

УДК 681.2.088

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ДАТЧИКОВ, ВХОДЯЩИХ В СОСТАВ СТЕНДОВ ДЛЯ ЗАДАНИЯ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ

Р.В. Ермаков¹, Д.М. Калихман², Д.В. Кондратов³, А.А. Львов⁴

¹АО "Конструкторское бюро промышленной автоматики", Саратов, Россия

²филиал ФГУП "НПЦАП" – "ПО "Корпус", Саратов, Россия

³Поволжский институт управления имени П.А. Столыпина – филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Саратов, Россия

⁴ФГБОУ ВО "Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.", Саратов, Россия

ERRORS' DISTRIBUTION LAWS ANALYSIS OF SENSORS FOR THE ROTARY TABLES

R.V. Ermakov¹, D.M. Kalikhman², D.V. Kondratov³, A.A. L'vov⁴

¹SC «Design Bureau of Industrial Automatics», Saratov, Russia

²Branch of the Federal State Unitary Enterprise "Academician Pilyugin Scientific-production Center of Automatics and Instrument-making" – Production Association "Korpus", Saratov, Russia

³Stolypin Volga Region Institute of Administration of Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA), Russia, Saratov

⁴Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia

Аннотация. В работе исследуются погрешности датчиков угла, угловой скорости, тангенциального и центростремительного ускорений, входящих в состав стенда для задания угловых скоростей. Приводятся выражения для оценок угловой скорости по показаниям каждого из датчиков. Показывается несоответствие закона распределения погрешностей различных датчиков, входящих в состав поворотных стендов, нормальному закону распределения. Делается вывод о невозможности оптимального оценивания угловой скорости с помощью метода наименьших квадратов и о целесообразности применения для этого метода максимального правдоподобия.

Ключевые слова: угловые измерения, оптический датчик угла, датчик угловой скорости, датчик линейного ускорения, погрешность, полигауссовская аппроксимация.

Abstract. The paper investigates the estimation of angular velocity errors occurred in rotary tables based on angle sensors, and angular velocity of the tangential as well as centripetal accelerations. Expressions for combined estimator of the angular velocity using readings of all sensors are found. Inconsistency of error distribution for of all considered sensors used in the rotary tables to normal distribution law is revealed. Therefore, it is impossible obtain the optimal estimates of angular velocity using least square technique; as a result, the maximum likelihood estimation procedure is proposed.

Key words: angular measurements, optical angle sensor, angular velocity sensor, linear accelerometer, error, poly-Gaussian approximation

Введение. Построение инерциальных навигационных систем (как платформенных, так и бесплатформенных), которые востребованы в ракетно-космической технике, авиационной промышленности, геодезии, судостроении, других отраслях невозможно без точных измерений угловых скоростей [1]. Уточнению модели вибрационной погрешности приборов навигации, входящих в подобные системы, посвящены, например, работы [2-5]. В данных работах рассмотрено влияние на точность приборов гидроупругих явлений [6,7]. С другой стороны, контроль параметров подобных систем, как правило, проводится с помощью стендов для задания угловых скоростей, состоящих из поворотной платформы, электродвигателя, датчика угла и системы управления. Сейчас различными производителями выпускаются различные варианты подобных стендов, которые позволяют осуществлять сложные движения с управлением углом, угловой скоростью и угловым ускорением. Общим недостатком данных систем является ограничение диапазона задаваемых угловых скоростей в нижней его части значениями 0,1–0,01 °/с, что связано с конечной точностью датчика угла [8].

Для расширения диапазона задаваемых угловых скоростей в конструкцию стенда вводятся инерциальные чувствительные элементы: датчики угловой скорости и линейного ускорения, измеряющие тангенциальную и центростремительную его составляющие на периферии поворотной платформы. Данная концепция рассмотрена в работах [9-15]. Основное преимущество подобного подхода заключается в том, что ввиду различной физической природы используемых датчиков их погрешности измерения становятся некоррелированными. Рассматриваемый стенд представляет собой поворотную платформу, на которой установлены испытуемый прибор, бесконтактный оптический датчик угла и инерциальные чувствительные элементы: датчики угловой скорости, тангенциального и центростремительного ускорений.

Ниже рассматриваются погрешности, которые вносит в измерения каждый из этих первичных преобразователей.

1. Погрешность оценки угловой скорости, полученной при помощи бесконтактного оптического датчика угла. Будем представлять оценку угла поворота платформы стенда, по показаниям датчика угла в форме:

$$\hat{\alpha} = \alpha + \Delta\alpha_0(\alpha) + \Delta\alpha_\zeta,$$

где $\hat{\alpha}$ – оценка угла; $\Delta\alpha_0(\alpha)$ – систематическая составляющая погрешности датчика угла; $\Delta\alpha_\zeta$ – случайная составляющая погрешности датчика угла; α – истинное значение угла. Тогда, учитывая что $\omega = d\alpha/dt$, для дискретного случая и с учетом погрешности задающего генератора Δ_{3r} выражение для оценки угловой скорости по показаниям датчика угла может быть записано в виде:

$$\hat{\omega}_{дв} \cong \omega + \Delta_{3r}\omega + \frac{(\Delta\alpha_0(\alpha[n]) - \Delta\alpha_0(\alpha[n-1]))}{\Delta\alpha}\omega + \frac{\Delta\alpha_\zeta}{T_0}.$$

где T_0 – "идеальное" значение периода работы алгоритма оценивания.

Случайная составляющая погрешности современных бесконтактных оптических датчиков угла составляет десятые доли угловой секунды. Следовательно, при периоде алгоритма оценки угловой скорости $T_0=1$ мс случайная составляющая погрешности будет составлять сотни угловых секунд за секунду (градусов в час); при периоде дискретности $T_0=10$ мс – десятки градусов в час, что неприемлемо в случае испытаний высокоточных гироскопических приборов.

С целью изучения свойств погрешности оптического датчика угла были проведены экспериментальные исследования с применением общепринятой методики, использующей эталонную многогранную призму и автоколлиматор для определения погрешности датчика угла. Далее было вычислено значение критерия Пирсона (χ^2) для данных, соответствующих отдельным граням призмы. Видно (рис. 1), что гипотеза о нормальном законе распределения погрешности исследованного образца оптического датчика угла подтверждается для углов 60° - 115° и 270° - 345° . В остальных угловых положениях значения критерия Пирсона превышают критическое значение.

Поэтому авторы предлагают следующую методику поиска закона распределения ошибок датчика. Методы аппроксимации апостериорной плотности вероятности вектора оцениваемых параметров (вектора состояния) выпуклой комбинацией гауссовских плотностей вероятности известны (например, [16]).

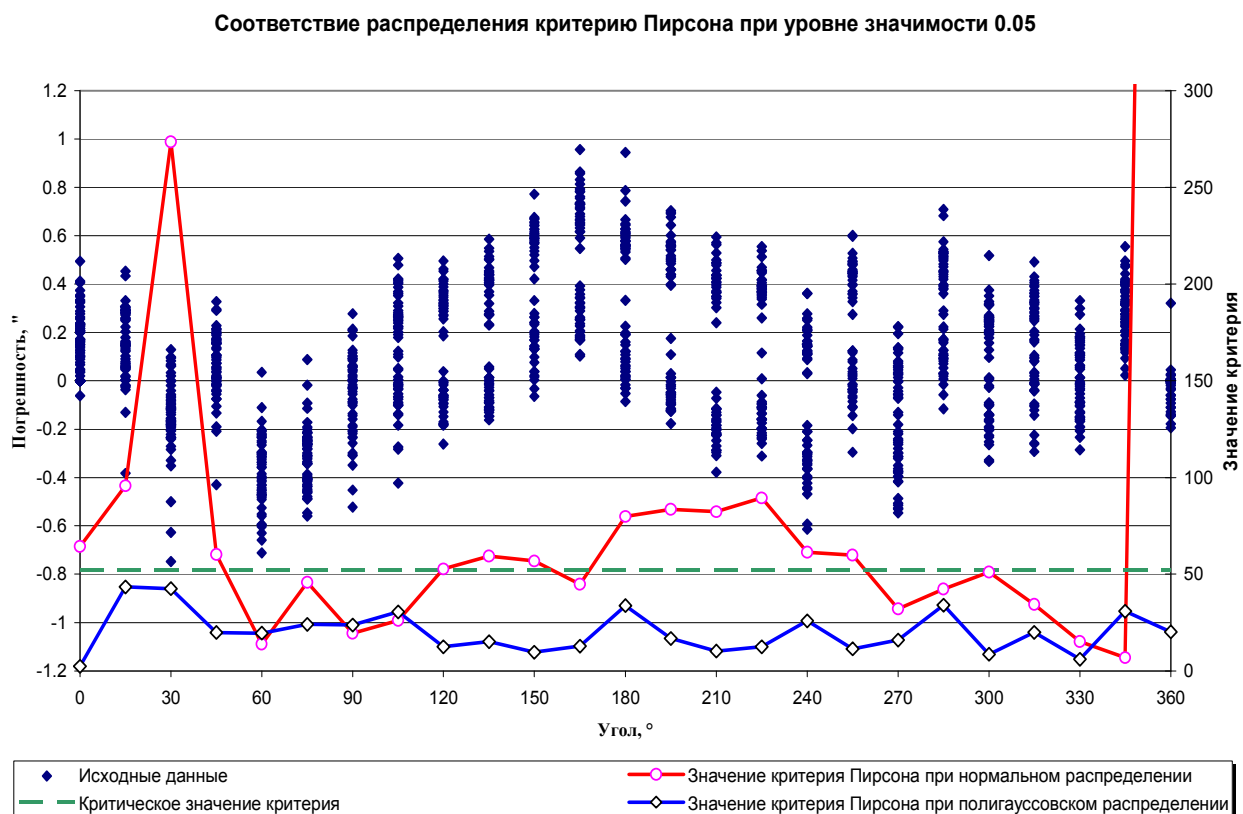


Рисунок 1

Данные методы используют разбиение области изменения исследуемого параметра на ряд непересекающихся подобластей $\Omega = \Omega_1 \cup \dots \cup \Omega_n$, внутри каждой из которых сосредоточена «основная масса» i -го ($i=1 \dots n$) гауссовского пика:

$$p_X(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot N_x\{\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\gamma}_i\},$$

где $N_x\{\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\gamma}_i\} = \left(1/\sqrt{(2\pi)^n \det \boldsymbol{\gamma}_i}\right) \cdot \exp\left\{\boldsymbol{\gamma}_i^{-1} \cdot [\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i]\right\}$, а неотрицательные коэффициенты α_i удовлетворяют условию $\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$.

В работе [17] приводится численный алгоритм идентификации параметров полигауссовской аппроксимации. Оценка, полученная в результате применения алгоритма, – взвешенное среднее – является оптимальной в среднеквадратическом смысле:

$$\mathbf{m} = M\{\mathbf{X}|\mathbf{Y} = \mathbf{y}\} = \int \mathbf{x} \cdot p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \cdot d\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N u_i \cdot \int \mathbf{x} \cdot N_x\{\hat{\boldsymbol{\mu}}_i, \hat{\boldsymbol{\gamma}}_i\} \cdot d\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N u_i \cdot \hat{\boldsymbol{\mu}}_i$$

В рассматриваемом случае $N=2$, т.е. распределение имеет два ярко выраженных максимума. Построенная с использованием приведенного в [17,18] алгоритма аппроксимация оценена по критерию Пирсона (рис. 1). Видно, что значение критерия Пирсона меньше критического значения во всём интервале $0^\circ \dots 360^\circ$, гипотеза о полигауссовском характере распределения ошибки измерения оптическим датчиком угла подтверждается. Помимо этого, значение критерия Пирсона для полигауссовского распределения почти везде меньше его значений для нормального распределения. Полученные результаты доказывают целесообразность использования полигауссовского распределения при аппроксимации закона распределения погрешностей измерения бесконтактного оптического датчика угла.

2. Погрешности датчика угловой скорости. Будем рассматривать статическую передаточную функцию датчика угловой скорости в виде (1) [1]:

$$\hat{\omega}_\Gamma = M_{\omega_\Gamma} \omega + \zeta_{\omega_\Gamma}, \quad (1)$$

где: $\hat{\omega}_\Gamma$ – оценка угловой скорости от датчика угловой скорости; M_{ω_Γ} – масштабный коэффициент датчика угловой скорости; ζ_{ω_Γ} – случайная составляющая сигнала датчика угловой скорости; ω – истинное значение угловой скорости. Будем считать математическое ожидание случайной составляющей ζ_{ω_Γ} сигнала датчика угловой скорости, называемое также нулевым сигналом датчика ω_Γ^0 , неизменным в течение всего времени измерения (запуска), но меняющимся от измерения к измерению (от запуска к запуску). Несмотря на различную физическую природу датчиков угловой скорости, все они, в первом приближении, могут быть описаны выражением (1). Необходимо отметить, что математическое ожидание случайной составляющей (нулевой сигнал ω_Γ^0) изменяется от запуска к запуску случайным образом, т.е. само является случайной величиной, не обязательно имеющей нормальное распределение. Распределение плотности вероятности этой случайной величины обусловлено конструктивными особенностями типов датчиков и различно для каждого из них. В данной работе будем считать, что величина ω_Γ^0 распределена равномерно на интервале $[-d; d]$. Учитывая это и применяя формулы для композиции законов распределения [16]:

$$W(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\xi_1) q(\eta - \xi_2) d\xi_1; \quad \eta = \xi_1 + \xi_2,$$

распределение плотности вероятности погрешности измерения угловой скорости может быть записано в виде:

$$p(\eta) = \int_{\eta-d}^{\eta+d} \frac{1}{2d\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right\} d\xi, \quad (2)$$

где σ – дисперсия случайной величины ζ_{ω_r} .

Решением уравнения (2) является выражение:

$$p(\eta) = \frac{1}{4d} \left(\operatorname{erf}\left[\frac{\eta+d}{\sqrt{2}\sigma}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{\eta-d}{\sqrt{2}\sigma}\right] \right), \quad (3)$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ – интеграл вероятности Лапласа.

3. Погрешность оценки угловой скорости, полученной при помощи тангенциального датчика кажущегося ускорения. Тангенциальное ускоре-

ние, датчиком, равно: $a_\tau = \frac{\varepsilon \cdot r}{g}$, где a_τ – тангенциальное ускорение; ε – угловое

ускорение; r – радиус (расстояние от центра вращения до центра масс чувствительного элемента акселерометра); g – проекция силы тяжести на ось чувствительности акселерометра [1]. Оценка угловой скорости по показаниям датчика тангенциального ускорения:

$$\hat{\omega}_\tau[t_n] \cong \frac{M_\tau^*}{K_\tau^r} \omega + \frac{M_\tau^* \Delta_{3\Gamma}}{K_\tau^r} \omega + \frac{\Delta M_\tau}{K_\tau^r} \omega + \omega_\tau^0 + \frac{1}{T_0} \frac{1}{K_\tau^r \cdot r} M_\tau^* \int_{t_{n-1}}^{t_n} g \zeta_{a_\tau}^r dt + \hat{\omega}_\tau[t_{n-1}],$$

$$\omega_\tau^0 \cong \frac{g M_\tau^* a_\tau^0}{K_\tau^r \cdot r},$$

где K_τ^r – коэффициент, определяющий погрешность установки датчика тангенциального ускорения; $\zeta_{a_\tau} = a_\tau^0 + \zeta_{a_\tau}^r$ – случайная составляющая погрешности измерения ускорения; a_τ^0 – математическое ожидание случайной составляющей сигнала датчика тангенциального ускорения; $\zeta_{a_\tau}^r$ – нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием; $M_\tau = M_\tau^* + \Delta M_\tau$ – масштабный коэффициент датчика ускорения; M_τ^* – «идеальное» значение масштабного коэффициента; ΔM_τ – погрешность масштабного коэффициента; $\Delta_{3\Gamma}$ – погрешность частоты задающего генератора. Так же, как в случае с датчиком угловой скорости будем считать, что a_τ^0 неизменно на протяжении всего измерения (запуска), но может изменяться от измерения к измерению (от запуска к запуску). В этом случае распределение плотности вероятности погрешности измерения угловой скорости по показаниям датчика тангенциального ускорения удовлетворяет выражению (3).

4. Погрешность оценки угловой скорости, полученной при помощи центростремительного датчика линейного ускорения. Выражение для центростремительного ускорения, действующего на расстоянии r от оси вращения [1]:

$$a_y = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

Оценка угловой скорости платформы, полученная по показаниям датчика центростремительного ускорения может быть записана в виде:

$$\hat{\omega}_y = \sqrt{\frac{a_y g}{r}} = \sqrt{\frac{M_y^* + \Delta M_y}{K_y^r}} \left(\omega - \sqrt{\frac{g(\zeta_{a_y}^r + a_y^0)}{r}} \right), \quad (4)$$

где $\hat{a}_y$ – измеренное датчиком значение ускорения; a_y – истинное значение ускорения; M_y – масштабный коэффициент датчика центростремительного ускорения; M_y^* – идеальное значение масштабного коэффициента датчика центростремительного ускорения; ΔM_y – погрешность масштабного коэффициента датчика центростремительного ускорения; a_y^0 – постоянная составляющая погрешности датчика центростремительного ускорения (нулевой сигнал); $\zeta_{a_y}^r$ – нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием. Как и ранее, считаем, что a_y^0 неизменно на протяжении всего измерения (запуска), но может изменяться от измерения к измерению (от запуска к запуску).

Разложим второе слагаемое в скобках в (6) в ряд Тейлора относительно $\zeta_{a_y}^r$. Получим:

$$\hat{\omega}_y \cong \sqrt{\frac{M_y^* + \Delta M_y}{K_y^r}} \omega - \sqrt{\frac{M_y^* + \Delta M_y}{K_y^r}} \frac{g}{r} a_y^0 - \sqrt{\frac{M_y^* + \Delta M_y}{K_y^r}} \frac{g}{r} \frac{1}{4a_y^0} \zeta_{a_y}^r.$$

Видно, что распределение плотности вероятности погрешности датчика центростремительного ускорения также будет удовлетворять выражению (3).

Как следует из вышесказанного, законы распределения погрешностей различных датчиков, входящих в состав поворотного стенда, не соответствуют нормальному закону распределения. Указанное свойство затрудняет применение метода наименьших квадратов для вычисления оптимальной оценки угловой скорости по совокупности оценок, полученных по данным отдельных датчиков, поскольку. Представляется целесообразным применение для нахождения оптимальной оценки угловой скорости метода максимального правдоподобия. Однако данное исследование выходит за рамки настоящей публикации.

Выводы. Выше было показано, что законы закона распределения погрешностей различных датчиков, входящих в состав поворотных стендов, не обязательно должны удовлетворять нормальному закону распределения. Данный факт затрудняет использование метода наименьших квадратов для определения оптимальной оценки угловой скорости по совокупности показаний различных датчиков, в связи с чем представляется целесообразным использование для нахождения данной оценки метода максимального правдоподобия.

Литература

1. Калихман Д.М. Прецизионные управляемые стенды для динамических испытаний гироскопических приборов / Под общ ред. акад. В.Г.Пешехонова – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2008. - 296 с. ISBN 5-900780-82-5.
2. Кондратов Д.В., Кондратова Ю.Н., Могилевич Л.И. Вибрационные возмущающие моменты в поплавковом гироскопе с упругим корпусом при несимметричном истечении жидкости в торцы // Авиакосмическое приборостроение. 2008. № 7. С. 2-8
3. Могилевич Л.И., Попов В.С. Исследование возмущающих моментов поплавкового гироскопа с упругим корпусом поплавка, имеющим технологические ребра жесткости, при вибрации ротора гиromотора // Авиакосмическое приборостроение. 2008. № 3. С. 17-24.
4. Могилевич Л.И., Попов В.С. Возмущающие моменты в поплавковом гироскопе с упругим корпусом поплавка, имеющим технологические ребра жесткости, на вибрирующем основании // Авиакосмическое приборостроение. 2006. № 5. С. 6-12.
5. Анциферов С.А., Кондратов Д.В., Могилевич Л.И. Возмущающий момент в поплавковом маятниковом акселерометре с упругим корпусом прибора при несимметричном истечении жидкости в торцы // Авиакосмическое приборостроение. 2005. № 11. С. 9-13.
6. Бучной Н.В., Кондратов Д.В., Могилевич Л.И. Задача моделирования взаимодействия сдавливаемого слоя вязкого газа с круглой упругой пластиной // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2016. № 1. С. 39-43.
7. Грушенкова Е.Д., Могилевич Л.И., Попов В.С., Скородумов Е.С. Математическое моделирование динамики взаимодействия слоя вязкой жидкости с упругим трехслойным статором и абсолютно твердым вибратором опоры // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2016. № 1. С. 16-23.
8. Угловые энкодеры SiGNUM™ RESM. Технические характеристики: L-9517-9214-02-D // [Электронный ресурс]. – режим доступа: URL: <http://resources.renishaw.com/ru/details/signum-resm-16431> (дата обращения 11.03.2016)
9. Евстафьев, Е.Н. Методы и устройства оптической голографии // Е.Н. Евстафьев, П. А. Павлов, Д.П. Лукьянов и др.: сб. -Л.: ЛИЯФ, 1984.
10. Bournachev, M.N., Filatov Y.V., Loukianov D.P., Pavlov P.A., Sinelnikov A.E. Reproduction of plane angle unit in dynamic mode by means of ring laser and holographic optical encoder / M.N. Bournachev, Y.V. Filatov, D.P. Loukianov, et.al. // Proceedings of 2-nd EUSPEN international conference, Turin. May 2001.,
11. Янковский, А.А. Новый эталон единицы плоского угла для области обороны и безопасности государства / А.А. Янковский, А.В. Плотников, К.Б. Савкин, И.В. Козак // Вестник метролога, - №3 – 2012, С.33 – 35.
12. Калихман, Д.М. Прецизионный стенд с гироскопическим датчиком угловой скорости в качестве инерциального чувствительного элемента с цифровой системой управления. / Д.М. Калихман, Л.Я. Калихман, Ю.В. Садомцев, et.al. //

XV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. - СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2008. С. 169-172.

13. Калихман, Д.М. Прецизионный широкодиапазонный стенд с инерциальными чувствительными элементами и цифровой системой управления. / Д.М. Калихман, Л.Я.Калихман, Ю.В. Садомцев, et.al. // XVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. - СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. С. 48-53.

14. Калихман Д.М. Универсальный стенд с цифровой системой управления для контроля измерителей угловой скорости различного принципа действия./ Д.М. Калихман, Л.Я. Калихман, Ю.В. Садомцев, А.В. Полушкин, Р.В. Ермаков, Е.А. Депутатова, С.Ф. Нахов, Е.А. Измайлов, А.В. Молчанов, М.В. Чиркин // XVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. - СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2010. С. 147-154.

15. M.N. Bournashev, M.N. Reproduction of plane angle unit in dynamic mode by means of ring laser and holographic optical encoder / M.N. Bournashev, Y.V. Filatov, D.P. Loukianov et al. // Proceeding of the 2-nd international Euspen conference, Turin, Italy, 2001. -Turin, 2001. - P . 322-325.

16. Львов, П.А. Об одном методе решения задачи идентификации / П.А. Львов // Сб. трудов междун. научн. конф. «Проблемы управления, передачи и обработки информации», СГТУ, 2009, С. 83-85.

17. Львов, П.А. Полигауссовская аппроксимация области изменения параметров модели для решения задачи идентификации / П.А. Львов, О.В. Колесникова // Сб. трудов междун. научн. конф. «Проблемы управления, передачи и обработки информации», СГТУ, 2009, С. 85-89.

18. В.И. Тихонов Статистическая радиотехника / М. Советское радио. – 1966. – 679 с.