

МЕТОДИКА ЗАУЧИВАНИЯ ФОРМУЛ ПО ТРИГОНОМЕТРИИ*

*Воронцова А. А.,
учитель математики,
МБОУ «Цнинская СОШ №2», Тамбовский р-н*

Аннотация. Приведены теоретические положения, относящиеся к методике заучивания тригонометрических формул. Описан авторский опыт по применению соответствующего четырёхэтапного процесса.

Ключевые слова: тригонометрические формулы, этапы заучивания, инструменты запоминания

METHOD OF LEARNING FORMULA IN TRIGONOMETRY*

*Vorontsova A. A.,
mathematic teacher,
Tsninskaya secondary school No. 2, Tambov district*

Abstract. Theoretical provisions related to the method of memorizing trigonometric formulas are given. The author's experience in applying the corresponding four-stage process is described.

Keywords: trigonometric formulas, memorization stages, memorization tools

Заучивание формул — длительный и, к сожалению, обратимый процесс. Тригонометрия — самый долгий и самый сложный раздел для запоминания формул по сравнению с любыми другими частями школьной программы. Нельзя записать информацию «на корочку» как файл на винчестер и не получается ее долго хранить без многократного обращения к ней. Также нельзя каким-то одним приемом заучивания вложить все формулы в голову ребенка сразу.

Работа с обучающимися по заучиванию формул проводится мной поэтапно:

Этап 1. Знакомство с формулами одной группы.

Если ученик не самый слабый, то бывает достаточно познакомить его с ними на доказательствах и сразу перейти к использованию формул. В некоторых случаях можно доказать все основные тригонометрические формулы, в некоторых — часть из них. Запомнив какую-то **особенность вывода формулы**, способный ученик сможет связать ее с общей структурой или с какой-нибудь частью ее «визуальной картинке».

Если способности ребенка таковы, что расчет на смысловую память не принесет результатов, то формулы лучше сразу выписать в отдельную **теоретическую тетрадь**. Функция этой тетради — собрать воедино весь вспомогательный материал, к которому ученик периодически возвращается.

* Примечание редактора. В статье значительно используются материалы цитируемых источников. Авторский вклад составляет 41%. Тем не менее, опыт автора по применению обсуждаемой методики представляет определённый интерес.

Когда это необходимо, можно получить быстрый доступ к любым графикам, формулам, вспомогательным табличкам, свойствам, блок-схемкам, равносильным переходам, подсказкам к применению алгоритмов решения базовых задач и др. Не стоит пользоваться готовыми шпаргалками и справочниками.

Почему?

Во-первых, в них может находиться много лишней для конкретного ученика информации.

Во-вторых, движения руки тоже запоминаются, причем вместе с картинкой, на мельчайшие детали которой внимание концентрируется узконаправленно (именно на то, что в данный момент выписывается). Работа двигательной и зрительной памяти — очень хороший инструмент для запоминания.

Этап 2. Анализ формул одной группы.

Очень важно провести с ребенком работу по сравнению формул одной группы между собой. Помочь выявить определенные аналогии их структур и закономерности образования. Выделить их и сделать соответствующий акцент на этом можно почти всегда.

Выделяем у формул общее, смотрим чем они отличаются, сопоставляем их с формулами другой изученной группы. На этом специально следует сделать акцент, поскольку механизмы работы ассоциативной памяти позволяют максимально долго удерживать информацию по сравнению с любой из других ее видов.

Например, в формулах двойного угла коэффициент 2, стоящий под знаком тригонометрической функции всегда «переползает» или в коэффициент выражения (в формуле синуса двойного угла), или в показатель степени (в формулах косинуса двойного угла). Далее, в свойстве четности функции косинуса знак «минус» при переходе при записи правой части пропадает, а в свойстве разности косинусов обратно к нам возвращается с коэффициентом «минус два». И происходит такое воскрешение только в одной единственной формуле CosA-CosB .

Во всех длинных тригонометрических формулах с синусами (суммы и разности функций, суммы и разности углов) перемножаются **РАЗНОИМЕННЫЕ ФУНКЦИИ**. В случае с косинусами — **ОДНОИМЕННЫЕ**. Ученики всегда вписывают эти два слова в теоретическую тетрадь и используют их в качестве подсказок. Таким образом, уходит проблема с окончанием записи всех произведений. А с чего начинать выписывать формулы? И для старта помогают аналогии: большинство правых частей тригонометрических формул сложения начинаются с той же функции и с того же угла, что стоят в левой части, а в формулах сложения функций еще и с того же алгебраического действия внутри дробей. Просто и легко. Увидел сумму синусов — начинай с синуса полусуммы. Формулу CosA-CosB следует рассматривать как выпадающую из общей закономерности формул такого типа сразу по двум пунктам

- 1) нарушения сохранности начальных функций
- 2) наличия в ее правой части «воскрешшего» знака минус (в коэффициенте «-2» от четности косинуса).

У формул с косинусами вообще сплошные сюрпризы, отличия, смены...

Длина формул запоминается быстрее, чем ее мелкие детали. Поэтому для запоминания длинных формул учителю необходимо уделить время разбору особенностей перехода от одного множителя к другому, от одного выражения (угла) под знаком тригонометрической функции к другому.

Я часто предлагаю ученикам закрепленные за определенными блоками формул короткие опорные тексты в помощь при выписывании правых частей этих формул,

например

1) Для формул приведения я говорю: «определяй четверть, затем знак, затем выполняй смену функции». Четверть, знак, смена функции. Сокращенно **ЧЗФ**.

При этом использую мнемоническое «правило лошади».

2) В формулах $\sin A \pm \sin B = \dots$ запись правых частей сопровождается текстом «эта же функция и это же действие, затем меняй функцию и меняй действие»

В формулах повышения (или понижения) аргумента можно заметить, что при увеличении степени выражения в несколько раз угол уменьшается во столько же раз (за исключением тех формул, в чьих выводах используется основное тригонометрическое тождество).

Прочтение формул. Устные упражнения.

Полезно потратить время на прочтение формул слева направо, а затем справа налево (это особенно важно, если у ребенка слуховая память работает не хуже зрительной).

Можно попросить прочитать одну, а затем и все формулы по теоретической тетради (и лучше несколько раз), затем закрыть ее и произнести то же самое в любой удобной ученику последовательности. После этого задать ученику эту последовательность. Учитель зачитывает левую часть формулы, а ученик произносит правую. Потом, наоборот — по правой называет левую. Можно скомбинировать устную работу с письменной. Учитель зачитывает одну часть формулы — ученик записывает другую. В дальнейшем, услышав опорную фразу «синус двойного угла», ученик сможет быстро выписать связанное с ней выражение $2\sin X \cos X$.

Письменные задания.

Если на слух информация не запоминается, надо учить формулы в процессе письма. Методика такая же, как в работе со слуховой памятью. Разница в том, что ребенок выполняет те же задания письменно.

Этап 3. Переход одной группы формул к другой.

Итак, формулы одной группы запомнились. При переходе к следующей группе необходимо иметь в виду, что новая информация постепенно вытесняет из головы старую. Заучить одну формулу не представляет труда, а вот удержать все сразу — значительно тяжелее. Поэтому постоянно обращаю внимание обучающихся на возможность получить формулы одной группы из формул другой, показываю связь между ними.

Главным при смене блока формул выступает регулярное повторение и многократное обращение к ранее изученному. Чем шире разброс — тем лучше. Частично эту функцию несут в себе решаемые учеником практические задачи, качество которых определяется количеством обращений к различным формулам внутри одного задания. Но эта оптимизация весьма трудна для учителя, потому

длинная задача может быть предложена не каждому ученику и не на каждом этапе обучения.

Если задачи решаются с трудом именно по причине незапоминания, то лучше всего использовать отдельные упражнения, направленные на заучивание всех формул сразу. В большинстве случаев оптимальным вариантом будет многократное переписывание формул. По левым частям пишем правые, затем по правым — левые. Сначала из одной группы, затем из разных.

Процесс письма моделирует реальную ситуацию применения формулы на практике и заставляет включить в работу сразу два вида памяти: зрительную и моторную (двигательную). Письменные упражнения лучше способствуют ускорению процесса изучения объекта, поскольку перед любым анализом использования его свойств объект сначала выделяется из общей массы в виде графического образа.

Для разнообразия можно предложить такое задание: на столе лежат карточки с формулами вперемешку. Задача ученика — найти в этой массе части одной формулы и положить их рядом. Эффект от такой работы даст о себе знать достаточно быстро. Хитрость в том, что вместе с найденной формулой ему придется посматривать и другие карточки (причем сразу все, и по несколько раз). Активно используется зрительная память, через которую человек получает 70% всей информации. Желательно такие задания давать ученикам регулярно в начале каждого урока на 5—10 минут. Если учитель видит ошибки, то можно удалить из списка несколько правильно найденных формул и повторить задание. Внимание ученика будет сконцентрировано на том, что он не вспомнил.

В зависимости от вида ошибок учитель может выкладывать определенные части формул в нужном порядке самостоятельно, а от ученика потребуется найти окончания. Виды заданий зависят от каждой конкретной ситуации. Можно предложить заполнить пропуски в готовых формулах, выписанных на карточках. Можно усложнить условия работы: требуется собрать разорванные формулы на карточках, в которых есть еще и пропуски. Таким образом и сильному ученику будет интересно.

Письменные задания на заучивание формул можно также выполнять самостоятельно (в качестве Д/З). На чистом листе ребенок выписывает все формулы, которые помнит. Далее, он открывает свою теоретическую тетрадь и сравнивает записанное с эталоном. Если что-нибудь не верно — переделывает заново.

Этап 4. Практика применения формул в преобразованиях, уравнениях и вычислениях.

Наибольшие сложности возникают в работе с формулами двойного угла, поскольку они применимы к любым синусам и косинусам из-за возможности любой угол (выражение под их знаком) считать двойным. Важно донести эту мысль до ученика, закрепляя взаимосвязь между объектами α и 2α соответствующими упражнениями.

Хороший способ заставить ребенка окунуться в мир формул — повесить листочек с ними на двери комнаты или найти для него какое-то постоянное место у письменного стола. Нелишним будет отсканировать формулы и сделать их фоновым рисунком рабочего стола в компьютере ученика. Необходимо

использовать уникальную возможность влиять на обстановку, в которой находится ученик вне занятий и максимально увеличить частоту появлений формул перед его глазами.

Методика заучивания значений тригонометрических функций.

1. Заполнение таблицы значений с помощью формулы $\frac{\sqrt{n}}{2}$, где $n = 0, 1, 2, 3, 4$.

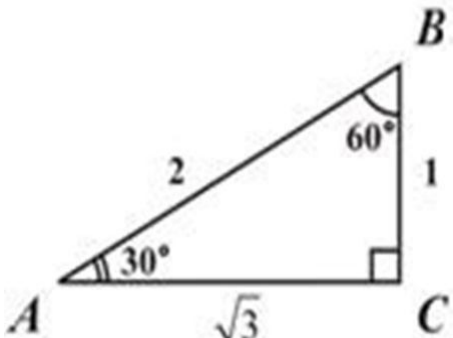
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$
$tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	0		1	$\frac{\sqrt{3}}{1}$	-
$ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	-	$\frac{\sqrt{3}}{1}$	1		0

2. Мнемоническое правило (тригонометрия на ладони)

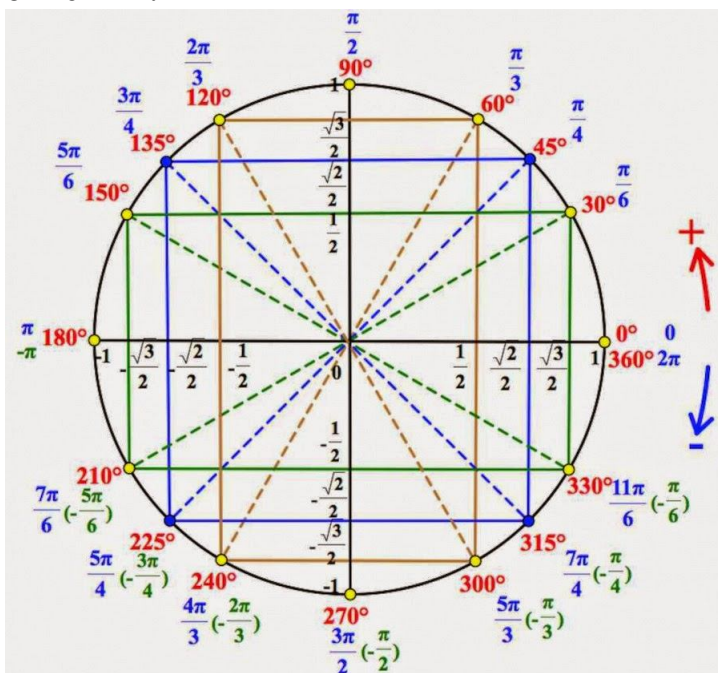


3. Использование теоремы Пифагора.

Треугольник	Sin a	Cos a
<p>$\sqrt{2}$</p>	$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
--	--	--

4. При анализе задач № 12 ЕГЭ (профильный уровень) важно, чтобы **тригонометрический круг**, грамотное его построение, табличные значения тригонометрических углов были усвоены так, чтобы ученик всегда **САМОСТОЯТЕЛЬНО** мог бы его быстро и верно набросать и все верно отметить.



Информационные ресурсы:

1. https://fsd.multiurok.ru/html/2018/12/18/s_5c194eeec0d19/1031215_16.jpeg
2. https://verkholetova.files.wordpress.com/2018/01/trigonometrichieskii-krugh-i-formuly_1.png