С.Л.Садов

Институт социально-экономических и энергетических проблем Севера Коми НЦ УрО РАН

КРИТЕРИЙ ВЫБОРА НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК С УЧЁТОМ ИХ СОГЛАСОВАННОСТИ

Типична ситуация, когда важной частью информационного обеспечения математических моделей служат экспертные оценки, выраженные численно в баллах или вербально в виде градаций лингвистической шкалы (которые также легко переводятся в количественные показатели). В качестве такой задачи рассмотрим проблему выбора стратегии развития компании. Пусть экспертам-консультантам представлены для рассмотрения и оценки стратегии и предложено дать каждой оценку по вербальной шкале. Для определённости возьмём широко используемую шкалу [1], состоящую из девяти градаций, в которой:

1 означает отлично,

3 – хорошо,

5 – удовлетворительно,

7 – плохо,

9 – очень плохо. Чётное количество баллов от 2 до 8 позволяет выразить промежуточные оценки.

Выработка стратегии всегда связана с долгосрочным предвидением и прогнозированием, и, следовательно, с большой и принципиально неустранимой неопределённостью. Поэтому неудивительно, что у одинаково квалифицированных и осведомлённых экспертов могут иметь место различия в оценках вплоть до существенных и даже противоположных. Это связано, в том числе, и с тем, что эксперты могут иметь разные предпочтения – одни, исповедующие новаторский стиль, будут отдавать преимущество инновационным изменениям производственной базы и ассортимента, освоению новых рынков, другие, придерживающиеся консервативных установок, станут в первую очередь оценивать способность компании удержать или расширить позиции на существующих рынках. У лица же, принимающего решение по выбору стратегии, возникает проблема выбора на основе полученных экспертных оценок, частично согласующихся друг с другом, частично противоречивых.

Если какая-либо стратегия получила лучшие оценки у каждого эксперта, то ясно, что выбрать следует именно её. Но такой случай – скорее исключение из правила. Гораздо чаще мнения экспертов будут рассогласованными. И возникает вопрос о степени близости оценок, другими словами – их согласованности, которая говорит и об уровне проработки изучаемого вопроса, и о единстве позиций экспертов, и, в конечном счёте, – о доверии к их оценкам. Для этой цели часто используются вероятностные показатели – дисперсия или среднеквадратичное отклонение. Известен также критерий согласованности, представляющий собой отношение среднего гармонического к среднему арифметическому совокупности оценок. Он принимает значения в промежутке от 0 до 1 – его равенство единице соответствует полному совпадению оценок, и чем меньше показатель, тем рассогласованность больше. Однако все эти критерии позволяют оценивать согласованность «в чистом виде», безотносительно того, на каком уровне сравниваемых величин она достигается. Поэтому естественно стремление получить комплексный показатель согласованности, учитывающий общий уровень экспертных оценок. Его можно составить, например, путём комбинации одного из вышеперечисленных критериев и средней оценки (которую, кстати, тоже можно вычислять разными способами). Имея три критерия согласованности и три способа вычисления средней (средние арифметические, геометрические и гармонические), получаем 9 их комбинаций. Но и это ещё не всё – нет однозначности со способом их комбинирования. Это может быть и сумма, и произведение, и ещё какие-либо операции. Причём уже из общих соображений ясно, что линейная комбинация с оптимально подобранными весовыми коэффициентами имеет больше оснований претендовать на статус критерия, чем просто сумма. Аналогично и с произведением. А разный удельный вес составляющих может приводить к различному выбору. Так что приходим к бесконечному множеству критериев с неясными принципами выбора наилучшего. К тому же остаётся дискуссионным вопрос, в какой мере применимы перечисленные операции к числам, отражающим по существу не реальные величины, а лишь порядок, т.е. выражающим в более удобном количественном виде относительные по своей сути экспертные оценки.

Всё сказанное говорит о необходимости выработки единого, комплексного критерия на основе совокупности экспертных оценок, объективность которого не ставилась бы под сомнение произвольностью выбора типа среднего и способом комбинирования его с показателем безотносительной согласованности. Выход видится на путях использования аппарата нечётких величин, каковыми по своей сути и являются экспертные оценки. Такой критерий можно создать на основе матрицы парных сравнений, известной по одноимённому методу обработки исходных данных в социологических исследованиях [2], точнее её максимального собственного числа, а также построения на его основе функции принадлежности оцениваемой величины или соответствующей шкалы. Упомянутая матрица обладает свойством обратной симметрии – $a_{ij}=1/a_{ji}$.

Итак, на основе данных группой экспертов оценок составляется матрица A размерности $(n+2)\cdot(n+2)$, где n – число экспертов, в следующем порядке:

- сначала главная диагональ, последний столбец и последняя строка заполняются единицами;
- затем оставшаяся свободной часть верхней строки матрицы – экспертными оценками;
- промежуточные клетки верхней треугольной половинки матрицы заполняются единицами;
- каждый элемент нижней треугольной матрицы равен величине, обратной симметричному элементу.

При таком способе формирования матрицы A её наибольшее собственное значение будет монотонным образом зависеть от экспертных оценок, что обеспечивает их сравнимость и упорядоченность и, следовательно, устойчивость обобщающего показателя. При этом сохраняется независимость собственного значения от порядка нумерации экспертов.

Для вычисления наибольшего собственного значения матрицы и соответствующего ему собственного вектора проще всего использовать итеративный метод, в ходе которого при последовательном применении одних и тех же формул получается результат, сколь угодно близкий к требуемому наибольшему собственному значению. Итак, задана матрица *A*, составленная по вышеприведённым правилам. В качестве исходного начального приближения собственного вектора принимается вектор, состоящий из единиц $v^{(0)}$=[1, … , 1]. На *k*-ой итерации проводятся следующие вычисления:

1) $\overline{v}^{(k)} = A \cdot v^{(k-1)}$;

2) $\lambda_k = \sum_{i=1}^{n} \overline{v}_i^{(k-1)}$;

3) $\overline{v}_i^{(k)} = v_i^{(k-1)} / \lambda_k$ для каждой *i*-ой компоненты вектора от 1 до *n*.

Алгоритм работает так, что на любой итерации, кроме нулевой, $\sum_{i=1}^{n} v_i^{(k)} = 1$. Условием окончания вычислений служит неравенство $\left|\lambda_k - \lambda_{k-1}\right| < \varepsilon$, где ε – задаваемая точность вычислений.

Здесь уместно привести интерпретацию собственного числа матрицы для лучшего понимания адекватности этого показателя целям решаемой задачи. При равенстве оценок всех экспертов единице (что соответствует единодушной наивысшей оценке) собственное число матрицы *A* равняется её порядку – λ=*n*+2 и итоговая оценка стратегии (как нечёткая величина) тоже наивысшая – *d*=1 (табл. 1). При равенстве тех же оценок следующей ступени шкалы, равной 2, имеет место отклонение собственного числа на 0,055 в сторону увеличения. Этого и следовало ожидать, т.к. уже нет полной уверенности в эффективности стратегии. Отклонение растёт по мере увеличения численного значения экспертных оценок, характеризуя понижение итоговой оценки вплоть до минимальной, в целом подчиняясь одной из типовых функций принадлежности $d(x) = e^{-kx^2}$, $x > 0,\ k > 0$.

Таблица 1

Соответствие шкалы экспертных оценок, отклонения собственного числа матрицы А от её порядка и итоговой оценки стратегии (при n=4)

Ступень шкалы экспертных оценок	λ-(n+2)	Итоговая оценка стратегий d
1	0	1
2	0,055	0,95
3	0,141	0,9
4	0,232	0,8
5	0,320	0,6
6	0,406	0,4
7	0,489	0,3
8	0,568	0,2
9	0,644	0,1

Найденные точки используются в качестве опорных при построении функции принадлежности оценки d на интересующем нас интервале (рис. 1). Теоретически возможное максимальное значение λ-(n+2) на множестве всех обратносимметричных матриц, элементы верхней треугольной половины которых принимают значения от 1 до 9, примерно равно 5.65. В качестве ориентиров можно выделить пороговые значения λ-(n+2), соответствующие итоговым оценкам 0.7 и 0.3 – они будут равны примерно 0.26 и 0.37 соответственно. Величина отклонения λ от (n+2), меньшая 0.26, говорит в целом о высокой оценке стратегии экспертами, а большая 0.37 – о низкой. Промежуточные значения говорят о необходимости осторожности в оценке стратегии, о предпочтительности сбора дополнительной информации, которая позволит снизить неопределённость при прогнозировании её эффективности.

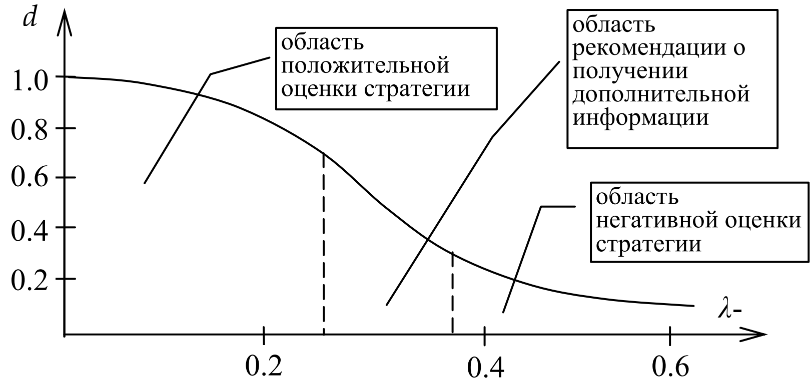

Рис. 1. Зависимость итоговой оценки стратегии *d*

На графике естественным образом выделяются три области – «оптимизма», «негатива» и «осторожности», соответствующие значениям итоговой оценки *d* больше 0.7, меньше 0.3, и промежуточным. Попадание в первую область приводит к рекомендации о реализации стратегии, во вторую – к признанию её бесперспективности, в третью – к совету отложить решение до получения новой информации относительно перспектив компании.

Библиографический список

1. Саати Т. Принятие решений: метод анализа иерархий. – М.:Радио и связь, 1993. – 320 с.
2. Дэвид Г. Метод парных сравнений. – М.: Статистика, 1978. – 144 с.