

Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" <http://mathmod.esrae.ru/>

URL статьи: mathmod.esrae.ru/12-37

Ссылка для цитирования этой статьи:

Герасимов О. В., Королёва Е. В. Методика испытаний длинных костей на прочность // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2017. №2

Выполнено при поддержке гранта РФФИ № 16-04-00772

УДК 531/534: [57+61]

МЕТОДИКА ИСПЫТАНИЙ ДЛИННЫХ КОСТЕЙ НА ПРОЧНОСТЬ

Герасимов О. В.¹, Королёва Е. В.²

¹Федеральное государственное автономное учреждение высшего профессионального образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»; Россия, Казань, olegbishkeck@gmail.com

²Федеральное государственное автономное учреждение высшего профессионального образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»; Россия, Казань, uomoaestri@gmail.com

TEST PROCEDURE OF LONG BONES ON THE STRENGTH

Gerasimov O. V.¹, Koroleva E. V.²

¹The Federal state autonomous institution of higher education "Kazan (Volga) Federal University"; Russia, Kazan, olegbishkeck@gmail.com

²The Federal state autonomous institution of higher education "Kazan (Volga) Federal University"; Russia, Kazan, uomoaestri@gmail.com

Аннотация. В работе рассмотрены экспериментальные исследования костей нижних конечностей крыс. Приведено описание оснастки и методика проведения эксперимента, а также методика обработки данных.

Ключевые слова: костная ткань, механические характеристики костной ткани.

Annotation. In paper experimental studies of rat's high limbs are presented. Experimental equipment and method to hold experiment are performed. Methods to analyze results is performed.

Tests were carried out to determine the Young's modulus of elasticity of bone tissue in rats subjected to a variety of experiences, and to identify the proportional portion of the plot of the efforts of the movements and the peak value of the applied load.

Keywords: bone tissue, mechanical parameters of bone tissue.

В настоящее время актуальной задачей медицины и биомеханики является оценка свойств костной ткани. При эндопротезировании и ортопедических вмешательствах необходимо иметь представление о несущих способностях костной ткани. В настоящее время на практике из диагностических методов наиболее информативным является компьютерная томография [1], очевидна связь между

качеством проведения операции и состояния костной ткани [2]. Существуют подходы, которые определяют корреляционную зависимость между оптической плотностью и механическими свойствами костной ткани [3]. Существуют подходы, которые описывают структуру костной ткани и через физические соотношения связывают их с матрицей упругих констант [4]. Известно, что существует связь между свойствами костной ткани и силовыми факторами, действующими на нее [5], при этом большинство ортопедических вмешательств и эндопротезирование ощутимо меняют баланс сил [6-10]. Для проведения экспериментальных исследований самыми распространенными животными являются крысы породы Wistar. В настоящей работе рассмотрена система для проведения испытаний на изгиб костей крыс, приводится методика для обработки полученных данных.

В рамках экспериментальных исследований брались бедренные кости крыс, проводилось их взвешивание, оценка плотности, замер геометрических параметров, после чего осуществлялись испытания на изгиб, для которых была спроектирована и собрана экспериментальная оснастка, её схема приведена на рис. 1: извлеченная кость (позиция 1) устанавливалась проксимальными отделами в стаканы (позиция 2) и крепилась в них с помощью сплава Вуда, после чего производилась центровка крепежного кольца (позиция 3), которое крепилось к верхней траверсе пресса (позиция 5), чашки устанавливались на жесткую опору (позиция 4), которая крепилась к нижней неподвижной траверсе (позиция 5). При проведении испытаний верхней траверсе придавалось перемещение, и через крепежное кольцо (позиция 3) это перемещение передавалось кости (позиция 1), при этом производились замеры прикладываемого усилия, перемещения и времени.

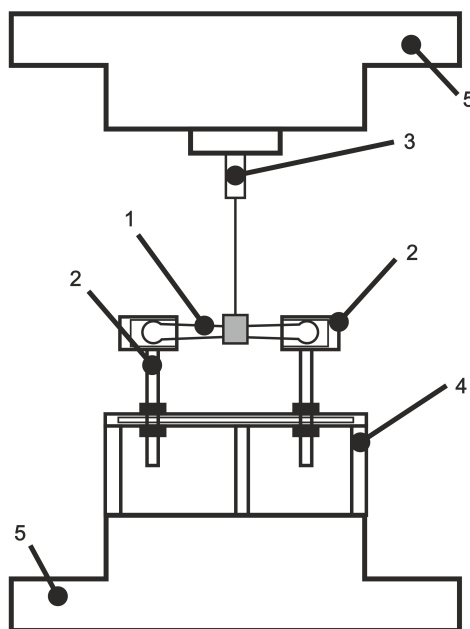


Рис. 1. Схема испытательного стенда.

После разрушения образцов производился замер стенок костей и длины частей. На рис. 2 приведена типичная диаграмма, получаемая при испытаниях на изгиб

(приведены характерные для проводимых испытаний величины сил и перемещений).

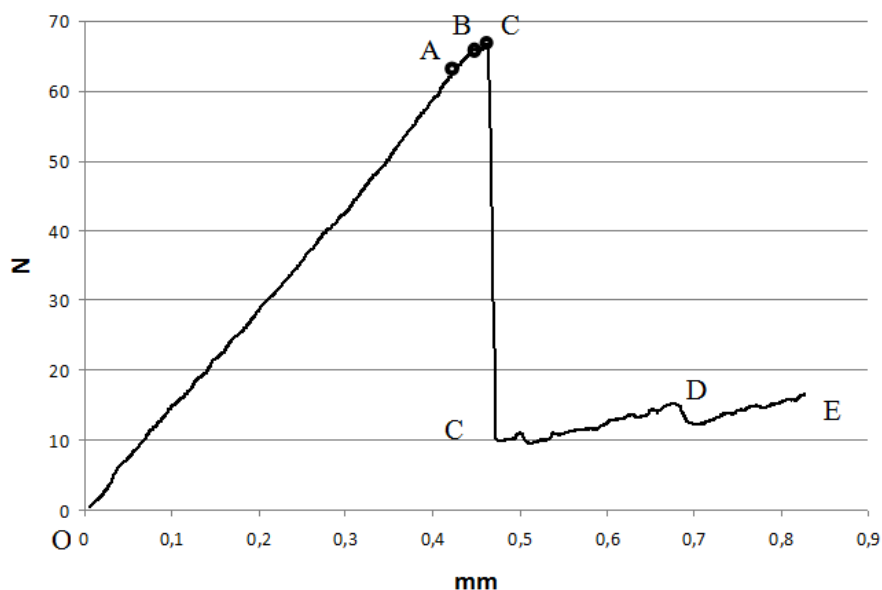


Рис. 2. Характерная диаграмма при испытании на изгиб: OA - участок упругого деформирования, AB - участок нелинейности, B - трещинообразование, CD - развитие трещины, D - разрушение.

Участок OA - участок пропорциональности, на этом участке функция близка к линейной, на этом этапе нагружения костная ткань подвергается упругой деформации; участок AB - участок нелинейности (он не продолжителен), на этом этапе происходит смятие костных балок - аналог пластической деформации [1]; BC - появление первой трещины, характеризуется падением прикладываемого усилия; CD - развитие трещины (в зависимости от образцов таких участков могло быть до 3-х); DE - появление большой трещины и последующие разрушение.

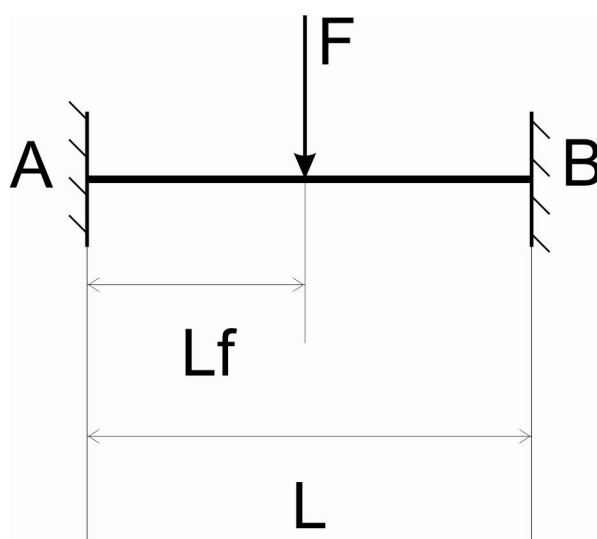


Рис. 3 Модель жесткой заделки кости в условиях действия поперечного усилия F , а также возникающих моментов M_a, M_b и реакций R_a, R_b ; O – точка приложения F .

Для определения модуля упругости Юнга использовались следующие уравнения:

А) уравнения перемещений:

$$y(x) = \frac{1}{E \cdot J} \left(M_a \cdot \frac{x^2}{2} - R_a \cdot \frac{x^3}{6} \Big|_I + \frac{F}{6} \cdot \left(x - \frac{l_1}{2} \right)^3 \Big|_{II} \right),$$

где J – момент инерции поперечного сечения, в настоящей работе поперечное сечение кости считалось эллиптическим кольцом:

$$J = \frac{\pi ab^3}{4} - \frac{\pi}{4} (a-h)(b-h)^3,$$

Б) уравнение углов поворота:

$$\theta(x) = \frac{dy}{dx};$$

В) уравнения равновесия.

В итоге с учетом граничных условий в точках А и В получим систему уравнений (расчетная схема приведена на рис. 3):

$$\begin{cases} y(l) = 0, \\ \theta(l) = 0, \\ R_a + R_b = F, \\ l_1 \cdot R_a - M_a + M_b - l_2 \cdot R_b = 0; \end{cases}$$

в которых M_a, R_a, M_b, R_b - соответственно моменты и реакции, возникающие в жестких заделках А и В; L - длина целой кости, L_f - длина участка АО (область с головкой кости, Рис. 3), F - прикладываемое усилие, E - модуль упругости Юнга, J - момент инерции поперечного сечения; $y(x)$, $\theta(x)$ и $M(x)$ - соответственно перемещение, угол поворота и момент на произвольном расстоянии от точки А в пределах длины кости; a и b - горизонтальная и вертикальная полуоси сечения кости соответственно, h - толщина стенки кости.

В качестве входных параметров принимались L_f , L , h , a , b , F и Δy - перемещение в точке приложения силы F .

Модуль упругости Юнга E получали путем подстановки в уравнение перемещений $x = L_f$, $y(L_f) = \Delta y$ при найденных значениях момента M_a , реакции R_a и момента инерции поперечного сечения J :

$$E = \frac{FL_f^3}{48J \cdot \Delta y}$$

Для определения максимальных напряжений до разрушения σ_{\max} и напряжений σ_{prop} , при которых заканчивается участок пропорциональности ОА (рис. 2), строился график моментов, на котором находилось максимальное значение

по модулю. Далее использовались формулы для нахождения момента сопротивления (а) и $\sigma_{\max/prop}$ (б):

$$W = \frac{J}{b} \quad (\text{а}),$$

$$\sigma_{\max/prop} = \frac{M_{\max}}{W} \quad (\text{б});$$

где σ_{\max} и σ_{prop} получали путем подстановки в уравнения F_{\max} и F_{prop} соответственно.

Данные, полученные датчиками пресса, представлялись в табличном виде. Строились графики зависимости усилия от перемещений путем построения сплайнов. Затем выявлялись участок пропорциональности и коэффициент наклона к оси перемещений, а также пиковое значение действующей силы. На примере рис. 2 можно установить, что часть графика ОА представляет собой участок пропорциональности, который аппроксимируется прямой. Определив уравнение этой прямой в виде $y(x) = kx + c$, находим коэффициент наклона k к оси перемещений. Определение линейного участка и коэффициента k проводится с помощью метода наименьших квадратов. Пиковая точка графика С представляет собой максимальное значение действующего усилия F_{\max} , точка А – силу пропорциональности F_{prop} , характеризующую усилие, при котором нарушается линейная зависимость между напряжениями и деформациями.

Приведенная методика позволяет получить данные о модуле Юнга образца, пределу пропорциональности и предельных напряжениях. Данные, полученные на образцах описанным методом, согласуются с известными данными.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-04-00772

Литература

1. Закиров Р.Х., Зарипов Р.А., Коноплев Ю.Г., Митряйкин В.И., Саченков О.А. Диагностика асептического некроза головки бедренной кости с использованием спиральной компьютерной и магнитно-резонансной томографии и применение математического моделирования при планировании операции по эндопротезированию тазобедренного сустава // Практическая медицина. 2012. № 8-2 (64). С. 63-68.
2. Коноплев Ю.Г., Мазуренко А.В., Митряйкин В.И., Саченков О.А., Тихилов Р.М. Экспериментальное исследование влияния степени недопокрытия вертлужного компонента на несущую способность эндопротеза // Российский журнал биомеханики. 2014. Т. 18. № 3. С. 333-344.
3. Акулич А.Ю., Акулич Ю.В., Денисов А.С. Экспериментальное определение разрушающих касательных напряжений трабекулярной костной ткани

- головки бедра человека // Российский журнал биомеханики. 2010. Т. 14. №4. С. 7-16.
4. Киченко А.А., Тверье В.М., Няшин Ю.И., Заборских А.А. Экспериментальное определение тензора структуры трабекулярной костной ткани // Российский журнал биомеханики. 2011. Т. 15. № 4 (54). 78-93.
 5. Киченко А.А., Тверье В.М., Няшин Ю.И., Симановская Е.Ю., Еловицова А.Н. Становление и развитие классической теории описания структуры костной ткани // Российский журнал биомеханики. 2008. Т. 12. № 1. 69–89.
 6. Киченко А.А., Шумихин А.Ю., Тверье В.М., Няшин Ю.И., Симановская Е.Ю., Еловицова А.Н. Определение усилий, возникающих в жевательной системе человека // Российский журнал биомеханики. 2004. Т. 8. № 4. 27-38.
 7. Тверье В.М., Симановская Е.Ю., Еловицова А.Н., Няшин Ю.И., Киченко А.А. Биомеханическое описание структуры костных тканей зубочелюстной системы человека // Российский журнал биомеханики. 2007. Т. 11. № 1. 9-24.
 8. Андреев П.С., Коноплев Ю.Г., Саченков О.А., Хасанов Р.Ф., Яшина И.В. Математическое моделирование ротационной флексионной остеотомии // Научно-технический вестник Поволжья. 2014. № 5. С. 18-21.
 9. Коноплев Ю.Г., Мазуренко А.В., Саченков О.А., Тихилов Р.М. Численное исследование влияния степени недопокрытия вертлужного компонента на несущую способность эндопротеза тазобедренного сустава // Российский журнал биомеханики. 2015. Т. 19. № 4. С. 330-343.
 10. Саченков О.А., Хасанов Р.Ф., Андреев П.С., Коноплев Ю.Г. Численное исследование напряженно-деформированного состояния тазобедренного сустава при ротационной остеотомии проксимального участка бедренной кости // Российский журнал биомеханики. 2016. Т. 20. № 3. С. 257-271.