

УДК 629.78

СИНТЕЗ МЕТОДОМ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕГУЛЯТОРА ГАЗОРЕАКТИВНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ СПУТНИКА С УПРУГИМ СТЕРЖНЕМ И ЗАКРЕПЛЕННЫМ НА ЕГО КОНЦЕ ТЕЛОМ

Андрейченко К.П.¹, Смарунь А.Б.²

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Россия, Саратов, kp_andreichenko@renet.ru

²Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Россия, Саратов, sab220347@yandex.ru

SYNTHESIS METHOD LOGARITHMIC FREQUENCY RESPONSE GAZOREAKTIVNOY CONTROL SYSTEM OF TRAFFIC SATELLITE WITH AN ELASTIC ROD AND SECURING ITS ENDS BODY

Andreichenko K.P.¹, Smarun A.B.²

¹Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov,
kp_andreichenko@renet.ru

²Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov,
sab220347@yandex.ru

Аннотация. В работе показано, что метод логарифмических частотных характеристик синтеза регулятора для системы стабилизации спутника с упругим стержнем и закрепленным на его конце телом позволяет легко обеспечивать устойчивость системы стабилизации и наилучшее качество переходных процессов в ней. Кроме того, метод позволяет обеспечивать подавление шумов в системе стабилизации и робастность системы.

Ключевые слова: спутник, упругий стержень, синтез регулятора, метод логарифмических частотных характеристик

Abstract. It is shown that the method of logarithmic frequency characteristics of the synthesis controller for satellite stabilization system with an elastic rod and fixed to the end of its body makes it easy to ensure the sustainability of the stabilization of the system and the best quality of transients in it. Furthermore, the method allows to provide a noise suppression system stabilization and system robustness.

Keywords: satellite, elastic rod, the controller synthesis method of logarithmic frequency characteristics

Известно, что при маневрировании космических аппаратов наблюдения с упругими стержнями важнейшей задачей является уменьшение времени стабилизации аппарата относительно орбитальной системы координат [1,2]. В

[1] показано, что система уравнений, моделирующая движение космического аппарата в режиме стабилизации, распадается на три сравнительно независимых канала управления, каждый из которых может исследоваться самостоятельно. В работах [2,3] также рассматривается один из каналов стабилизации космического аппарата. В [2, 4] математическая модель космического аппарата с упругими стержнями представлена в виде частотных характеристик и, поэтому, для синтеза регулятора можно использовать хорошо разработанные частотные методы и в частности метод логарифмических частотных характеристик [5]. Этот метод достаточно прост, знаком и используется многими инженерами в реальных проектах, позволяет наглядно судить об устойчивости и качестве регулирования систем автоматического управления. В сложных случаях взаимозависимых каналов управления метод позволяет определять начальные значения параметров регуляторов для запуска различных методов оптимизации процессов регулирования. В настоящей статье показана простота и эффективность использования метода логарифмических частотных характеристик для разработки регуляторов газореактивных систем стабилизации спутников с упругими стержнями.

1. Структурная схема газореактивной системы управления движением спутника с упругим стержнем и закрепленным на его конце телом.

Рассмотрим плоское движение относительно орбитальной системы координат абсолютно жесткого спутника (рис. 1) с моментом инерции J_c и массой m_c под действием возмущающего момента L .

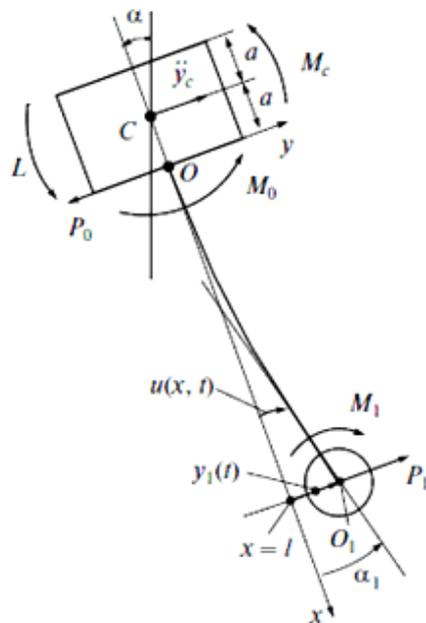


Рис. 1

В точке O на расстоянии a от центра масс C спутника жестко закреплено начало прямолинейного однородного стержня длины l с площадью поперечного сечения S и моментом инерции J . Материал стержня характеризуется объемной плотностью ρ , модулем Юнга E и коэффициентом внутреннего трения γ по

Фойгту. На конце стержня в центре масс O_1 зафиксировано абсолютно жесткое тело 1 с массой m_1 и моментом инерции J_1 .

Система координат Oxy связана со спутником С; α – угол отклонения спутника от орбитальной системы координат (ошибка системы стабилизации).

На рис. 1 обозначено: \ddot{y}_c – ускорение возмущенного движения центра масс С спутника; $u(x,t)$ – прогиб срединной линии стержня; $y_1(t)$ – смещение центра масс тела 1 относительно системы координат Oxy ; и P_0 и M_0 – соответственно сила и момент сил реакции стержня в точке О его заделки в спутнике; P_1 и M_1 – соответственно сила и момент сил реакции стержня в точке его соединения с телом 1. Заметим, что $|\alpha|, |\alpha_1| \ll 1$ рад, $|y_c|, |y_1|, |u| \ll l$.

Следуя работе [2] запишем уравнения плоского движения спутника в изображениях по Лапласу безразмерные:

$$\begin{aligned} J_c \lambda^2 \alpha(\lambda) + M_c(\lambda) &= L(\lambda) + M_0(\lambda) - aP_0(\lambda), \\ m_c \lambda^2 y_c(\lambda) &= -P_0(\lambda), \quad J_1 \lambda^2 (\alpha(\lambda) + \alpha_1(\lambda)) = -M_1(\lambda), \\ m_1 \lambda^2 [y_c(\lambda) + y_1(\lambda) + (1+a)\alpha(\lambda)] &= P_1(\lambda), \end{aligned} \quad (1)$$

$$u''''(x, \lambda) - k^4(\lambda)u(x, \lambda) = k^4(\lambda)[y_c(\lambda) + (a+x)\alpha(\lambda)], \quad (2)$$

$$k(\lambda) = [-\lambda^2 / (1 + \gamma\lambda)]^{1/4},$$

$$u(0, \lambda) = u'(0, \lambda) = 0, \quad u(1, \lambda) = y_1(\lambda), \quad u'(1, \lambda) = \alpha_1(\lambda), \quad (3)$$

$$M_0(\lambda) = (1 + \gamma\lambda)u''(0, \lambda), \quad P_0(\lambda) = (1 + \gamma\lambda)u'''(0, \lambda), \quad (4)$$

$$M_1(\lambda) = (1 + \gamma\lambda)u''(1, \lambda), \quad P_1(\lambda) = (1 + \gamma\lambda)u'''(1, \lambda),$$

Здесь $M_c(\lambda) = e^{-\tau\lambda} R(\lambda)\alpha(\lambda)$ управляющий момент с пропорционально – интегрально - дифференциальным (ПИД) регулятором $R(\lambda) = p_1\lambda + p_2 + \frac{p_3}{\lambda}$, τ – запаздывание в газореактивных двигателях, λ – произвольный комплексный параметр преобразования Лапласа.

После повторения всех выкладок, описанных подробно в [2], получим изображение угла поворота спутника относительно орбитальной системы координат:

$$\alpha(\lambda) = \Phi(\lambda)L(\lambda), \quad \Phi(\lambda) = \frac{Q(\lambda)}{D(\lambda)} \quad (5)$$

$$D(\lambda) = \det\{\varphi_{\nu j}(\lambda)\}, \nu, j = 1, \dots, 4; \quad Q(\lambda) = \lambda \det\{\varphi_{\nu j}(\lambda)\}, \nu, j = 2, \dots, 4.$$

$$\varphi_{11}(\lambda) = [J_c + a\mu_{21}(k(\lambda)) - \mu_{11}(k(\lambda))]\lambda^3 + R(\lambda)e^{-\tau\lambda},$$

$$\varphi_{12}(\lambda) = (1 + \gamma\lambda)\lambda[a\mu_{22}(k(\lambda)) - \mu_{12}(k(\lambda))],$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{13}(\lambda) &= (1 + \gamma\lambda)\lambda[a\mu_{23}(k(\lambda)) - \mu_{13}(k(\lambda))], \\
\varphi_{14}(\lambda) &= \lambda[a\mu_{24}(k(\lambda)) - \mu_{14}(k(\lambda))], \\
\varphi_{21}(\lambda) &= \lambda^2\mu_{21}(k(\lambda)), \quad \varphi_{22}(\lambda) = (1 + \gamma\lambda)\mu_{22}(k(\lambda)), \\
\varphi_{23}(\lambda) &= (1 + \gamma\lambda)\mu_{23}(k(\lambda)), \quad \varphi_{24}(\lambda) = m_c + \mu_{24}(k(\lambda)), \\
\varphi_{31}(\lambda) &= \lambda^2[J_1 + \mu_{31}(k(\lambda))], \quad \varphi_{32}(\lambda) = J_1\lambda^2 + (1 + \gamma\lambda)\mu_{32}(k(\lambda)), \\
\varphi_{33}(\lambda) &= (1 + \gamma\lambda)\mu_{33}(k(\lambda)), \quad \varphi_{34}(\lambda) = \mu_{34}(k(\lambda)), \\
\varphi_{41}(\lambda) &= \lambda^2[m_1(1 + a) - \mu_{41}(k(\lambda))], \quad \varphi_{42}(\lambda) = -(1 + \gamma\lambda)\mu_{42}(k(\lambda)), \\
\varphi_{43}(\lambda) &= m_1\lambda^2 - (1 + \gamma\lambda)\mu_{43}(k(\lambda)), \quad \varphi_{44}(\lambda) = m_1 - \mu_{44}(k(\lambda)) \\
\mu_{\nu 1}(k) &= a\mu_{\nu 1}^{(1)}(k) + \mu_{\nu 1}^{(2)}(k), \quad \nu = 1, 2, 3, 4, \quad \mu_{11}^{(1)}(k) = \frac{chk - \cos k - shk \sin k}{k^2(chk \cos k - 1)}, \\
\mu_{11}^{(2)}(k) &= \frac{(chk - \cos k) - \sin k(chk - 1) + shk(\cos k - 1)}{k^3(chk \cos k - 1)}, \\
\mu_{12}(k) &= \frac{k(shk - \sin k)}{chk \cos k - 1}, \quad \mu_{13}(k) = \frac{k^2(chk - \cos k)}{chk \cos k - 1}, \\
\mu_{14}(k) &= \mu_{11}^{(1)}(k), \quad \mu_{22}(k) = \mu_{13}(k), \\
\mu_{21}^{(1)}(k) &= \frac{\sin k(chk - 1) + shk(\cos k - 1)}{k(chk \cos k - 1)}, \quad \mu_{23}(k) = k^3 \frac{shk + \sin k}{chk \cos k - 1}, \\
\mu_{21}^{(2)}(k) &= \frac{chk - \cos k - k(shk + \sin k) + shk \sin k}{k^2(chk \cos k - 1)}, \quad \mu_{24}(k) = \mu_{21}^{(1)}(k), \\
\mu_{31}^{(1)}(k) &= \mu_{11}^{(1)}(k), \quad \mu_{31}^{(2)}(k) = \frac{(1 - chk) \sin k + (\cos k + k \sin k - 1)shk}{k^3(chk \cos k - 1)} \\
\mu_{32}(k) &= -k \frac{chk \sin k + shk \cos k}{chk \cos k - 1}, \quad \mu_{33}(k) = k^2 \frac{shk \sin k}{chk \cos k - 1}, \\
\mu_{34}(k) &= \mu_{11}^{(1)}(k), \quad \mu_{41}^{(1)}(k) = -\mu_{21}^{(1)}(k), \\
\mu_{41}^{(2)}(k) &= -\frac{\cos k - chk + kch \sin k + (k \cos k - \sin k)shk}{k^2(chk \cos k - 1)} \\
\mu_{42}(k) &= -\mu_{33}(k), \quad \mu_{43}(k) = k^3 \frac{chk \sin k + shk \cos k}{chk \cos k - 1}, \quad \mu_{44}(k) = -\mu_{21}^{(1)}(k).
\end{aligned}$$

Здесь $\Phi(\lambda)$ - передаточная функция ошибки стабилизации в форме квазирациональной дроби. Кавазимногочлены $Q(\lambda)$ и $D(\lambda)$ аналитичны в правой комплексной полуплоскости (λ) и вблизи от мнимой оси $\text{Re } \lambda=0$.

Представим структурную схему исследуемой системы управления с отрицательной обратной связью в форме

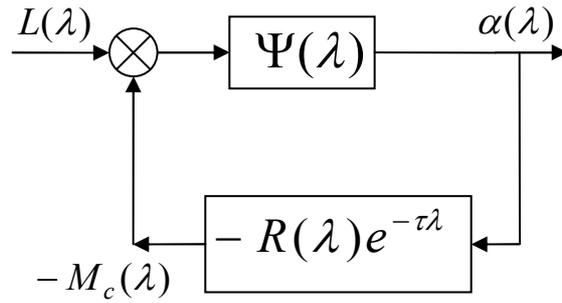


Рис. 2

Так как при $p_1 = p_2 = p_3 = 0$ справедливо тождество $R(\lambda)|_{p_1=p_2=p_3=0} \equiv 0$ введено обозначение

$$\Psi(\lambda) = \Phi(\lambda)|_{R(\lambda)=0} = \frac{Q(\lambda)}{D(\lambda)}|_{R(\lambda)=0} \quad (6)$$

Из данной структурной схемы следует передаточная функция разомкнутой системы

$$\Psi(\lambda) R(\lambda) e^{-\tau\lambda} = \frac{M_c(\lambda)}{L(\lambda)}, \quad (7)$$

передаточная функция замкнутой системы управления по углу стабилизации спутника

$$\Phi_\alpha(\lambda) = \frac{\Psi(\lambda)}{1 + \Psi(\lambda) R(\lambda) e^{-\tau\lambda}} = \frac{\alpha(\lambda)}{L(\lambda)} \quad (8)$$

и по управляющему моменту

$$\Phi_M(\lambda) = \frac{\Psi(\lambda) R(\lambda) e^{-\tau\lambda}}{1 + \Psi(\lambda) R(\lambda) e^{-\tau\lambda}} = \frac{M_c(\lambda)}{L(\lambda)}. \quad (9)$$

2. Синтез регулятора газореактивной системы управления движением спутника.

К системам управления предъявляются [5] следующие требования: устойчивость; нулевая ошибка в установившемся режиме; быстрый и плавный (в идеале – монотонный) переходный процесс; подавление шумов; робастность (нечувствительность к изменению параметров исходной модели системы).

Не рассматривая последние два требования, так как они не используются в работе [2], сосредоточимся на выполнении первых трех условий. Построим логарифмические амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики системы управления спутника с параметрами $J_c=0.07442$, $m_c=34.75$, $a=0.05$, $\gamma=0.01$, $J_1=0.007$, $m_1=3$.

На рис. 3 пунктирной линией изображены логарифмические и фазовые частотные характеристики соответствующие исходному ПИД-регулятору из [2] $0.7\lambda + 100 + \frac{400}{\lambda}$, а сплошной линией те же характеристики для ПИД-регулятора полученного в результате параметрического синтеза

$15.1\lambda + 1405 + \frac{2162}{\lambda}$. В обоих случаях запаздывание в газореактивных двигателях составляло $\tau=0.005$.

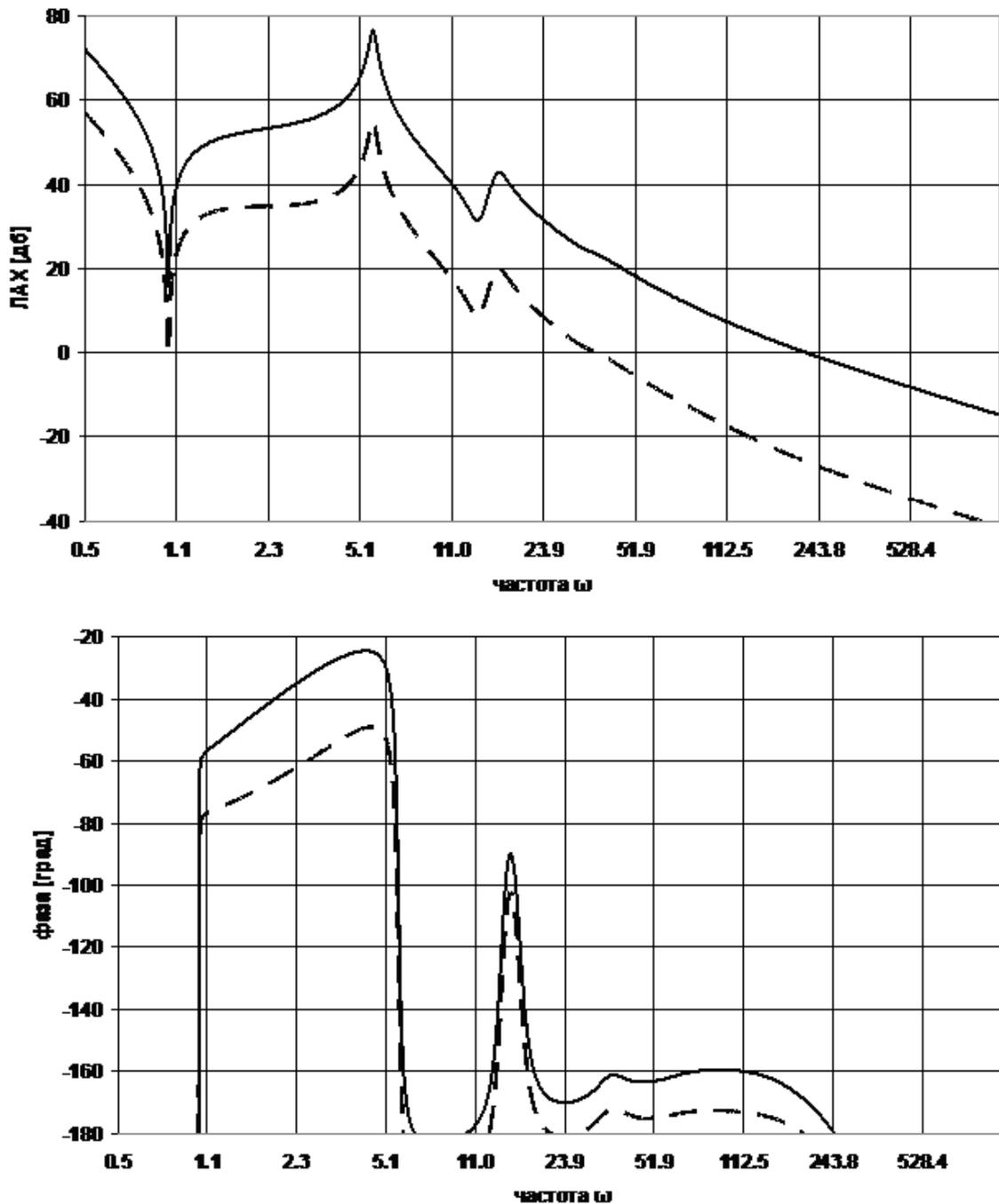


Рис. 3

Как видно из рис. 3 в системе управления спутником запас по фазе для исходного ПИД-регулятора составляет 8° , а для полученного в результате параметрического синтеза регулятора 5.5° , что конечно с точки зрения теории [5] недостаточно. Кроме того, на частоте примерно 1 наблюдается практически нулевой запас по модулю. По теории желательно 12 дБ.

Далее рассмотрим случай, когда запаздывание в газореактивных двигателях $\tau=0.01$. На рис. 4 пунктирной линией изображены логарифмические

и фазовые частотные характеристики соответствующие исходному ПИД-регулятору [2] $0.7\lambda + 80 + \frac{10}{\lambda}$, а сплошной линией характеристики для ПИД-регулятора, полученного в результате параметрического синтеза $7.28\lambda + 433.2 + \frac{17.2}{\lambda}$.

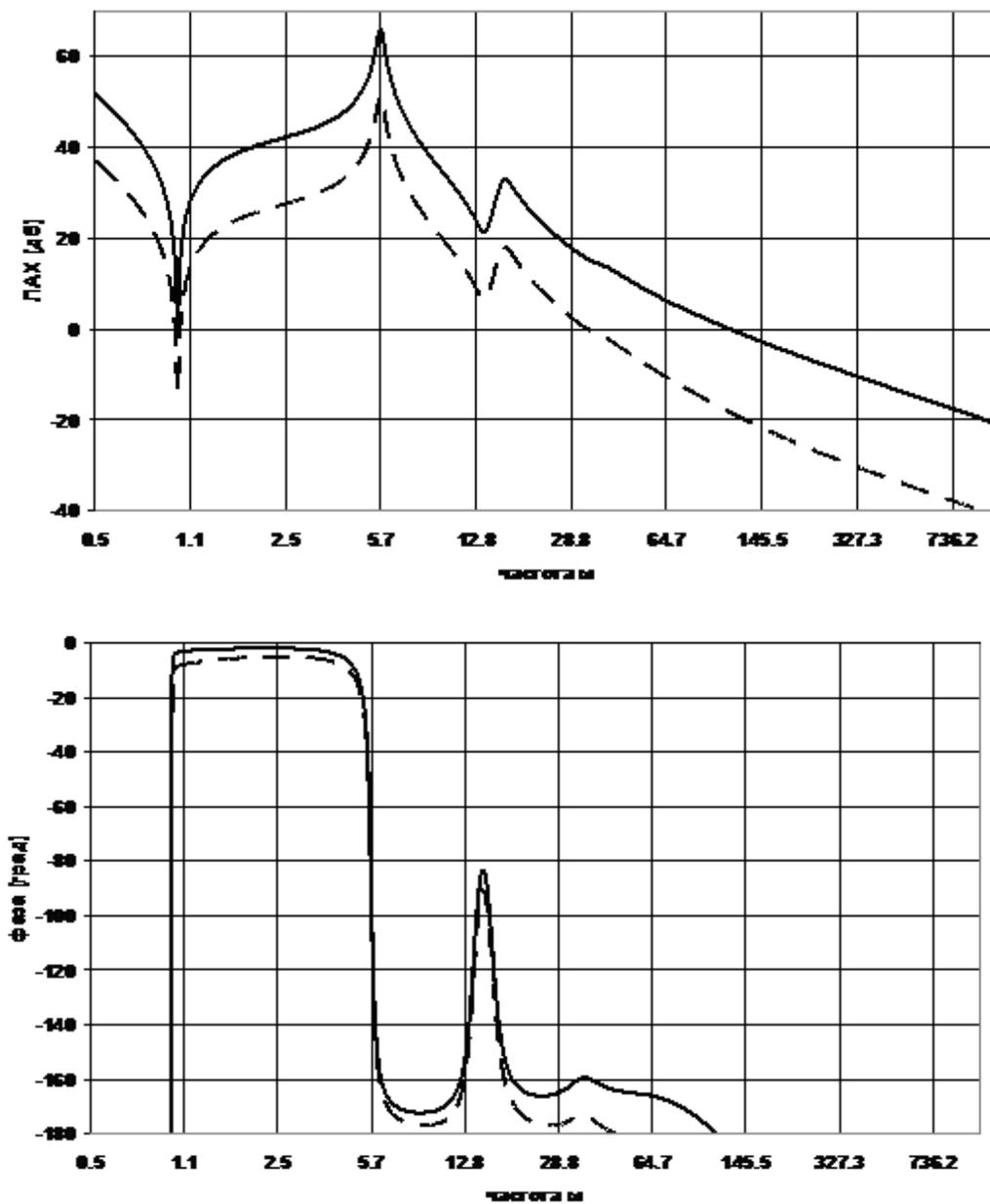


Рис. 4

Как видно из рис. 4 в системе управления спутником запас по фазе для исходного ПИД-регулятора составляет 6° , а для синтезированного $\approx 1^\circ$, что конечно с точки зрения теории [5] недостаточно. Кроме того, на частоте примерно 1 наблюдается отрицательный запас по модулю. По теории желательно 12 дБ.

Теперь синтезируем ПИД-регулятор для системы управления спутника, применяя методы логарифмических амплитудно-фазо-частотных характеристик

(ЛАФЧХ). Для этого построим логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы управления спутником с коэффициентами передачи 5000 и 2500, что позволит избавиться от проблемы с запасом по модулю на частоте 1, при этом учтем необходимость иметь в регуляторе интегрирующее звено (для обнуления статической ошибки) и запаздывание в газореактивных двигателях соответственно 0.005 и 0.01. Для краткости будем называть синтезируемые системы первой и второй. На рис. 5 изображены сплошной линией ЛАФЧХ первой системы, а штриховой линией второй системы.

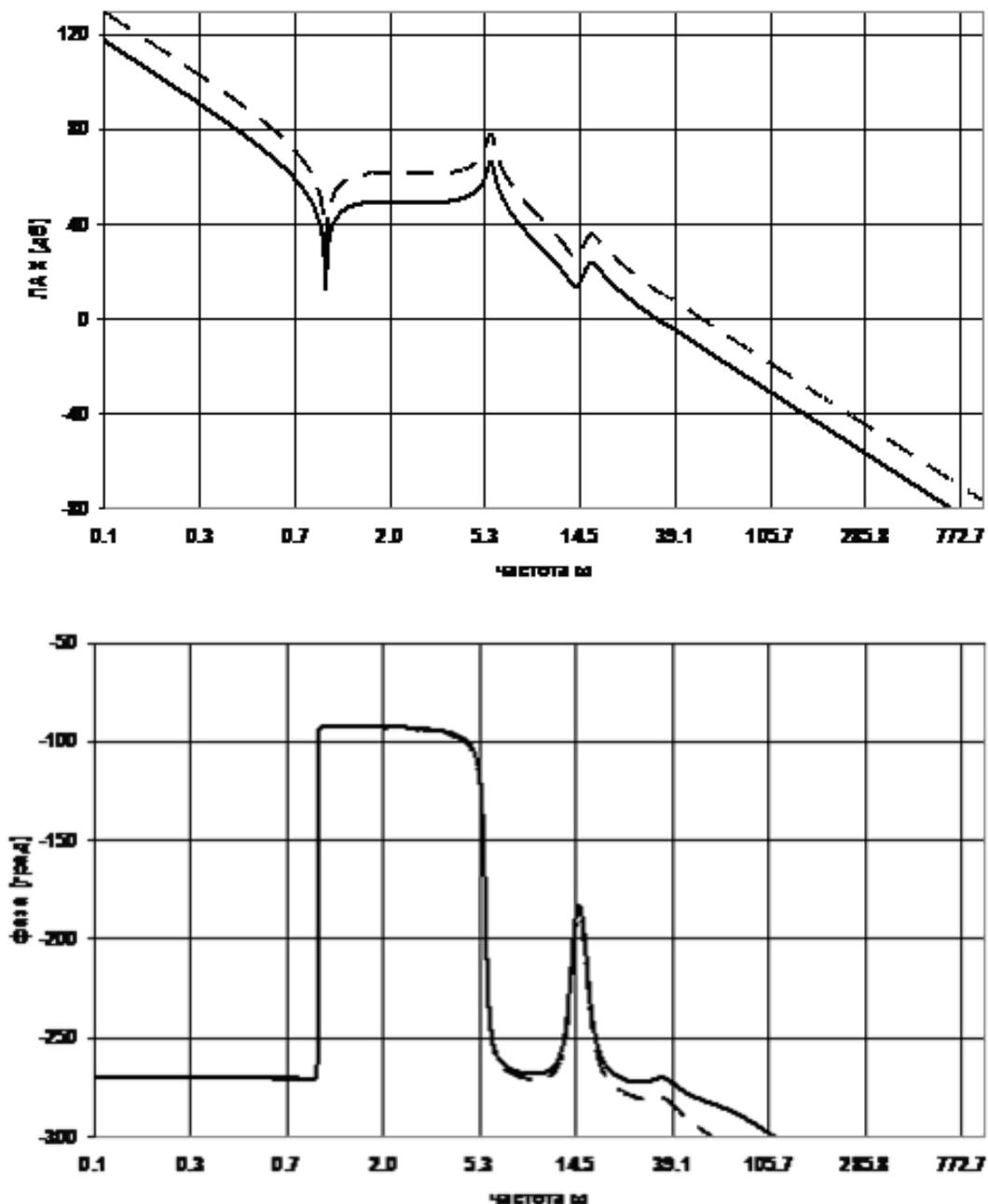


Рис. 5.

Анализируя рис. 5 легко заметить, что коррекция системы управления двумя стандартными дифференцирующими звеньями с передаточными функциями $(0.053\lambda+1)$ и $(0.0435\lambda+1)$ будет наиболее полно соответствовать требованиям работы [5]. Учитывая коэффициент передачи системы, идеальное

интегрирующее звено и два дифференцирующих звена мы получаем в результате при $\tau=0.005$ ПИД-регулятор для первой системы $11.52\lambda + 482.5 + \frac{5000}{\lambda}$ и при $\tau=0.01$ ПИД-регулятор для второй системы $5.76\lambda + 241.3 + \frac{2500}{\lambda}$. При этом первая система будет иметь запас по фазе 32° , а вторая 18° . Кроме того, проблема с запасом по модулю на частоте 1 также решена. Соответствующие ЛАФЧХ изображены на рис. 6.

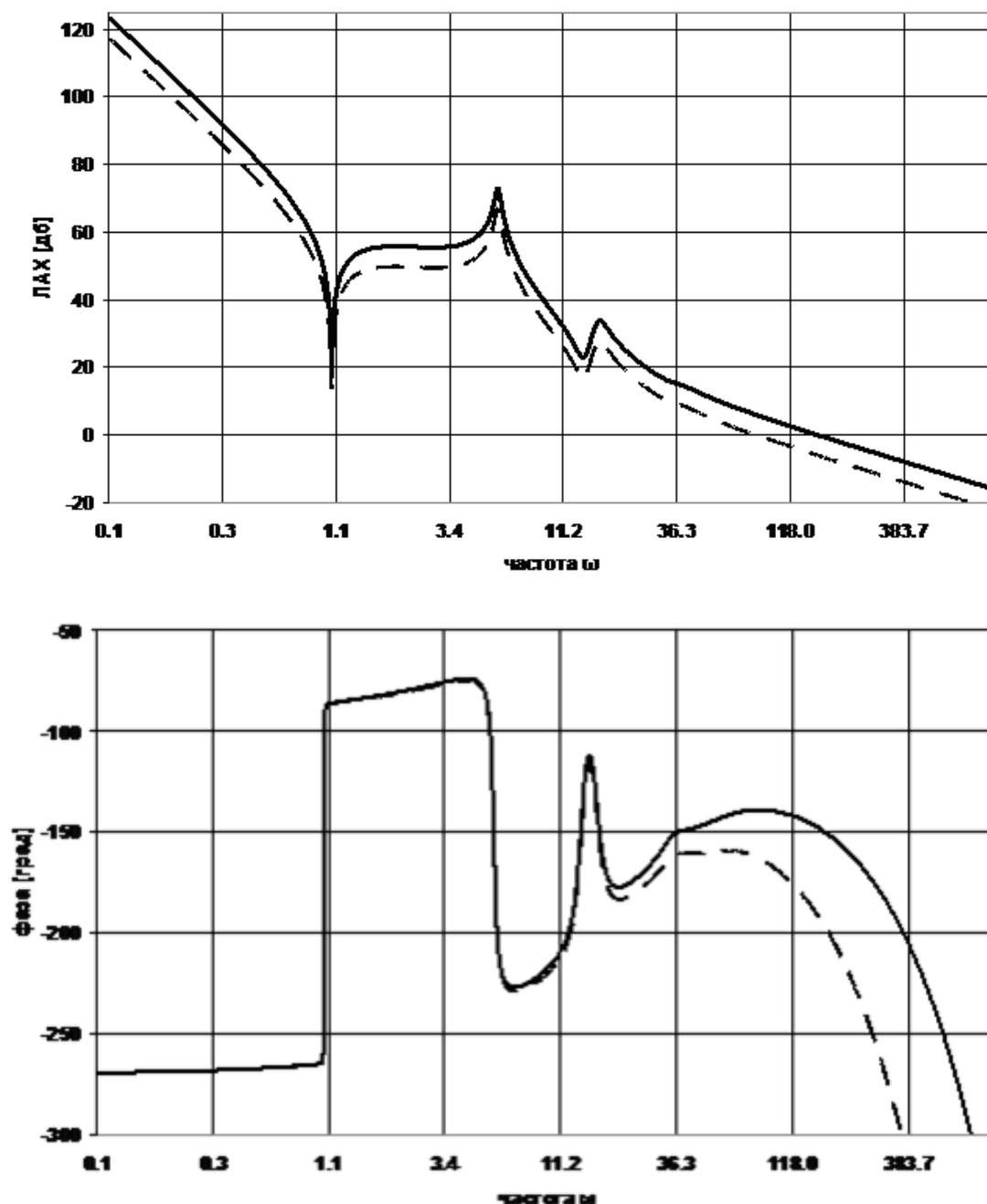


Рис 6.

На рис 7 сплошной линией изображены переходные процессы по углу стабилизации α для первой системы при $\tau=0.005$ с регулятором,

синтезированным в настоящей работе, а штриховой линией с регулятором, синтезированным в [2].

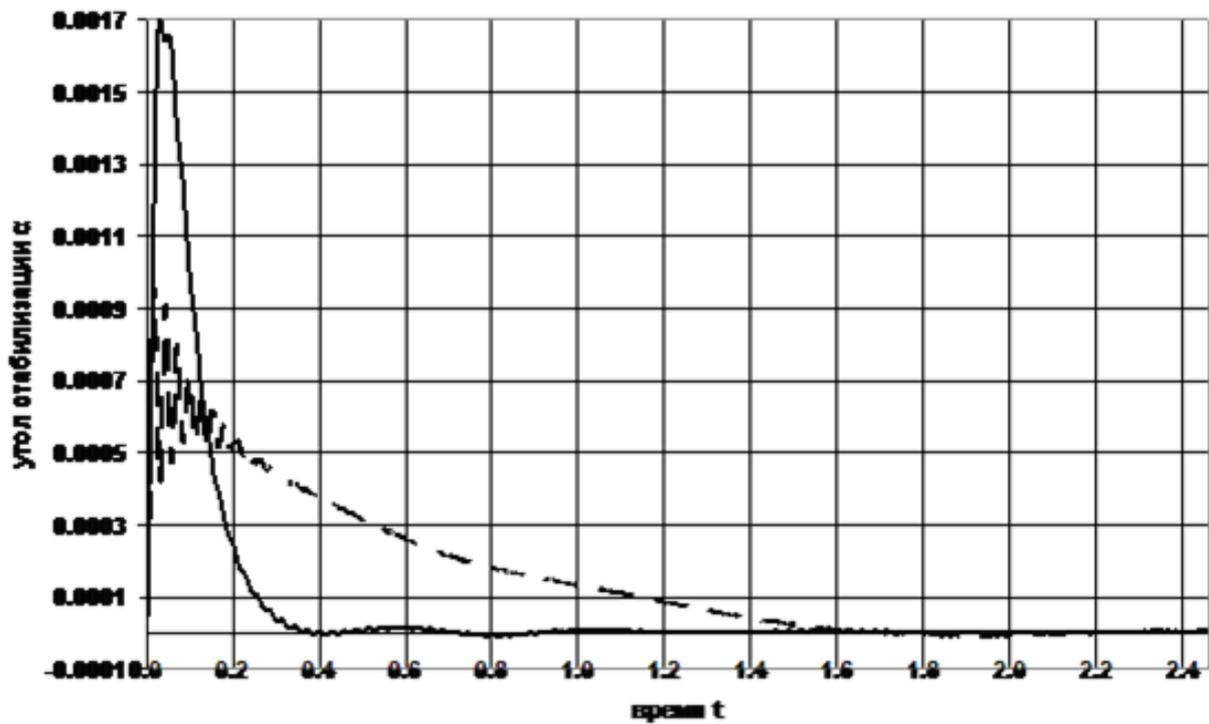


Рис. 7.

На рис 8 сплошной линией изображены переходные процессы по углу стабилизации α для второй системы при $\tau=0.01$ с регулятором, синтезированным в настоящей работе, а штриховой линией с регулятором, синтезированным в [2].

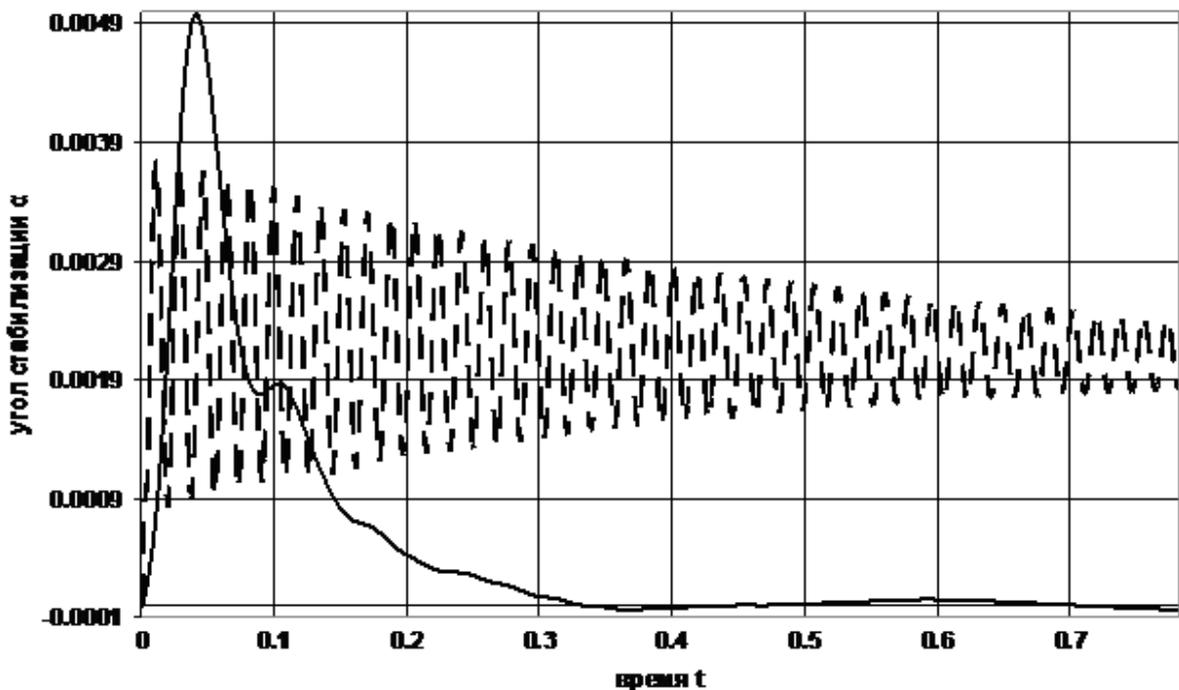


Рис. 8.

Как видно, удалось значительно уменьшить время стабилизации, несколько увеличив динамическую ошибку. Запасы устойчивости системы существенно увеличились, тем самым повысилась робастность системы.

Теперь обратимся к четвертому пункту требований к системам управления – подавление шумов. Пусть, по каким либо причинам, на объекте управления имеют место помехи с частотами ниже частоты среза системы управления, проникающие в систему управления и “раскачивающие” ее. Устранить подобное явление можно двумя способами. Во первых, можно защитить систему управления экранируя ее от помех, а во вторых, можно ввести в контур системы управления фильтры для подавления помех. Второй способ при использовании логарифмических частотных характеристик легко реализуется путем уменьшения частоты среза разомкнутой системы управления.

Рассматривая ЛАФЧХ разомкнутой системы, изображенные на рис. 5 можно прийти к выводу, что снижение частоты среза с одновременным выполнением требований к устойчивости системы [5] возможно только в случае компенсации регулятором резких изгибов логарифмической амплитудно-частотной характеристики, обусловленных гибким стержнем с массой на конце. Далее будем рассматривать при $\tau=0.01$ вторую из систем изображенную на рис. 5 штриховыми линиями. Введем в регулятор дополнительно к идеальному интегрирующему звену корректирующее устройство вида $\frac{(T_1^2 \lambda^2 + 2\xi_1 T_1 \lambda + 1)(T_2^2 \lambda^2 + 2\xi_2 T_2 \lambda + 1)}{(T_3^2 \lambda^2 + 2\xi_3 T_3 \lambda + 1)(T_4^2 \lambda^2 + 2\xi_4 T_4 \lambda + 1)}$, где $T_1=1$; $\xi_1=0.0035$; $T_2=0.0725$; $\xi_2=0.045$; $T_3=0.175$; $\xi_3=0.03$; $T_4=0.06135$; $\xi_4=0.045$. При этом ЛАХ разомкнутой системы примет вид, показанный на рис 9.

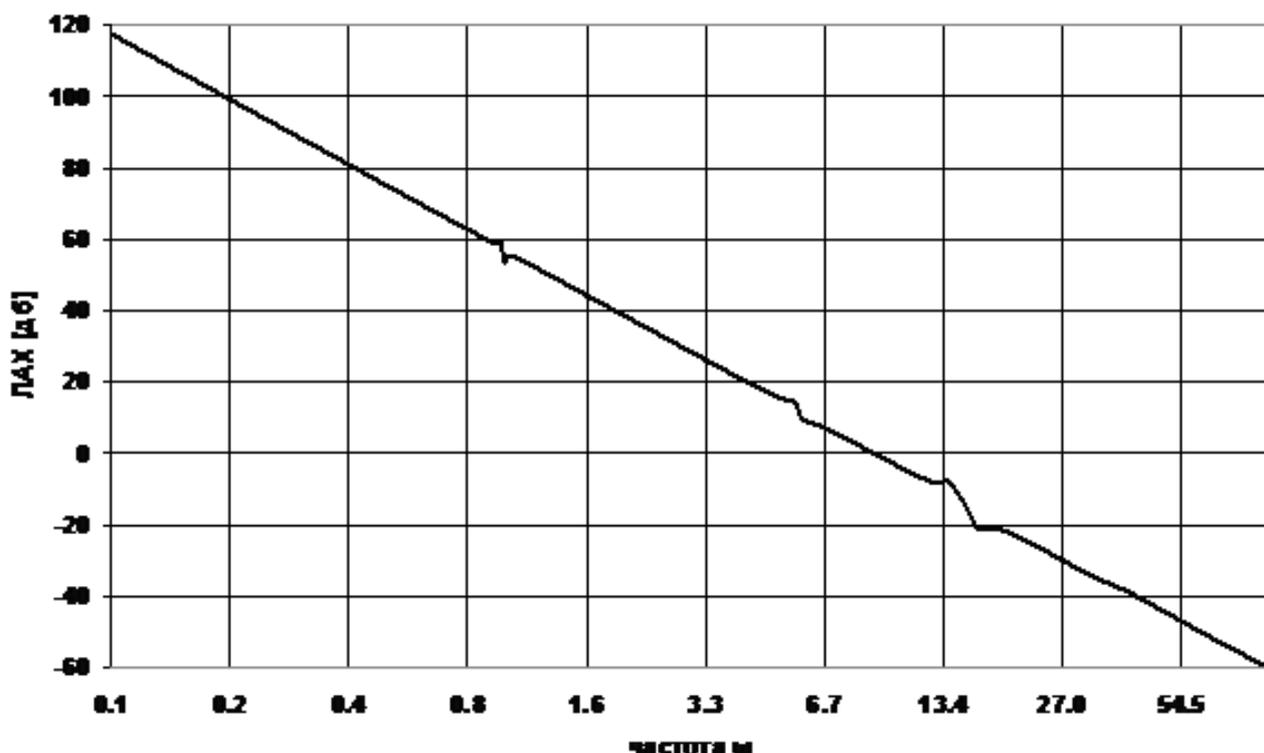


Рис. 9.

Пусть по условиям эксплуатации системы управления требуется получить частоту среза в пределах (17-36). Если не рассматривать вопросы схемной реализации корректирующего устройства, то обеспечить выполнение требований к ЛАФЧХ [5] можно вводя в корректирующее устройство, например, два дифференцирующих звена вида $(0.2\lambda+1)$. При этом ЛАФЧХ будет иметь следующий вид:

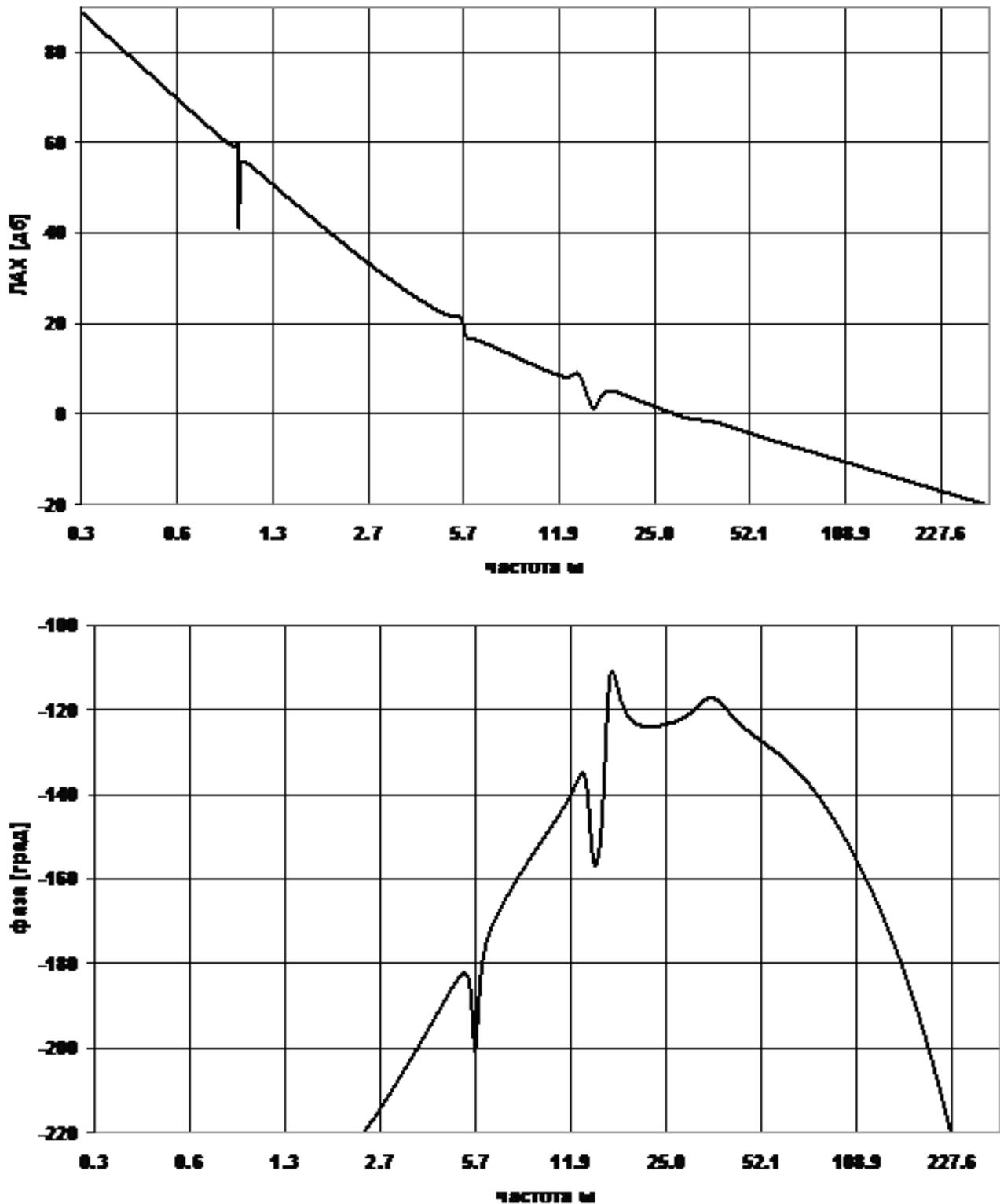


Рис. 10.

Как видно из рис. 10 разомкнутая система имеет частоту среза 29, обладает запасом по фазе 58° и запасами по амплитуде более 12 дБ., что обеспечивает защиту системы от шумов и независимость процессов в системе от изменения параметров (робастность). Переходный процесс в скорректированной таким образом системе управления приведен на рис 11.

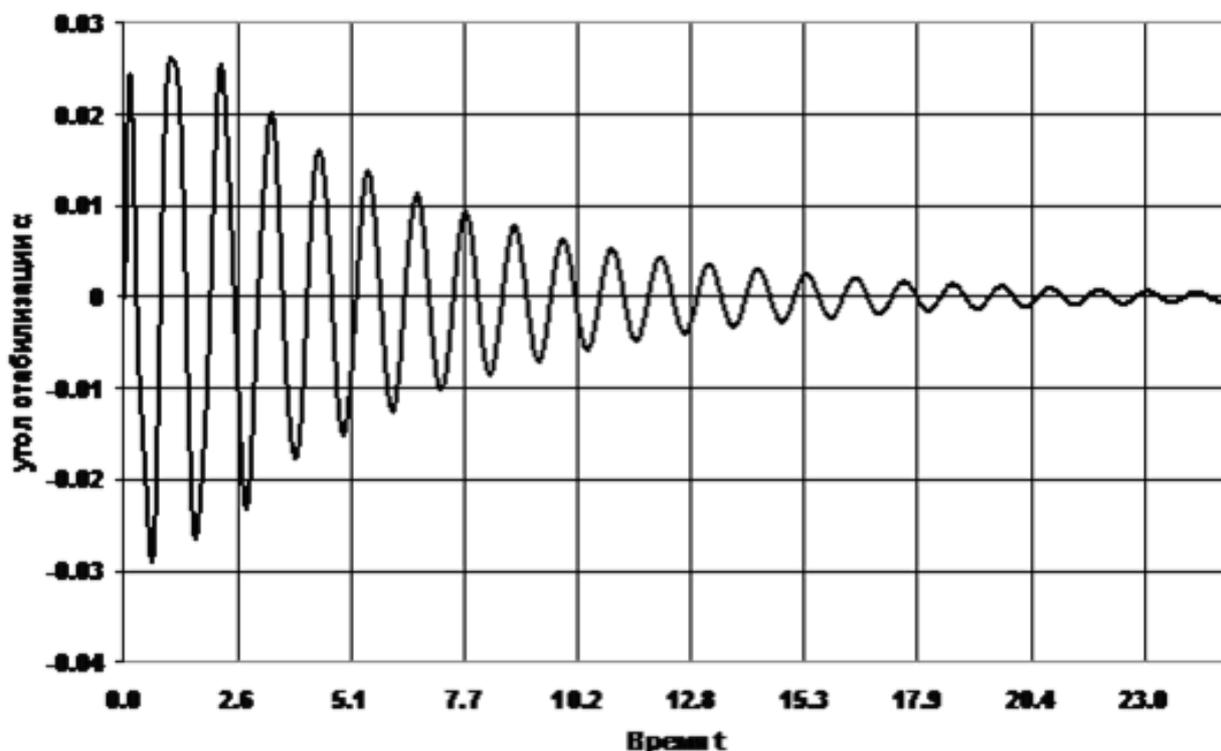


Рис. 11

Казалось бы, переходный процесс стал значительно хуже, чем на предыдущих рисунках. Однако если его сравнить с процессом, обозначенным штриховой линией на рис. 8, то можно убедиться, что у процесса на рис.11 частота колебаний меньше, амплитуда колебаний больше, но сходится он к нулевой ошибке быстрее. В то же время система с регулятором, обеспечивающим этот переходный процесс помехоустойчива и робастна. Авторы не утверждают, что данный результат хорош, и является единственным в рассматриваемых обстоятельствах. Он приведен для того, что бы показать возможности метода логарифмических частотных характеристик.

Литература

1. Мануйлов Ю.С., Новиков Е.А., Кравцов А.Н. Синтез и исследование оптимального регулятора угловой стабилизации космического аппарата наблюдения нежесткой конструкции // Авиакосмическое приборостроение. 2011. № 1. С. 16–25.
2. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П., Комарова М.С. Выбор параметров систем и динамический анализ газореактивных систем стабилизации с

- упругими стержнями// Изв. РАН. Теория и системы управления. 2012. № 4. С. 101-114.
3. Ефремов М.С., Поляков А.Е., Стрыгин В.В. Алгоритмы активной стабилизации космического аппарата с вязкоупругими элементами в условиях неопределенности//ПММ. 2006. т. 70. Вып. 5. С. 801-812.
 4. Андрейченко Д.К., Андрейченко К.П. Об устойчивости предельных циклов в системах стабилизации спутников с упругими стержнями// Изв. РАН. Теория и системы управления. 2007. № 5. С. 137-149.
 5. Бессекерский В.А., Попов Е.Н. Теория систем автоматического управления/ В.А. Бессекерский, Е.П. Попов – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб, Изд-во “Профессия”, 2003. – 752 с.