

УДК.681.5

Обухов П.С., к.т.н., доцент, декан факультета «Автоматизация, мехатроника и управление», ФГБОУ ВО ДГТУ;  
Гвинджилия В.Е. магистрант, ФГБОУ ВО ДГТУ.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМОБИЛЯ С АСИНХРОННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

*Аннотация.* В статье предложена модель нелинейной системы управления асинхронным электроприводом, которая строится с применением синергетического подхода, основанного на методе аналитического конструирования агрегированных регуляторов. Результаты анализа представлены графиками переходных процессов, отражающие динамику электропривода, и сравниваются с системой управления «Траснвектор» основанной на векторном управлении.

*Abstract.* In the present article the nonlinear system control of squirrel-cage induction motor with synergistic approach based on the method of analytical construction of aggregative regulators was proposed. The results of analysis are show in graphics of transient processes, reflecting dynamic electric motor, and compare to the control system "Transvector" is basing on vector's control.

**Ключевые слова:** *электромобиль, метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов, стабилизация скорости.*

**Key words:** *electromobile, method of analytical construction of aggregative regulators, speed stabilization azimuthal area, direct current motor.*

**Введение.** Современная наука и инженерная деятельность вносит в человеческую жизнедеятельность новейшие типы объектов, которые требуют развития новых технологий обращения с ними. Такое развитие техники предполагает создание сложных многомерных нелинейных систем, регулирование координат которых представляется не простой задачей. Сложность заключается не только в самом управлении подобными системами, но и соответствия их регулирования возрастающим требованиям, т.е. нужно не только управлять системой, но и делать это качественно, обеспечивая ее асимптотическую устойчивость координат к внешним возмущающим воздействиям. Кроме того, они должны быть

энергоэффективными, и экологически безопасные. Не смотря на значительные достижения современной теории управления, в настоящее время в подавляющем большинстве случаев, в указанных выше системах применяются регуляторы, в основе которых заложена линеаризация математических моделей рассматриваемых объектов.

В статье предлагается синергетический подход построения системы управления стабилизации скорости вращения вала электропривода, основанный на методе аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР), а также моделирование системы и исследование её динамических свойств в прикладном программном пакете «Matlab». Данная задача рассматривается применительно к наиболее перспективному классу электроприводов, применяемых в сфере автомобилестроения – асинхронному двигателю с короткозамкнутым ротором (АДКЗР).

**Построение математической модели.** Исследуемый объект управления представляет собой электромеханическую систему, представленную в виде электромобиля, совершающую поступательное движение по некоторой траектории. Электромобиль приводится в движение одним асинхронным двигателем с короткозамкнутым ротором (АДКР). В качестве объекта регулирования рассмотрим математическую модель АДКЗР в системе координат  $(x, y)$ , ориентированной по направлению вектора потокосцепления ротора  $\Psi_r$  (1) [1]

$$\begin{cases} \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{d}{2J} p k_r \Psi_r i_{sy} - M_c; \\ \frac{d\Psi_r}{dt} = R_r k_r i_{sx} - \frac{1}{T_r} \Psi_r; \\ \frac{di_{sy}}{dt} = -\frac{1}{T_s^*} i_{sy} - \omega_\psi i_{sx} - \frac{k_r}{L_s^*} \omega_r \Psi_r + \frac{1}{L_s^*} u_{sy}; \\ \frac{di_{sx}}{dt} = -\frac{1}{T_s^*} i_{sx} - \omega_\psi i_{sy} - \frac{k_r}{T_r L_s^*} \Psi_r + \frac{1}{L_s^*} u_{sx}; \end{cases} \quad (1)$$

где  $u_{sx}, u_{sy}$  - проекции напряжения статора на оси  $x$  и  $y$  вращающейся системы координат,  $i_{sx}, i_{sy}$  - проекции тока статора на оси координат,  $\Psi_r$  - модуль результирующего вектора потокосцепления ротора,  $\Omega_r$  - угловая электрическая скорость ротора;  $\Omega_\psi$  частота вращения поля ротора,  $k_r = \frac{L_m}{L_r}$  - коэффициент электромагнитной связи ротора,  $R_r, R_s$  - активные сопротивления обмоток статора и ротора;  $L_s, L_r$  - полные индуктивности обмоток статора и ротора,  $L_m$  - взаимная индуктивность между статором и ротором,  $L_s^* = L_s - L_m k_r, R_s^* = R_s + R_r k_r^2$  - преобразованные индуктивность и сопротивление статора,  $T_r = \frac{L_r}{R_r}, T_s^* = \frac{L_s^*}{R_s^*}$  - постоянные времени ротора и статора,  $p$  - число пар полюсов,  $J$  - приведенный момент инерции,  $d$  - число фаз двигателя,  $M_c$  - момент сопротивления нагрузки на валу.

Предполагается, что переменные, относящиеся к обмотке ротора, а также параметры обмотки ротора приведены к числу витков обмотки статора. Математическая модель (1) рассматривается при следующих общепринятых физических допущениях:

- параметры обмоток фаз статора и ротора соответственно одинаковы, а система напряжений фаз симметрична;
- магнитопроводы насыщены;
- воздушный зазор между взаимно перемещающимися частями равномерен;
- магнитодвижущая сила в воздушном зазоре синусоидальная;
- влияние потерь в стали и эффекта вытеснения тока и потока на характеристике АД не учитывается;

Для составления математической модели поступательного движения автомобиля примем некоторые допущения:

1 В качестве точки приложения сил примем центр масс электромобиля.

2 При рассмотрении силы трения не учитываются геометрические размер тела и его форма.

3 Предположим, что тело непосредственно связано с поверхностью по которой происходит движение (исключены отрывы тел от поверхности, недопустимы проскальзывания).

4 Скорость вращения колеса  $\omega_k$  принимаем равной частоте вращения ротора  $\omega_r$ , а скорость поступательного движения  $v$  электромобиля свяжем с  $\omega_k$  следующим выражением:  $v = \omega_k r_k$ , где  $r_k$  - радиус колеса.

При движении электромобиля на него действуют следующие силы сопротивления трения качения колес  $F_{T.k}$ , сила аэродинамического сопротивления  $F_{aэp.c.}$ , нормальная реакция опоры  $N$  [2].

Воспользуемся вторым законом Ньютона, для составления математической модели движения электромобиля.

$$m_{\text{элек.м.}} \frac{dv}{dt} = F_{T.k} + F_{aэp.c.} \quad (2)$$

Сила реакции опоры в проекции на ось  $x$  дает 0. Сила сопротивления трения качения колес определяется

$$F_{T.k} = m_a \cdot g \cdot f_k \quad (3)$$

где  $m_a$  – масса электромобиля,  $f_k$

– коэффициент сопротивления качению.

Несмотря на то, что  $f_k$  называют коэффициентом, ведет себя он совершенно по-другому. Многочисленные эксперименты, проведенные в автомобильной технике, показали, что  $f_k$  является сложной функцией многих параметров как самой шины, так и координат движения

транспортного средства. Вариация коэффициента  $f_0$  (см. таблицу 2) обусловлена состоянием дороги, к примеру, при увеличении количества и величины неровностей этот коэффициент растет, что обусловлено ростом деформаций каркаса шины и, как следствие, увеличением потерь на гистерезис. Широкое распространение получила следующая математическая модель, описывающая зависимость коэффициента сопротивления качения от скорости транспортного средства [2]:

$$f_k = f_0(1 + A_f v^2), \quad (4)$$

где  $f_0$  - коэффициент сопротивления качению при скорости близкой к нулю,  $A_f$  - коэффициент учета влияния скорости.

Коэффициент  $A_f$  (см. таблицу 1) существенно зависит от вида транспорта для грузового транспорта он меньше, этот эффект обусловлен большим радиусом колеса и увеличенной жесткостью колеса грузового транспорта. При использовании выражения (4) значения коэффициентов входящих в зависимость подбирают исходя из особенностей конструкции (свойств) шины, качества дороги и вида транспортного средства из Таб.1 и 2 [2].

Таблица 1. Значение  $A_f$  - коэффициента учета влияния скорости

Тип автомобиля	Размерность скорости $V$	
	(км/час)	(м/с)
Легковой	$(4-5) * 10^{-5}$	$(5-6.5) * 10^{-4}$
Грузовой	$(2-3) * 10^{-5}$	$(2.6-3.9) * 10^{-4}$

Таким образом, для сухой асфальтобетонной дороги, состояние которой оценивается, как хорошее  $f_0 = 0.008 \div 0.015$ . Коэффициент учета влияния скорости определяется согласно типу автомобиля и размерности скорости. Для легкового автомобиля и размерности скорости м/с –  $A_f = (5-6.5) * 10^{-4}$ .

Таблица 2. Значение  $f_0$ -коэффициента сопротивления качению

Состояние сухой асфальтобетонной дороги	хорошее	0.008 – 0.015
	удовлет.	0.015 - 0.03
Обледенелая асфальтобетонная дорога		0.015- 0.025
Гравий укатанный		0.02 – 0.025
Состояние булыжника	хорошее	0.025 – 0.03
	удовлет.	0.035 – 0.05
Укатанная грунтовка	сухая	0.025 - 0.035
	мокрая	0.05 – 0.15

Тогда выражение (3) примет вид

$$F_{T.k} = m_{\text{элек.м.}} \cdot g \cdot f_0 (1 + A_f v^2) \quad (5)$$

Сила аэродинамического сопротивления  $F_{\text{аэп.с.}} = kF \frac{v^2}{13}$ , где  $k = 0.5 p_{\omega} C_x$ .

Таким образом, уравнение (2) примет вид:

$$m_{\text{элек.м.}} \frac{dv}{dt} = -m_{\text{элек.м.}} \cdot g \cdot f_0 (1 + A_f v^2) - kF \frac{v^2}{13} \quad (6)$$

Условимся, что

$$J = J_{ad} + J_{el.avt} + J_k = J_{ad} + m_{\text{элек.м.}} \cdot r_k^2 + m_k \cdot r_k^2, \quad (7)$$

$$v = \omega_k r_k = \omega_r r_k$$

$$\begin{aligned} m_{\text{элек.м.}} r_k \frac{dv}{dt} &= m_{\text{элек.м.}} \cdot g \cdot f_0 (1 + A_f \omega^2 r_k^2) + kF \frac{\omega^2 r_k^2}{13} = \\ &= m_{\text{элек.м.}} \cdot g \cdot f_0 r_k + \omega^2 r_k^3 K_{\text{sopr.}} = M_c \end{aligned} \quad (8)$$

где  $K_{\text{sopr.}}$  - будет общим коэффициентом сопротивления,

$$K_{\text{sopr.}} = m_{\text{элек.м.}} \cdot g \cdot f_0 A_f + \frac{kF}{13} \quad (9)$$

Тогда с учетом (5)-(8) преобразуем ММ АДКР (1) и получим ММ продольного поступательного движения электромобиля.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{d}{2J} p k_r \Psi_r i_{sy} - \frac{1}{J} \left( m_{\text{элек.м.}} \cdot g \cdot f_0 r_k + \omega^2 \cdot r_k^3 K_{\text{сопр.}} \right); \\ \frac{d\Psi_r}{dt} &= R_r k_r i_{sx} - \frac{1}{T_r} \Psi_r; \\ \frac{di_{sy}}{dt} &= -\frac{1}{T_s^*} i_{sy} - \omega_\Psi i_{sx} - \frac{k_r}{L_s^*} \omega_r \Psi_r + \frac{1}{L_s^*} u_{sy}; \\ \frac{di_{sx}}{dt} &= -\frac{1}{T_s^*} i_{sx} - \omega_\Psi i_{sy} - \frac{k_r}{T_r L_s^*} \Psi_r + \frac{1}{L_s^*} u_{sx}; \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Уравнения (10) представляют собой «модель синергетического синтеза». Касательно ЭМС на базе АЭП, выделяют технологические и электромагнитные инварианты[3,4]. Технологический инвариант представляет собой требуемое статистическое и динамическое состояние системы. К числу статических инвариантов можно отнести стабилизацию заданной частоты вращения ротора двигателя. Динамическими могут быть – изменение частоты вращения, угла поворота или момента по заданному закону. Электромагнитные инварианты представляют собой те целевые функции, которые обеспечивают стабилизацию магнитного потока статора, магнитного потока ротора и полного магнитного потока.

В статье принимаем стабилизацию угловой скорости вращения вала привода и поддержание постоянного значения потокосцепления ротора за целевые функции, а каналы управления – амплитуда и частота питающего напряжения, эквивалентные проекциям напряжения статора  $u_{sx}, u_{sy}$ .

Вектор потокосцепления ротора в системе управления задается целевой функцией. Это объясняется тем, что в процессе работы для обеспечения нормальной и экономичной работы электропривода потоком необходимо управлять. Так при работе на скоростях выше номинальных его необходимо уменьшать по аналогии с машинами постоянного тока, при малых нагрузках для уменьшения потребляемого тока поток также надо уменьшать [6].

### Синергетический векторный регулятор АЭП.

Согласно методу АКАР, вводим первую совокупность макропеременных [3,4].

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \omega_r - \omega_{r0}; \\ \eta_2 &= \psi_r - \psi_{r0}; \end{aligned} \quad (11)$$

удовлетворяющую системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} T_1 \frac{d\eta_1}{dt} + \eta_1 &= 0; \\ T_2 \frac{d\eta_2}{dt} + \eta_2 &= 0; \end{aligned} \quad (12)$$

Параметры  $T_1, T_2$  определяющие время попадания ИТ на пересечение многообразий  $\eta_1=0, \eta_2=0$ , выбираются из условия асимптотической устойчивости системы (12), то есть  $T_1, T_2 > 0$ . Сделаем следующие обозначения в системе (10) [3-5]

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{d}{2J} pk_r, a_2 = \frac{1}{J}, f(\omega) = M_c = m_{\text{элек.м.}} \cdot g \cdot f_0 r_k + \omega^2 \cdot r_k^3 K_{\text{сopr.}}, a_3 = R_r k_r i_{sx}, a_4 = \frac{1}{T_r}, \\ a_5 &= \frac{1}{T_s^*}, a_6 = \omega_\psi, a_7 = \frac{k_r}{L_s^*}, a_8 = \frac{1}{L_s^*}, a_9 = a_5, a_{10} = \omega_\psi, a_{11} = \frac{k_r}{T_r L_s^*}, a_{12} = \frac{1}{L_s^*}. \end{aligned}$$

Тогда система (10) принимает вид

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\omega_r}{dt} &= a_1 \psi_r i_{sy} - a_2 f(\omega); \\ \frac{d\psi_r}{dt} &= a_3 i_{sx} - a_4 \psi_r; \\ \frac{di_{sy}}{dt} &= -a_5 i_{sy} - a_6 i_{sx} - a_7 \omega_r \psi_r + a_8 u_{sy}; \\ \frac{di_{sx}}{dt} &= -a_9 i_{sx} - a_{10} i_{sy} - a_{11} \psi_r + a_{12} u_{sx}; \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Из совместного решения систем уравнений (11) и (12) с учетом модели синтеза (10), получаем



$$T_1 \frac{d\omega_r}{dt} + \omega_r - \omega_{r0} = 0; \quad (14)$$

$$T_1 a_1 \psi_r i_{sy} - T_1 a_2 f(\omega) + \omega_r - \omega_{r0} = 0,$$

$$\varphi_2 = \frac{a_2 f(\omega)}{a_1 \psi_r} - \frac{\omega_r}{T_1 a_1 \psi_r} + \frac{\omega_{r0}}{T_1 a_1 \psi_r} \quad (15)$$

где  $\varphi_2 = i_{sy}$  – внутренний закон векторного управления по каналу  $u_{sy}$  для регулируемого АЭП.

$$T_2 \frac{d\psi_r}{dt} + \psi_r - \psi_{r0} = 0$$

$$T_2 a_3 i_{sx} - T_2 a_4 \psi_r + \psi_r - \psi_{r0} = 0$$

$$\varphi_1 = \psi_r \left( \frac{T_2 a_4 - 1}{T_2 a_3} \right) + \frac{\psi_{r0}}{T_2 a_3} \quad (16)$$

где  $\varphi_1 = i_{sx}$  – внутренний закон векторного управления по каналу  $u_{sx}$  для регулируемого АЭП.

Для получения выражения базового векторного закона управления вводится вторая совокупность макропеременных,

$$\eta_3 = i_{sx} - \varphi_1(\psi_r); \quad (17)$$

$$\eta_4 = i_{sy} - \varphi_2(\omega_r, \psi_r);$$

удовлетворяющая системе дифференциальных уравнений

$$T_3 \frac{d\eta_3}{dt} + \eta_3 = 0; \quad (18)$$

$$T_4 \frac{d\eta_4}{dt} + \eta_4 = 0;$$

Из совместного решения систем уравнений (17) и (18) с учетом модели синтеза (10) и выражений внутренних управлений (15), (16) получаем

$$T_3 \frac{di_{sx}}{dt} + T_3 \frac{d\varphi_1}{dt} + i_{sx} - \varphi_1 = 0; \quad (19)$$

$$T_4 \frac{di_{sy}}{dt} + T_4 \frac{d\varphi_2}{dt} + i_{sy} - \varphi_2 = 0;$$

Найдем выражения  $\frac{d\varphi_1}{dt}$  и  $\frac{d\varphi_2}{dt}$

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{(a_3 i_{sx} - a_4 \psi_r)(T_2 a_4 - 1)}{T_2 a_3}$$

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{a_2}{a_1} \frac{d \frac{f(\omega)}{\psi_r}}{dt} - \frac{1}{T_1 a_1 \psi_r} \frac{d \frac{\omega_r}{\psi_r}}{dt} - \frac{\omega_{r0}}{T_1 a_1} \frac{1}{\psi_r^2} \frac{d\psi_r}{dt}$$
(20)

Найдем закон векторного управления по каналу  $u_{sx}$ . Для этого преобразуем первое выражение (19) с учетом (18) и (15), получим:

$$u_{sx} = \frac{\varphi_1 - T_3 \frac{d\varphi_1}{dt} - i_{sx} + T_3 a_9 i_{sx} + T_3 a_{10} i_{sy} + T_3 a_{11} \psi_r}{T_3 a_{12}}$$
(21)

где  $\varphi_1 = \psi_r \left( \frac{T_2 a_4 - 1}{T_2 a_3} \right) - \frac{\psi_{r0}}{T_2 a_3}$ ,  $\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{(a_3 i_{sx} - a_4 \psi_r)(T_2 a_4 - 1)}{T_2 a_3}$

Аналогично находится закон векторного управления по каналу  $u_{sy}$ . Для этого преобразуем второе выражение (19) с учетом (18), (15) [5]

$$u_{sy} = \frac{\varphi_2 - T_4 \frac{d\varphi_2}{dt} - i_{sy} + T_4 a_5 i_{sy} + T_4 a_6 i_{sx} + T_4 a_7 \omega_r \psi_r}{T_4 a_8}$$
(22)

Выражения (21) и (22) представляют собой искомый закон управления АДКЗР, обеспечивающий выполнение требуемых инвариантов: стабилизации скорости вращения вала АЭП и обеспечение постоянства потокосцепления ротора.

**Моделирование системы управления.** Прежде чем перейти к моделированию системы синергетического векторного регулирования необходимо определиться с моделью привода и задаться параметрами. Для этого рассчитаем статический момент, которым должен обладать искомый двигатель  $M_D$ . [6,7].

Пусть время разгона электромобиля до  $v = 60 \text{ км/ч} = 16.67 \text{ м/с}$  составляет  $t = 10 \text{ с}$ . Радиус колеса электромобиля -  $r_k = 0.33 \text{ м}$ , масса электромобиля  $m_{elk.m.} = 770 \text{ кг}$ . Тогда номинальная частота вращения ротора двигателя

$$\omega_r = \frac{v}{r_k} = \frac{16.67}{0.33} = 52.04 \text{ рад/с}.$$

Таким образом, рассчитав номинальный момент двигателя  $M_D$ , выбирается электродвигатель типа 5АИ180S4 с следующими параметрами:  $R_r = 0.022 \text{ Ом}$ ,  $R_s = 0.033 \text{ Ом}$ ,  $d = 3$ ,  $L_m = 2.15 \text{ Гн}$ ,  $L_s = 0.073 \text{ Гн}$ ,  $L_r = L_s$ ,  $J = 1.02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $p = 4$ ,  $P = 22 \text{ кВт}$ ,  $\omega_{r0} = 52.04 \text{ рад/с}$ ,  $\psi_{r0} = 1.4 \text{ Вб}$ .

На рис. 1 представлена линеаризованная модель векторной системы управления электроприводом с подчиненным регулированием «Трансвектор», выполненная в ПП Simulink [5].

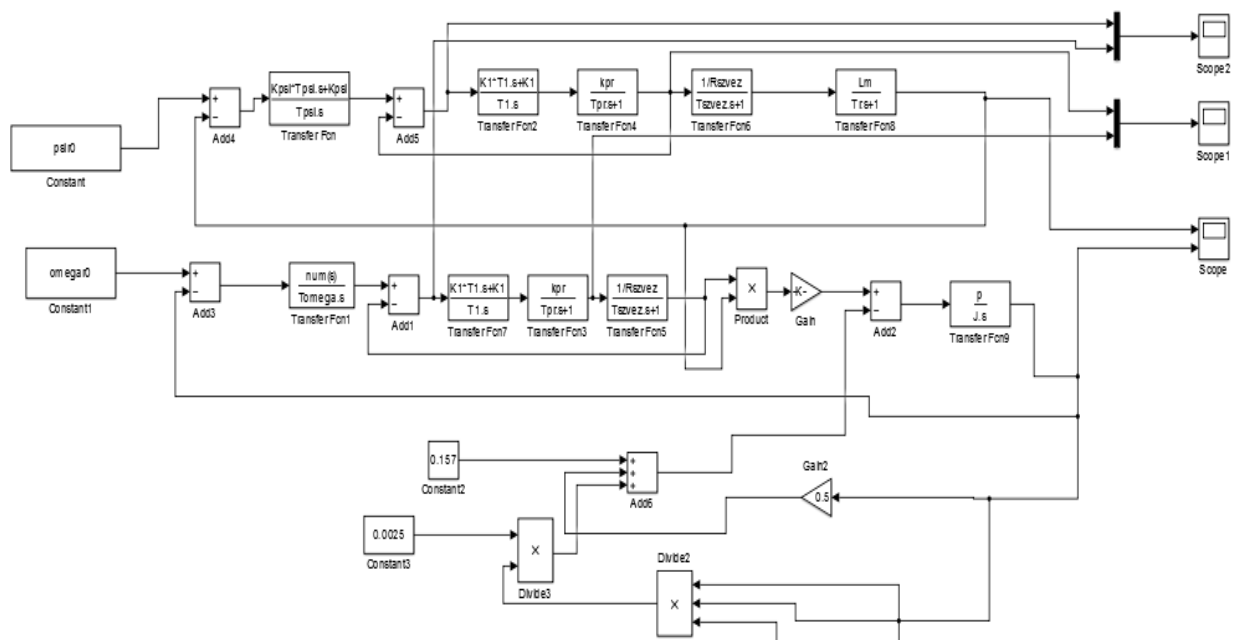


Рис. 1 – Линеаризованная модель векторной системы управления электроприводом с подчиненным регулированием

На рис. 2 представлена модель векторной системы управления электроприводом с синергетическим векторным регулятором, выполненная в ПП Simulink. В блоках подсистем которых находятся модели управления  $u_{sx}, u_{sy}$ .

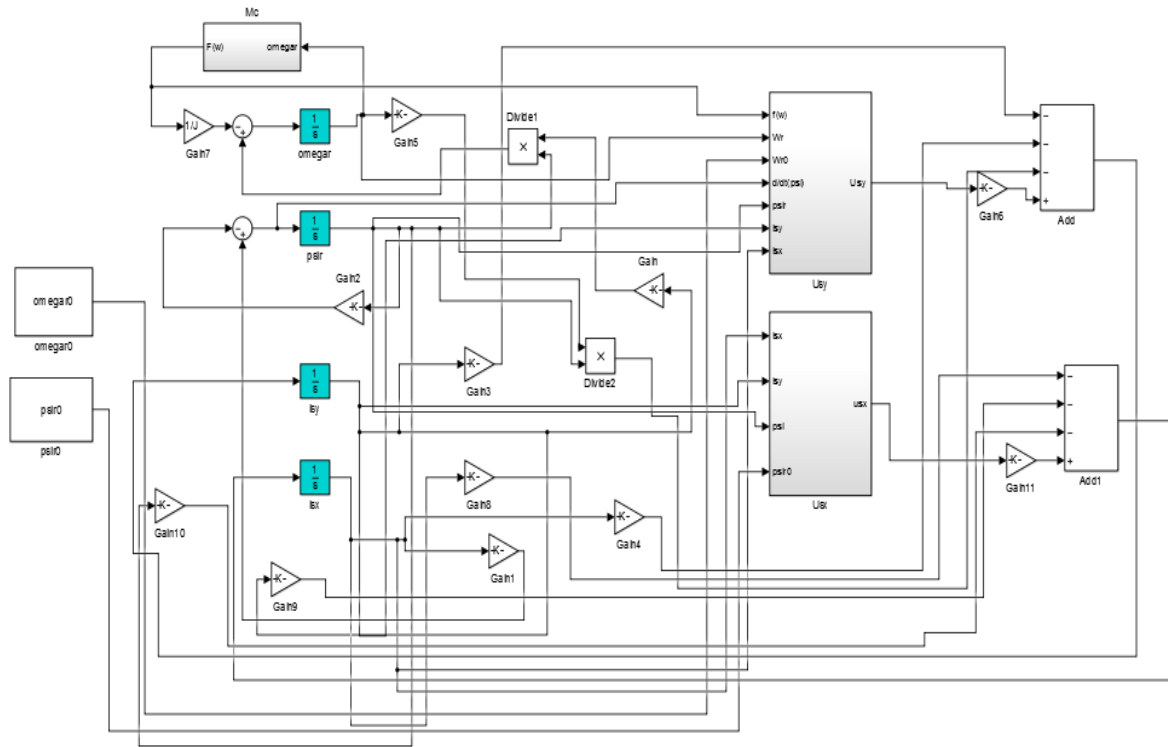


Рис. 2 – Модель синергетического векторного регулятора

На рис. 3 и 4 представлены переходные процессы относительно потокосцепления ротора АДКЗР для системы с подчиненным и синергетическим регулятором.

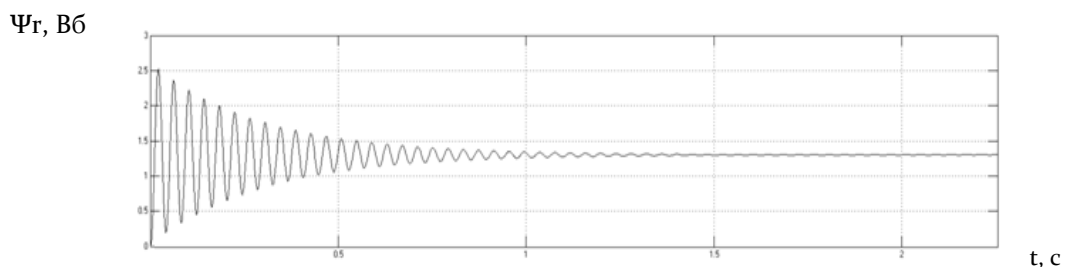


Рис. 3 – Изменение потокосцепления ротора в системе с подчиненным регулятором

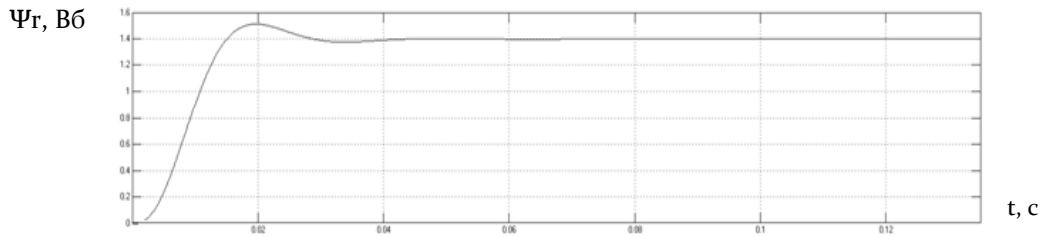


Рис. 4 – Изменение потокосцепления ротора в системе с синергетическим регулятором

На рисунках 5 и 6 представлены переходные процессы частоты вращения ротора АДКЗР для системы с подчиненным и синергетическим регулятором.

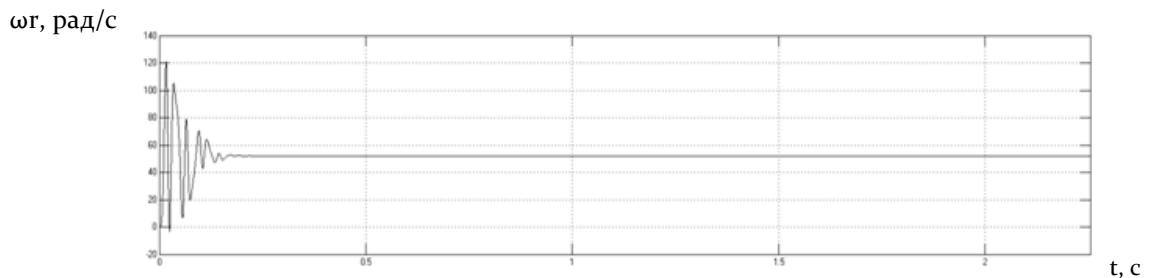


Рис. 5 – Изменение частоты вращения ротора в системе с подчиненным регулятором

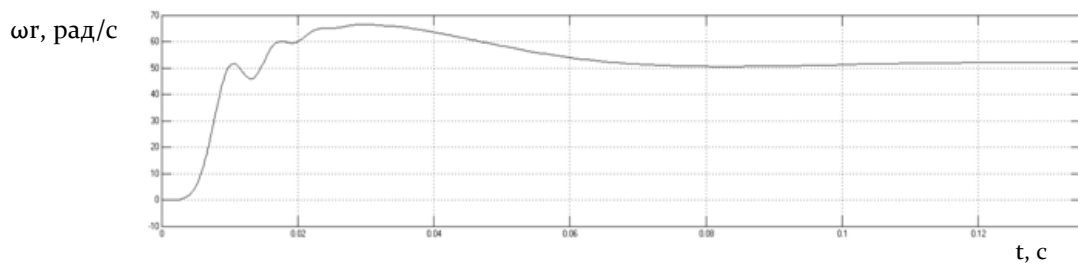


Рис. 6 – Изменение частоты вращения ротора в системе с синергетическим регулятором

**Заключение.** Предлагаемая синтезированная система обладает такими важными свойствами, как асимптотическая устойчивость, инвариантность к внешним и внутренним возмущающим воздействиям. Время ее переходного процесса значительно сократилось и составляет всего  $t_p=0.12$  секунд, также значительно изменились и такие качественные характеристики, как колебательность и перерегулирование системы, что еще раз показывает

эффективность используемого метода. Также система обладает хорошим качеством регулирования даже в случае отличия ее параметров от расчетных. Следовательно, синтезированный синергетический регулятор векторной системы управления АЭП обладает большей гибкостью в сравнении с подчиненным. Значительное число подстраиваемых параметров позволяет получить требуемое качество процессов.

### Библиографический список

1 Виноградов А.Б., Чистосердов В.Л., Сибирцев А.Н. Адаптивная система векторного управления асинхронным электроприводом // Электротехника. 2003.№7. С. 7-17.

2 Робинович Э.Х., Волков В.П., Белогуров Е.А., Белошицкий В.В. Определение сопротивлений движению автомобиля Chevrolet Aveo методом выбега//Автомобильный транспорт. 2011. №28. С. 18-22.

3 Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994.

4 Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Кузьменко А.А., Погорелов М.Е., Кондратьев И.В. Синергетические методы управления сложными системами: энергетические системы/Под ред. А.А, Колесникова. – М.: КомКнига, 2006.

5 Родионов И.А. Синергетическое управление асинхронным тяговым электроприводом транспортных систем: диссертация ... кандидата технических наук: 05.13.01 . - Таганрог, 2012. – 187 с.

6 Усольцев А.А. Векторное управление асинхронным двигателем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://www.ets.ifmo.ru/usolzev/posobie1/vect\\_upr.htm](http://www.ets.ifmo.ru/usolzev/posobie1/vect_upr.htm). – (Дата обращения: 10.04.2016).

7 Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. Теория автоматизированного электропривода. – М.: Энергия, 1979.