Планируемая налоговыми органами реформа налогообложения в сфере налогов на имущество призвана обеспечить стабильные поступления в бюджеты муниципальных образований при сопоставимых оптимальных нагрузках на налогоплательщиков, поэтому всесторонняя и многофакторная оценка социально-экономических последствий преобразований позволит провести изменения с более прогнозируемым результатом, а следовательно, сформировать бюджетные планы на перспективу для органов местного самоуправления.

Список литературы

1. *Налоговый кодекс* Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL (www.consultant.ru).
2. Инструкция от 2 ноября 1999 г. по применению закона Российской Федерации "О налогах на имущество физических лиц". [Электронный ресурс]. URL (www.consultant.ru)
3. Нормативно-правовые акты субъектов Российской Федерации и муниципальных образований [Электронный ресурс]. URL (www.consultant.ru)
4. Российский налоговый курьер. № 1-2 январь 2006 г. [Электронный ресурс]. URL (www.rnk.ru)
5. *Юридический* словарь 2009.
6. *Перов А.В., Толкушкин А.В.*, Налог и налогообложение. М.:, Юрайт, 2009 г.

О ПРИМЕНЕНИИ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С БУЛЕВЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ

Ю.О. Петровец

ЗАО «ПРОГНОЗ», Пермь

На примере двух задач рассмотрены некоторые вопросы, связанные с использованием метода генетического алгоритма для решения задач линейного программирования с булевыми переменными. Наличие булевых переменных позволяет легко определить границу целевой функции, что можно использовать для конструирования функции приспособленности особи. Отмечается, что при наличии

специфических ограничений, можно по-разному вводить понятие особи. Описываются и сопоставляются пропорциональная и ранговая процедуры скрещивания.

Генетический алгоритм является универсальным приближенным методом оптимизации. Как отмечено в работе [1, с. 27], возникновение приближенных методов простимулировано разными причинами:

– сложностью существующих точных методов и трудностью их применение для решения задач большой размерности;
– обесцениванием точных решений из-за недостаточной достоверности исходных данных;
– возможностью разработки мотивированных эвристических подходов, ценных своей простотой и приложимых к решению оперативных задач.

Рассмотрим варианты использования генетического алгоритма для решения задач линейного программирования с булевыми неизвестными на примере двух задач.

Первая задача (о ранце). Классическая задача о ранце имеет вид

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max, \qquad (1)$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \qquad i = 1, 2, \dots, m, \qquad (2)$$

$$x_j \in \{0; 1\}, \qquad j = 1, 2, \dots, n. \qquad (3)$$

Предполагается, что $c_j > 0$, $0 < a_{ij} \le b_i$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$.

В этой задаче каждый предмет имеет m свойств (кроме ценности). Эти свойства описываются количественно с помощью элементов столбца с номером j матрицы $A = (a_{ij})_{m \times n}$. Множество допустимых решений этой задачи – это множество булевых векторов $x^{\mathrm{T}} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, удовлетворяющих условиям (2).

Использование генетического алгоритма. Чтобы использовать генетический алгоритм для решения задачи о ранце нужно сопоставить категории задачи (предметной области) с понятиями, которыми оперирует генетический алгоритм: особь, функция приспособленности, процедуры скрещивания, мутации и пр.

Особь. Под особью будет пониматься булевой вектор $x^{\mathrm{T}} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, который может как принадлежать, так и не принадлежать множеству допустимых решений задачи (1)–(3).

Функция приспособленности. Так как вектор x может не принадлежать множеству допустимых решений, определим множество $E(x)$, состоящее из индексов неравенств задачи, которые были нарушены

$$E(x) = \left\{ e : \sum_{j=1}^{n} a_{ej} x_j > b_e, e = 1..m \right\}$$

Под функцией приспособленности $G(x)$ будем понимать значение целевой функции, к которому добавляются штрафы за нарушения ограничений, пропорциональные величине нарушения

$$G(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j + M \sum_{e \in E} \frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ej} x_j}{b_e},$$

где $M > 0$ – произвольно большое число. Так как значение целевой функции ограничено, можно выбирать M, отталкиваясь от этого возможного максимума:

$$f(x) \le \sum_{j=1}^{n} c_j \Rightarrow M > \sum_{j=1}^{n} c_j$$

Например, приемлемой функцией приспособленности является

$$G(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j + \left(\sum_{j=1}^{n} c_j + 1 \right) \sum_{e \in E} \frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ej} x_j}{b_e} \qquad (4)$$

Процедуры скрещивания и мутации. Так как элементы вектора x (гены) могут принимать только два значения ноль и единицу, то процедуры скрещивания можно организовать следующим образом. Если у «родителей» элемент j совпадает, то он при скрещивании передается новой особи. Если этот ген подвергается мутации, то выбирается противоположное значение. Если у «родителей» элемент j вектора x различается, то ген выбирается случайным образом.

Начальная популяция формируется случайным образом: вероятность $P(x_j = 1) = 0.5, j = 1,2, \dots, n$.

Вторая задача. Часто в задачах может присутствовать специфическое ограничение, при котором только одна неизвестная из некоторого множества должна равняться единице. Несмотря на то, что такое ограничение является частным случаем (2), имеет смысл изменить параметры генетического алгоритма. Рассмотрим это на примере следующей задачи:

$$f(x) = \sum_{k=1}^{p} \sum_{j=1}^{n^k} c_j^k x_j^k \to \max, \tag{5}$$

$$g_i(x) = \sum_{k=1}^{p} \sum_{j=1}^{n^k} a_{ij}^k x_j^k \le b_i, \qquad i = 1,2, \dots, m, \tag{6}$$

$$h_i(x) = \sum_{j=1}^{n^k} x_j^k = 1, \qquad k = 1, \dots, p \tag{7}$$

$$x_j^k \in \{0;1\}, \qquad k = 1, \dots, p, \qquad j = 1,2, \dots, n^k. \tag{8}$$

Также будем считать, что $b_i \neq 0$.

В этой задаче элементы вектора неизвестных разбиты на группы, внутри которых только один элемент должен быть равен единице:

$$x^{\mathrm{T}} = \left(\underbrace{x_1^1, \dots, x_{n^1}^1}_{\sum_{j=1}^{n^1} x_j^1 = 1}, \dots, \underbrace{x_1^p, \dots, x_{n^p}^p}_{\sum_{j=1}^{n^p} x_j^p = 1} \right).$$

Особь. Под особью будет пониматься вектор $q^{\mathrm{T}} = (q_1, q_2, \dots, q_p)$, которому соответствует вектор неизвестных x^q, элементы которого определяются как $\begin{cases} x_j^k = 1, & q_k = j \\ x_j^k = 0, & q_k \neq j \end{cases}$. Вектор x^q всегда будет удовлетворять ограничениям (7), однако он может как удовлетворять, так и не удовлетворять ограничениям (6).

Функция приспособленности. Так как вектор x^q может не принадлежать множеству допустимых решений, то определим множество $E(q)$, состоящее из индексов неравенств задачи, которые были нарушены:

$$E(q) = \left\{ e \colon \sum_{k=1}^{p} \sum_{j=1}^{n^k} a_{eq_k}^k > b_e, e = 1..m \right\}$$

Под функцией приспособленности $G(q)$ будем понимать значение целевой функции, взятое с обратным знаком, к которому добавляются штрафы за нарушение ограничений, пропорциональные величине нарушения

$$G(q) = \sum_{k=1}^{p} c_{q_k}^k + M \sum_{e \in E} \left| \frac{\sum_{k=1}^{p} \sum_{j=1}^{n^k} a_{e q_k}^k}{b_e} \right|,$$

где $M > 0$ – произвольно большое число. Так как значение целевой функции ограничено, то можно выбирать M, отталкиваясь от этого возможного максимума. Обозначим $m^k = \max_j c_j^k,\ k = 1..p$. Значение целевой функции не может превышать $\sum_{k=1}^{p} m^k$.

Процедуры скрещивания и мутации. При скрещивании каждый элемент вектора q (ген) выбирается от одного из «родителей» случайным образом. Если j-й ген подвергается мутации, то он случайным образом выбирается из списка возможных значений ($q_j \in \{1, \dots, n^j\}$).

Начальная популяция формируется случайным образом: вероятность $P\left(q_j = i\right) = \frac{1}{n^j}, i = 1 \dots n^j$.

Существование допустимого решения. Стоит отметить, что генетический алгоритм не только не гарантирует оптимальности решения описанных выше задач, но также и допустимости полученного решения. При этом в задаче (1)–(3) допустимое решение всегда существует (например, нулевое). Также допустимое решение можно получить, если решить задачу (1), (2), (9) и в полученном оптимальном решении заменить дробные значения x_j нулевыми. Число дробных значений в оптимальных решениях дробных задач не превосходит m [2, с. 45].

$$0 \le x_j \le 1, \qquad j = 1,2, \dots, n. \tag{9}$$

В задаче же (5)-(8) множество допустимых решений может оказаться пустым. Поэтому стоит отдельно проверять полученное решение на допустимость и при необходимости корректировать его.

Ранговые процедуры скрещивания. Для определения вероятности скрещивания можно использовать ранги особей в популяции. Примером такой процедуры может служить следующая процедура:

$$P(A) = \frac{pop - rank(x) + 1}{\sum_{i=1}^{pop} i},$$

где A – это событие, при котором особь x будет выбрана для скрещивания, pop – количество особей в популяции, $rank(x)$ – ранг особи.

При использовании ранговых процедур вычисление функции приспособленности не обязательно. Вместо этого достаточно уметь сравнивать особи между собой (для определения их ранга). Для того чтобы сравнить две особи x и y, можно использовать следующее правило: $G(x) > G(y)$, если количество элементов множества $E(x)$ меньше чем множества $E(y)$ или количества элементов совпадают, но $f(x) > f(y)$. Очевидно, что при использовании этого правила требуется меньше промежуточных вычислений.

Однако вычислительные эксперименты показывают, что вероятность нахождения оптимума при использовании ранговых процедур ниже.

Приведем результаты одного эксперимента. Случайным образом были сгенерированы 10 задач вида (1)-(3), для которых $n = 50$ и $m = 10$. Элементы матрицы A генерировались равномерным распределением ($U[0,1]$), элементы вектора b – $U[0,10]$, первые 10 элементов вектора c – $U[0,10]$, оставшиеся – $U[0,1]$. Каждая задача решалась 10 раз методом генетического алгоритма с функцией приспособленности (4) (обозначено как «пропорциональная процедура») и 10 раз с помощью ранговой процедуры. Прочие параметры алгоритма были подобраны таким образом, чтобы в большинстве случаев находилось одинаковое максимальное решение. А именно, численность популяции – 400, процент элиты – 10, максимальное число итераций – 1000, максимальное число итерации при неизменном решении – 100, вероятность мутации 0.0001. Замечание: при большей численности популяции (проверялось 500), как правило, все решения совпадали; при меньшей численности популяции – максимальное значение, как правило, достигалось один раз.

Ниже показано, что во всех задачах ранговая процедура чаще находила решения, которые были меньше, чем максимальное из всех полученных решений.

Сравнение процедур скрещивания

Задача	Пропорциональная	Ранговая
1	1	4
2	2	3
3	5	8
4	0	3
5	1	7
6	4	6
7	4	6
8	6	6
9	4	7
10	4	6

Список литературы

1. *Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю*. Дискретное программирование. М.: Наука, 1969.
2. *Сигал И. Х., Иванова А. П.* Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. –М.: физматлит, 2003.

К ВОПРОСУ О МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ РОССИЙСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В.М. Степанова
Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь
Т.А . Ярыгина
Пермский институт (филиал) «РГТЭУ» , Пермь

Изменение роли образования в условиях процесса интеллектуализации экономики и других сторон социальной жизни принципиально меняет понятие «образование». В статье изучены особенности характера происходящих глобальных изменений, необходимость и противоречивость формирования модели развития российского образования.