem. The mathematical model is based on the differential equation of the second order in the heat of a flat plate, initial and boundary conditions. The presence of homogeneous boundary conditions, allowed the use of Fourier method for solution of formulated tasks. The solution of the mathematical model allowed an analytical study of internal heat transfer in the aluminum roll – hot air for the two lengths. The research allowed to identify the roll of two characteristic zones – the core and ends defining the warm-up time of the roll. During the research it was determined that the heating roll to a temperature of the coolant is determined by the length of the roll and does not depend on the diameter of the roll and thickness of the individual turns of the tape on the roll. It is also shown that the main contribution to the length of warm-up makes the core of the roll.

*Keywords.* Aluminum tape, mathematical model of heat exchange, heat treatment of the aluminum roll, the formulation of the problem of heat transfer analytical study of heat transfer, thermal conductivity.

### Введение

Сплавы алюминия являются одним из самым распространенных материалов для изделий технологического назначения. Ассортимент и объем проката из этих сплавов, служащих полуфабрикатными заготовками, постоянно увеличивается. Полуфабрикаты, служащие основой для этого проката, в большинстве своем получают литьем алюминия в различные формы или кристаллизаторы. Основной недостаток таких полуфабрикатов – неравновесная структура металла, образующаяся в процессе кристаллизации сплава, что приводит к пониженной пластичности при обработке давлением. Для изменения структуры и физико-химических свойств полуфабрикатов проводят их термическую обработку, главной из которых является отжиг. Режим отжига выбирается в зависимости от сплава, вида полуфабриката и метода изготовления

из них заготовок, деталей, проката. Тепловой режим термообработки для такого вида заготовок, как круглые слитки, подробно описан и исследован [1, 2, 3]. Кроме подобных заготовок большое распространение имеют литые алюминиевые рулоны, используемые в дальнейшем для прокатки в ленту. Отжиг таких рулонов может осуществляться различными способами. В данной статье рассмотрено моделирование процесса нагрева алюминиевого рулона струями горячего воздуха, подающимися в торцы рулона.

#### Методика проведения исследования

Для разработки математической модели нагрева алюминиевого рулона формулируем постановку задачи теплообмена в системе горячий воздух – алюминиевый рулон.

#### Физическая постановка задачи

В камерной печи происходит термическая обработка садки – алюминиевой ленты, скрученной в рулон, из литейной машины. Длина рулона  $l$  по [4] от 0,5 до 2,0 м, диаметр рулона  $d$  произвольный, рулон находится в смотанном состоянии (рис. 1).

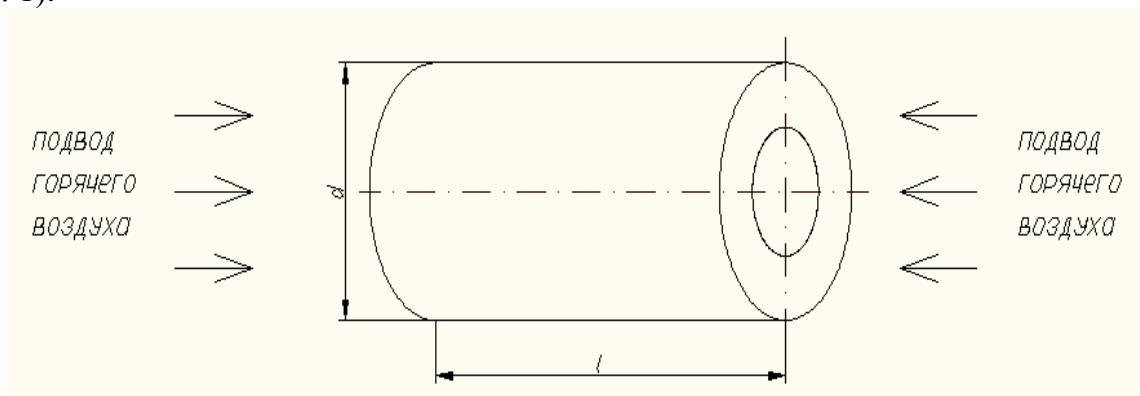


Рис. 1. Схема нагрева алюминиевого рулона

Зазоры между отдельными витками не позволяют потоку воздуха продольно, вдоль образующей, омывать ленту и нагревать ее конвекцией. Неплотный контакт витков ленты создает значительное термическое сопротивление теплопроводности поперек рулона. Прогрев металла теплопроводностью происходит за счет теплового потока вдоль рулона.

Интенсивный струйный нагрев торца рулона разогревает поверхностные слои металла ленты до температуры самого потока воздуха.

#### Математическая постановка задачи

Лист рулона представим пластиной в прямоугольных координатах. Ось  $x$  направим вдоль оси образующей рулона,  $y$  - перпендикулярно образующей рулона,  $Z$  - вдоль длины пластины. Длину пластины вдоль координаты  $Z$  считаем бесконечной. Примем следующие условные обозначения:  $t_B$  - температура горячего воздуха,  $^{\circ}C$ ,  $t$  - температура алюминиевой пластины (рулона),  $^{\circ}C$ ,  $\tau$  - время нагрева,  $ч$ ,  $l$  - ширина пластины (рулона), м. Пластина омывается горячим воздухом с температурой  $t_B$ ,  $^{\circ}C$  с постоянной скоростью  $W$ , м/с. Теплота  $q$  равномерно подводится по всему торцу пластины. В процессе нагрева температура пластины изменяется от начальной  $t_0$  до температуры  $t$ .

Расчетная схема теплообмена к постановке задачи теплообмена в системе горячий воздух – алюминиевый рулон представлена на рис. 2

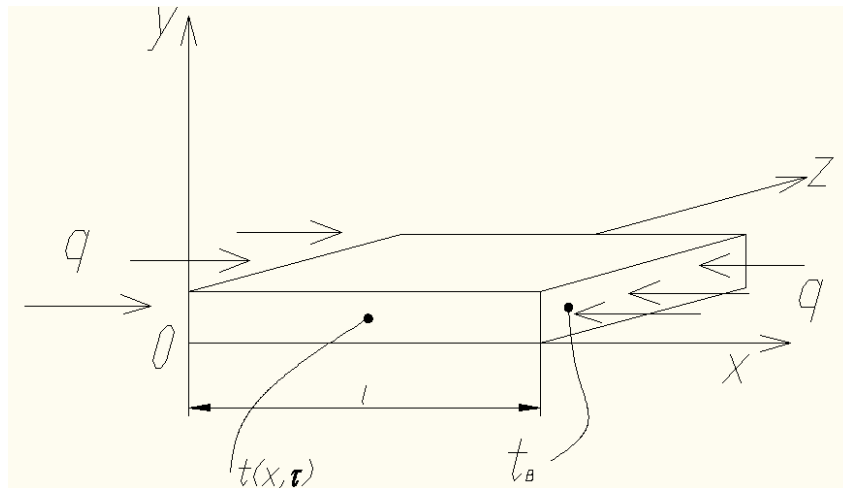


Рис. 2. Расчетная схема теплообмена к постановке задачи в системе горячий воздух – алюминиевый рулон

Малая толщина пластины в сравнении в её шириной  $l$ , высокий коэффициент теплопроводности позволяют считать пластину вдоль координаты  $Y$  термически тонким телом, т.е.  $t \neq f(Z)$ . Равномерное омывание торцов рулона горячим воздухом обеспечивает постоянство температуры пластины вдоль координаты  $Z$ , т.е.  $t \neq f(Z)$ . Из этих рассуждений и анализа расчетной схемы можно сделать вывод, что температура листа изменяется только по координате  $X$ , т.е.  $t = f(X)$ . Нагрев рулона нестационарный, поэтому температура по оси рулона зависит не только от координаты  $X$ , но и от времени  $\tau$ , т.е.  $t = f(X, \tau)$ .

Сформулируем общую постановку задачи теплообмена в системе горячий воздух – алюминиевая пластина. Постановка задачи включает описание процесса, расчетную схему теплообмена (рис. 1), дифференциальное уравнение теплопроводности (1), граничные (2.а) и (2.б), начальные (3) условия:

- дифференциальное уравнение теплопроводности второго порядка в частных производных при нестационарном нагреве плоской пластины [5]

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (1)$$

- граничные условия:

- температура  $t$  на торцах рулона, омываемых горячим воздухом с температурой  $t_B$

$$\text{при } x = 0 \quad t|_{x=0} = t_B \quad (2.a)$$

$$\text{при } x = l \quad t|_{x=l} = t_B \quad (2.б)$$

- начальные условия:

- температура  $t$  алюминиевого рулона в начальный момент нагрева  $\tau = 0$

$$t|_{\tau=0} = t_0 \quad (3)$$

Таким образом, постановка задачи нагрева алюминиевой пластины запишется следующим образом

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \\ t|_{x=0} = t_B \\ t|_{x=l} = t_B \\ t|_{\tau=0} = t_0 \end{cases} \quad (4)$$

Для более компактной записи, удобной для дальнейшего математического анализа, перейдем к безразмерным переменным. В данном случае в процессе нагрева переменными величинами являются время  $\tau$ , координата  $X$ , температура алюминиевой пластины  $t$ . Безразмерной переменной, характеризующей время нагрева, является критерий Фурье  $Fo = a \cdot \tau / l^2$ , где  $a$  - коэффициент температуропроводности,  $m^2/c$ ;  $\tau$  - время нагрева,  $c$ ;  $l$  - ширина пластины,  $m$ . Безразмерная координата запишется выражением  $\bar{x} = x/l$ . Температуру в безразмерном виде запишем как  $T = (t_B - t)/(t_B - t_0)$ . Используя полученные переменные, приведем постановку задачи (4) к безразмерному виду. В итоге получаем постановку задачи нагрева алюминиевой пластины в безразмерной форме

$$\begin{cases} \frac{\partial T(\bar{x}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 T(\bar{x}, Fo)}{\partial \bar{x}^2} \\ T|_{\bar{x}=0} = 0 \\ T|_{\bar{x}=1} = 0 \\ T|_{Fo=0} = 1 \end{cases} \quad (5)$$

Система уравнений (5) включает в себя дифференциальное уравнение теплопроводности второго порядка в частных производных при нестационарном нагреве плоской пластины в безразмерных переменных, начальные и граничные условия в безразмерной форме.

Поскольку поставленная задача имеет нулевые, т.е. однородные граничные условия, это позволяет использовать для её решения метод Фурье. Решая задачу (5) с использованием [6] окончательно получим решение математической модели теплообмена в системе горячий воздух – алюминиевая пластина, удобную для инженерных расчетов и дальнейшего аналитического исследования

$$t = t_B - (t_B - t_0) 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(1 - \cos k\pi)}{k\pi} \times \sin(k\pi\bar{x}) \exp^{-(k\pi)^2 Fo} \quad (6)$$

где  $k$  - номера членов ряда.

Отметим две особенности суммы ряда в уравнении (6).

При четных числах  $k$  значение  $\cos k\pi$  принимает значение, равное 1, а вся дробь  $(1 - \cos k\pi)/(k\pi)$  становится равной 0. Таким образом, чётные члены ряда равны 0 и их можно исключить из суммы ряда.

Наименьшее значение температуры листа достигается в его середине при значении  $\bar{x} = 1/2$ . Подставив это значение в уравнение (6) получим, что при нечётных значениях  $k = 3, 7, 9, \dots$  функция  $\sin(k\pi\bar{x}) = -1$ . Нечётные значения  $k = 3, 7, 11, \dots$  дают отрицательные значения и по физическому смыслу решения не подходят. В итоге область значений  $k$  значительно сузилась  $k = 1, 5, 9, \dots, \infty$ .

#### Результаты исследования и обсуждение результатов

Полученное решение (6) математической модели теплообмена (5) позволяет анализировать процессы нагрева алюминиевого рулона при торцевом подводе теплоты. На рис. 3 и 4 представлена динамика нагрева рулона с образующей  $l = 0,6$  и  $1,2$  м. В процессе исследования задавались следующие исходные данные: начальная температура рулона  $t_0$ , температура горячего воздуха  $t_B$ , а также время нагрева. Определялось изменение температуры  $t$  по ширине рулона.

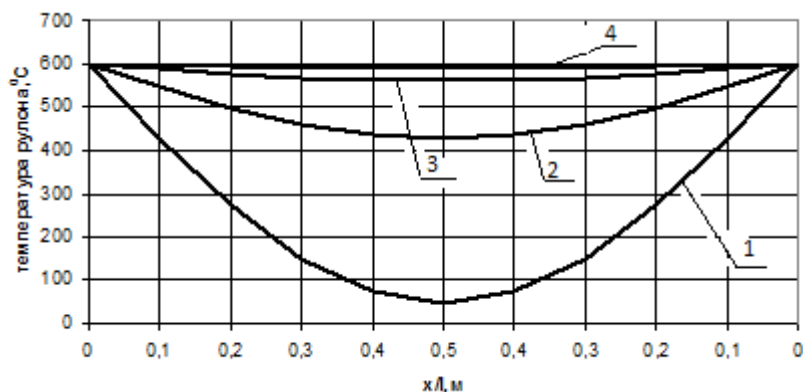


Рис. 3 Динамика изменения температуры рулона длиной  $l = 0,6$  м в течение времени нагрева: 1 – 0,1 ч, 2 – 0,5 ч, 3 – 1 ч, 4 – 1,5 ч

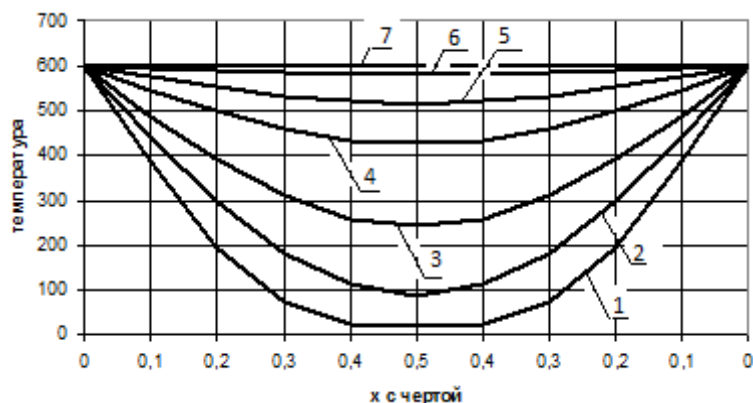


Рис. 4 Динамика изменения температуры рулона длиной  $l = 1,2$  м в течение времени нагрева: 1 – 0,1 ч, 2 – 0,5 ч, 3 – 1 ч, 4 – 2 ч, 5 – 3 ч, 6 – 5 ч, 7 – 10 ч

На рис. 3 и 4 представлен график нагрева рулона шириной 0,6 м и 1,2 м соответственно воздушным дутьем с температурой  $600^{\circ}\text{C}$ . Из графиков следует, что диаметр рулона и толщина ленты не влияют на продолжительность прогрева рулона. Время прогрева до заданной температуры целиком зависит от размера образующей (длины рулона)  $l$ .

Из рис. 3 видно, что витки ленты за 1 ч прогреваются до температуры греющего теплоносителя -  $600^{\circ}\text{C}$ . График же на рис. 4 показывает, что рулон в два раза большей длины даже за 3 ч не удастся прогреть до температуры  $600^{\circ}\text{C}$ . Таким образом можно сказать, увеличение длины рулона в два раза приводит к увеличению времени прогрева до температуры теплоносителя в пять раз.

Сравнение двух данных графиков нагрева рулона даёт возможность выделить в рулоне две характерные его части (рис. 5). Среднюю часть рулона – ядро. Границы ядра -  $0,4 \div 0,6$  длины образующей. Внешнюю часть рулона – торцы, с границами  $0 \div 0,4$  длины образующей.

Из анализа графиков температуры рулона (рис. 3 и 4) следует, что время прогрева всего рулона в большей степени зависит от времени прогрева ядра. Чем больше длина рулона (ширина листа), тем больше размеры ядра, тем за большее время витки рулона достигают температуры отжига. Данная взаимосвязь показана в таблице 1.

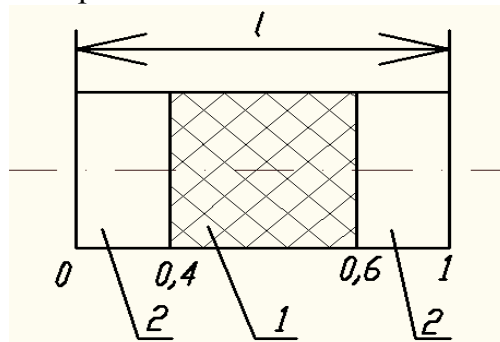


Рис.5. Характерные части рулона:  
1 – ядро, 2 - торцы

Таблица 1. Взаимосвязь ширины рулона, его ядра и времени прогрева до температуры отжига

Ширина листа, м	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0
Размер ядра, м	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2	0,24	0,28	0,3	0,32	0,36	0,4
Время нагрева ядра, ч	1	1,5	2	2,5	3	3,5	5	5	10	10	15	15

Данные, приведенные в табл. 1, показывают, что увеличение длины рулона в три раза вызывает рост времени прогрева рулона в десять раз.

### Выводы

Разработанная аналитическая математическая модель нагрева алюминиевого рулона (6) пригодна для инженерных расчетов и дала возможность провести аналитическое исследование термообработки рулонов различных размеров. Результаты аналитического исследования дают возможность сделать следующие выводы:

- диаметр рулона и толщина ленты при подаче теплоносителя в торцы рулона не влияют на время разогрева рулона;
- время разогрева рулона в целом определяются его длиной;
- основной вклад в продолжительность разогрева вносит ядро, составляющее среднюю часть размерами  $0,4 \div 0,6$  длины рулона.

Для проверки адекватности математической модели необходимо провести экспериментальное исследование и сопоставить результаты эксперимента с результатами, рассчитанными по математической модели. Также необходимо разработать модель внешнего теплообмена алюминиевого рулона с горячим воздухом, подтверждающую допущение о равномерности нагрева торца рулона, принятое в физической постановке задачи. Необходим выбор конструктивных решений струйной подачи греющего воздуха, обеспечивающий быстрый, равномерный нагрев поверхностных частей торцов рулона.

### Библиографический список

1. Горшенин А.С. Математическое моделирование теплообмена при охлаждении ряда алюминиевых слитков // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева. 2012. №2(33). С. 179-183.
2. Горшенин А.С., Щелоков А.И. Исследование теплообмена при охлаждении алюминиевых слитков с постоянными режимными и конструктивными факторами для повышения энергоэффективности // Промышленная энергетика. 2012. №10. С. 23 – 26.
3. Горшенин, А.С. Совершенствование процесса охлаждения алюминиевых слитков воздухом на основе моделирования регулируемого конвективного теплообмена: дис. ... канд. тех. наук : 05.14.04. – С., 2013. – 151 с.
4. ГОСТ 13726-97. Ленты из алюминия и алюминиевых сплавов. Технические условия. – Введ. 1999-01-01. – М. : Изд-во стандартов. 1997. 20 с.
5. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. М.: Энергоиздат. 1981. 483 с. : ил.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.. 1985. 560 с.