ВЫЯВЛЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ И ЖИДКОСТНЫХ ВОЛН В УПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С ЖИДКОСТЬЮ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ФАЗОВЫХ СКОРОСТЕЙ

Тер-Акопянц Г.Л.¹, Тер-Акопянц Л. Г.²

¹Санкт-Петербургский Государственный морской технический университет (СПбГМТУ), Россия, Санкт-Петербург, office@smtu.ru. ²Санкт-Петербургский Государственный морской технический университет (СПбГМТУ), Россия, Санкт-Петербург, office@smtu.ru.

THE DETECTION OF THE STRUCTURE-ORIGINATED WAVES AND THE FLUID-ORIGINATED WAVES IN AN ELASTIC CYLINDRICAL FLUID-FILLED SHELL THROUGH THE ANALYSIS OF THE PHASE VELOCITIES

Ter-Akopyants G.L.¹, Ter-Akopyants L. G.² ¹Sankt-Petersburg State Marine Technical University (SPbGMTU), Russia, Sankt-Petersburg, office@smtu.ru.

²Sankt-Petersburg State Marine Technical University (SPbGMTU), Russia, Sankt-Petersburg, office@smtu.ru.

Аннотация. В работе рассмотрено распространение упругих волн в цилиндрической оболочке, заполненной сжимаемой жидкостью, для неосесимметричных, осесимметричных и изгибных режимов колебаний. Сопоставлены фазовые скорости для оболочки со сжимаемой жидкостью, для оболочки с несжимаемой жидкостью и для абсолютно жесткого цилиндрического волновода со сжимаемой жидкостью. Это позволило выявить волны преимущественно структурного и преимущественно жидкостью, возможно распространение только структурных волн, а в жестком волноводе, заполненном сжимаемой жидкостью, возможно распространение только жидкостных волн.

Ключевые слова: упругая цилиндрическая оболочка с жидкостью; распространение волн; фазовая скорость.

Abstract. This paper considers the propagation of elastic waves in a cylindrical compressible fluid-filled shell for non-axisymmetric mode, for breathing mode and for beam mode. The phase velocities were compared for the compressible fluid-filled shell, for the incompressible fluid-filled shell and for the absolutely rigid cylindrical compressible fluid-filled duct. It allows us to identify the mainly structure-originated waves and the mainly fluid-originated waves. The method is based on the fact, that in the incompressible fluid-filled shell only structure-originated waves can propagate and in the rigid compressible fluid-filled duct only fluid-originated waves can propagate.

Keywords: elastic cylindrical fluid-filled shell; wave propagation; phase velocity.

Целью работы является выявление из всего спектра упругих волн, распространяющихся в цилиндрической оболочке, заполненной сжимаемой жидкостью, волн преимущественно структурного и преимущественно жидкостного характера.

Решения системы динамических уравнений равновесия в перемещениях, учитывающей наличие жидкости внутри оболочки, (см. [1] и [2]) будем искать в виде: /

$$\vec{u}(z,\varphi,t) = e^{kz - i\Omega t} \cdot \begin{pmatrix} U\cos m\varphi \\ V\sin m\varphi \\ W\cos m\varphi \end{pmatrix},\tag{1}$$

где *z* - продольная безразмерная координата, Ω - частота, *k* - приведённое осевое волновое число, *m* - фиксированное число окружных волн.

Выбор перемещений в виде (1) означает, что чисто мнимые значения k распространяющимся волнам. Из пары соответствуют волн. распространяющихся в противоположных направлениях, будем рассматривать только одну, распространяющуюся (Im(k) > 0) в направлении оси ∂z .

Система уравнений для амплитуд перемещений в матричной форме имеет вид:

$$L \cdot \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$
(2)
$$U = \int_{AA} = k^2 - \frac{1 - v}{m^2} m^2 + \omega^2 \qquad \qquad L_{AA} = -L_{AA} = \frac{1 + v}{km} \qquad \qquad L_{AA} = L_{AA} = vk$$

$$L_{12} = -L_{21} - \frac{1}{2}km, \qquad L_{13} - L_{31} - vk,$$

$$L_{22} = \frac{1 - v}{2}(1 + 4a)k^2 - (1 + a)m^2 + \omega^2, \\ L_{23} = -L_{32} = -m + a(2 - v)k^2m - am^3,$$

$$L_{33} = 1 + a(k^2 - m^2)^2 - \omega^2 \left(1 + \frac{\rho_{fl}}{\rho} \frac{R}{h} f_m(k)\right);$$

$$\omega = \text{приведённая частота: } \omega^2 = \rho \frac{1 - v^2}{\rho} R^2 \Omega^2; \quad a = \frac{h^2}{\rho} = \frac{h^2}{\rho} = \frac{1 - v}{\rho} R^2 \Omega^2;$$

 ω - приведённая частота; $\omega^2 = \rho - \frac{R^2 \Omega^2}{E}$; $a = \frac{n}{12R^2}$; ρ и ρ_{fl} - плотнос оболочки и жидкости; h - толщина; R- срединный радиус оболочки; E, v модуль Юнга и коэффициент Пуассона.

"Жидкостная" составляющая $f_m(k)$ имеет вид при $m \ge 1$:

$$f_{m}(k) = \frac{J_{m}(k)}{\frac{\partial J_{m}(rk)}{\partial r}} = \frac{J_{m}(k)}{mJ_{m}(k) - kJ_{m+1}(k)}$$
для несжимаемой и
$$f_{m}(k,\omega) = \frac{J_{m}(k)}{mJ_{m}(k) - kJ_{m+1}(k)} = \frac{J_{m}(k)}{mJ_{m}(k) - kJ_{m}(k)} = \frac{J_{m}(k)}{mJ_{m}(k)} =$$

я сжимаемой

жидкости,

где *c*, *c*_{*fl*} - скорости звука в оболочке и в жидкости соответственно.

В частном случае осесимметричных колебаний *m*=0:

$$\begin{split} f_{0}(k,\omega) &= f_{0}(k) = \frac{J_{0}(k)}{\frac{\partial J_{0}(rk)}{\partial r}\Big|_{r=1}} = -\frac{J_{0}(k)}{kJ_{1}(k)} & \text{для несжимаемой жидкости,} \\ f_{0}(k,\omega) &= -\frac{J_{0}\left(\sqrt{k^{2} + \frac{c^{2}}{c_{fl}^{2}}\omega^{2}}\right)}{\sqrt{k^{2} + \frac{c^{2}}{c_{fl}^{2}}\omega^{2}} \cdot J_{1}\left(\sqrt{k^{2} + \frac{c^{2}}{c_{fl}^{2}}\omega^{2}}\right)} & \text{для сжимаемой жидкости.} \end{split}$$

Дисперсионное уравнение det L = 0 позволило найти зависимости фазовых скоростей $V_{\phi}(\omega) = \frac{\omega}{k(\omega)}$ от ω .

Режимы осесимметричных *m*=0 и изгибных колебаний *m*=1 обсуждались в работах [3], [4], [5]. Графики фазовых скоростей для этих случаев были впервые получены, по-видимому, в [6].

Волны в оболочке со сжимаемой жидкостью всегда взаимосвязаны, так как такая оболочка представляет собой единую систему из двух взаимодействующих составляющих, в которой нельзя рассматривать по отдельности волны в оболочке и волны в жидкости. Однако возможно выяснить за счет чего в большей мере распространяется волна (т.е. передается энергия), за счёт оболочки или за счёт жидкости, то есть подразделить распространяющиеся волны на волны преимущественно жидкостного и преимущественно структурного характера распространения.

Для получения этого нового результата сопоставляются графики фазовых скоростей для оболочки со сжимаемой жидкостью и с несжимаемой жидкостью. Распространяющиеся волны в оболочке с несжимаемой жидкостью могут быть только структурного характера, так как в несжимаемой жидкости волны не распространяются. Поэтому на тех частотных интервалах, где графики фазовых скоростей для оболочки со сжимаемой жидкостью и с несжимаемой жидкостью совпадают, волна преимущественно структурная. Для выявления преимущественно жидкостных волн сопоставляются графики фазовых скоростей для оболочки со сжимаемой жидкостью и для абсолютно жёсткого цилиндрического волновода со сжимаемой жидкостью, являющегося математической моделью оболочки очень большой жёсткости. В абсолютно жестком волноводе волны распространяются только за счёт сжимаемой жидкости. Поэтому совпадение на некоторых частотных интервалах графиков фазовых скоростей в этом случае означает, что волна преимущественно жидкостная.

На рис.1 представлены фазовые скорости для осесимметричных (*m*=0) и изгибных колебаний (*m*=1).



На рис.2 представлены фазовые скорости для неосесимметричных

На рис.2 представлены фазовые скорости для неосесимметричных колебаний (*m*=2 и *m*=3).



Рис. 2.

Результаты анализа графиков фазовых скоростей для осесимметричных колебаний (*m*=0) в частотном интервале $\omega \in (0, 2)$ представлены в табл. 1.

Таблица 1.

	Прот линии		
	цвет линии	частотные диапазоны, в	частотные диапазоны, в
N⁰		которых волна	которых волна
		преимущественно	преимущественно
		структурная	жидкостная
1	красный	(0.7, 2)	
2	синий		(0, 2)
3	зелёный	(0, 0.85)	
4	розовый	(0, 0.6); (0.85, 1.3)	(1.3, 2)
5	голубой	(1, 1.2); (1.3, 1.7)	(1.2, 1.3)
6	коричневый	(1.2, 1.3); (1.7, 2)	(1.15, 1.2)
7	оранжевый	(1.75, 2)	

Жидкостные и структурные волны в случае осесимметричных колебаний

Аналогичные результаты для случая изгибных колебаний (m=1) в частотном интервале $\omega \in (0, 3)$ представлены в табл. 2.

Таблица 2.

Жидкостные и структурные волны в случае изгибных колебаний

№	Цвет линии	Частотные диапазоны, в	Частотные диапазоны, в
		которых волна	которых волна
		преимущественно	преимущественно
		структурная	жидкостная
1	красный	(0, 3)	
2	синий		(0.55, 3)
4	розовый	(1.45, 1.8)	(1.8, 3)
5	голубой	(1.45, 1.65)	(1.65, 1.8)
6	зелёный	(2.2, 3)	(1.6, 1.65)
7	оранжевый	(2.2, 2.7)	(2.7, 3)
8	серый		(2.6, 2.7)

Графики фазовых скоростей при m=2 и m=3 показывают, что для этих двух режимов волна, описываемая красной дисперсионной кривой 1, всегда преимущественно структурная, а волна, описываемая синей дисперсионной кривой 2, всегда преимущественно жидкостная. Волна, описываемая розовой дисперсионной кривой 4, переходит на частоте $\omega=2.15$ при m=2 и $\omega=2.55$ при m=3 из преимущественно структурной в преимущественно жидкостную. Волна, описываемая голубой дисперсионной кривой 5, зарождается, как преимущественно жидкостная, но остаётся таковой только до частоты $\omega=2.15$ при m=2 и $\omega=2.55$ при m=3.

Возможность различать волны преимущественно жидкостного и преимущественно структурного характера актуальна для практики, так как вибрацию и шум, связанные с распространением волн структурного

происхождения, можно ослабить за счёт применения внешних устройств, в отличие от вибрации и шума, связанных с распространением волн жидкостного происхождения.

В заключение отметим, что предложенный метод сопоставления графиков фазовых скоростей для оболочки со сжимаемой жидкостью, с несжимаемой жидкостью и для абсолютно жесткого волновода со сжимаемой жидкостью позволяет успешно определять, какие волны имеют преимущественно структурный, а какие преимущественно жидкостный механизм распространения.

Литература

- 1. Fuller C.R., Fahy F.J. Characteristics of wave propagation and energy distributions in cylindrical elastic shells filled with fluid // Journal of Sound and Vibration (1982) 81(4), pp. 501-518.
- 2. Тер-Акопянц Г.Л. Об уточнении результатов влияния жидкости на распространение волн упругой цилиндрической оболочке // Фундаментальные исследования. 2013. № 10 (часть 3). С. 516–520.
- 3. Тер-Акопянц Г.Л. Осесимметричные волновые процессы в цилиндрических оболочках, заполненных жидкостью // Естественные и технические науки. 2015. № 7 (85). С. 10-14.
- 4. Тер-Акопянц Г.Л. Дисперсионные кривые и модальные коэффициенты при распространении волн в оболочке с жидкостью // Естественные и технические науки. 2015. № 6(84). С.77-81.
- 5. Филиппенко Γ.В. Энергия волн изгибного типа бесконечной В оболочке, заполненной цилиндрической сжимаемой жидкостью Современное машиностроение: Наука образование: материалы 5-й И Международной научно-практической конференции / под ред. А.Н.Евграфова и А.А. Поповича. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2016. – с. 276-286.
- 6. Lin T. C., Morgan G. W. Wave propagation through fluid contained in a cylindrical, elastic shell // Journal of the Acoustical Society of America (1956) 28, pp.1165-1176.