

Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" <http://mathmod.esrae.ru/>

URL статьи: [mathmod.esrae.ru/12-43](http://mathmod.esrae.ru/12-43)

Ссылка для цитирования этой статьи:

Быкова Т.В., Грушенкова Е.Д., Могилевич Л.И., Скородумов Е.С. Гидроупругость круглой пластины, подкреплённой ребрами жесткости, образующей стенку щелевого канала, в условиях пульсации давления жидкости по контуру и вибрации основания // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2017. №2

*Выполнено при поддержке гранта РФФИ № 16-01-00175-а.*

УДК 681.03.06:531.383:532.516

## **ГИДРОУПРУГОСТЬ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЫ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ, ОБРАЗУЮЩЕЙ СТЕНКУ ЩЕЛЕВОГО КАНАЛА, В УСЛОВИЯХ ПУЛЬСАЦИИ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО КОНТУРУ И ВИБРАЦИИ ОСНОВАНИЯ**

Быкова Т.В.<sup>1</sup>, Грушенкова Е.Д.<sup>2</sup>, Могилевич Л.И.<sup>3</sup>, Скородумов Е.С.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, tbykova69@mail.ru

<sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, katenok.09041992@gmail.com

<sup>3</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, mogilevich@sgu.ru

<sup>4</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, evgen\_rgot@mail.ru

## **HYDROELASTICITY OF THE CIRCULAR PLATE SUPPORTED WITH STIFFENING RIBS, FORMING THE WALL OF THE SLOT-HOLE CHANNEL IN THE CONDITIONS OF THE LIQUID PRESSURE PULSATION ON THE CONTOUR AND VIBRATION OF THE BASIS**

Bykova T.V.<sup>1</sup>, Grushenkova E.D.<sup>2</sup>, Mogilevich L.I.<sup>3</sup>, Skorodumov E.S.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov, tbykova69@mail.ru

<sup>2</sup>Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov, katenok.09041992@gmail.com

<sup>3</sup>Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov, mogilevich@sgu.ru

<sup>4</sup>Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov, evgen\_rgot@mail.ru

**Аннотация.** Исследование посвящено разработке математических моделей гидроупругости, применительно к механическим системам, состоящим из упругих геометрически нерегулярных круглых дисков, взаимодействующих с абсолютно жестким устройством, совершающим колебательные движения, через слой вязкой несжимаемой жидкости при наличии вибрации и гармонического давления по контуру, и анализ на их основе гидроупругодинамики демпферов (виброопор).

**Ключевые слова:** виброускорение, вязкая жидкость, несжимаемая жидкость, ребра жесткости, гармоническое давление, динамика демпферов.

**Abstract.** The research is devoted to the development of mathematical models of hydroelasticity, applied to mechanical systems consisting of elastic geometrically irregular circular plates interacting with an absolutely rigid device that performs vibrational motion through a layer of viscous incompressible fluid in the presence of vibration and harmonic pressure along the contour, and analysis on the basis of their hydroelastic dynamics dampers (vibration shocks)

**Keywords:** vbro-acceleration, viscous fluid, incompressible fluid, stiffeners, harmonic pressure, dynamics of dampers.

Разработка математических моделей для изучения упругогидродинамики механических систем, включающих в себя тонкостенные ребристые конструкции диктуется запросами современного приборо- и машиностроения [1-19]. Это обусловлено тем, что основными элементами современных приборов, агрегатов и машин, испытывающими динамические нагрузки, выступают упругие тонкостенные круглые диски, в том числе и подкрепленные ребрами жесткости, взаимодействующие с жидкостью. Объектом анализа в работе является гидродинамический круглый диск, подкрепленный ребрами жесткости, образующий стенку щелевого канала, в условиях пульсации давления жидкости по контуру и вибрации основания.

Канал представлен на рис. 1. Стенка канала 1 – абсолютно жесткий устройство, совершающее колебательные движения, с упругим подвесом. Радиус устройства, совершающего колебательные движения -  $R$ . Осциллятор совершает колебания в вертикальном направлении с частотой  $\omega$  и амплитудой  $z_m$ . Вторая стенка канала 2 – круглый диск, подкрепленный  $n$  концентрически расположенными ребрами жесткости ступенчато изменяющейся высоты. Толщина диска, подкрепленного ребрами жесткости на участках, где отсутствуют ребра, равна  $h_0$ . Высота  $j$ -го ребра равна  $h_{pj}$ , а его ширина  $\varepsilon_j$ . Радиусы устройства, совершающего колебательные движения, и ребристого диска совпадают. Предполагаем, что устройство, совершающее колебательные движения, его подвес, круглый диск, подкрепленный ребрами жесткости и жидкость заключены в единый абсолютно жесткий корпус. Края круглого диска, подкрепленного ребрами жесткости жестко закреплены по

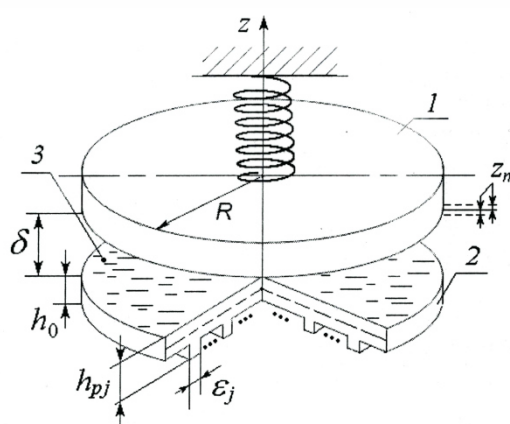


Рис. 1

всему контуру с абсолютно жестким корпусом канала, который установлен на вибрирующем основании.

Щелевой зазор между абсолютно твердым устройством, совершающим колебательные движения, и упругим ребристым диском непрерывно заполняет пласт вязкой несжимаемой жидкости 3. В жидкости, находящейся в щелевом зазоре, и вне его поддерживается давление  $p_0 + p_1(\omega t)$ , имеющее неизменную составляющую (неизменный уровень давления)  $p_0$  и гармонически пульсирующую по времени составляющую (противодавление)  $p_1(\omega t)$ .

Прогибы круглого диска, подкрепленного ребрами жесткости и амплитуда колебаний осциллятора обнаруживаются малыми параметрами и существенно меньшими, чем средняя толщина слоя жидкости, т.е.  $\delta_0 \gg z_m$ . Из-за осевой симметрии конструкции канала исследуем осесимметричную задачу.

Введена в рассмотрение цилиндрическая система координат  $Or\varphi z$ , связанная со срединной поверхностью диска, и следующие малые параметры и безразмерные переменные задачи

$$\zeta = \frac{z - h_0}{\delta_0}, \quad \xi = \frac{r}{R}, \quad \tau = \omega t, \quad V_z = z_m \omega U_\zeta(\xi, \zeta, \tau), \quad V_r = \frac{z_m \omega R}{\delta_0} U_\xi(\xi, \zeta, \tau),$$

$$W = w_M U_3(\xi, \tau), \quad p = p_0 + \frac{\rho v z_m \omega}{\delta_0 \psi^2} P(\xi, \tau) + p_1(\tau) - \rho \ddot{z}_0 \left( z - \delta_0 - \frac{h_0}{2} - z_m f_z(\omega t) \right) \quad (1)$$

$$\psi = \frac{\delta_0}{R} \ll 1, \quad \lambda = \frac{z_m}{\delta_0} \ll 1,$$

где  $V_r, V_z$  – компоненты вектора скорости жидкости в цилиндрической системе координат;  $R$  – радиус диска;  $r$  – расстояние от оси диска.

Задача гидроупругости демпфера с диском, подкрепленным ребрами жесткости охватывает уравнения гидродинамики тонкого слоя вязкой жидкости (с точностью до  $\psi \ll 1$ )

$$\frac{\delta_0^2 \omega}{\nu} \left[ \frac{\partial U_\xi}{\partial \tau} + \lambda \left( U_\xi \frac{\partial U_\xi}{\partial \xi} + U_\zeta \frac{\partial U_\xi}{\partial \zeta} \right) \right] = - \frac{\partial P}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 U_\xi}{\partial \zeta^2},$$

$$\frac{\partial P}{\partial \zeta} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi} U_\xi + \frac{\partial U_\zeta}{\partial \zeta} = 0.$$

В роли граничных условий задачи выступают:

- условия прилипания жидкости к непроницаемым поверхностям устройства, совершающего колебательные движения и круглой неподвижной конструкции

$$U_\xi = 0, \quad U_\zeta = \frac{df_z(\tau)}{d\tau} \quad \text{при} \quad \zeta = 1 + \lambda f_z(\tau), \quad (3)$$

$$U_{\xi} = 0, U_{\zeta} = \frac{w_m}{z_m} \frac{\partial U_3}{\partial \tau} \text{ при } \zeta = \lambda \frac{w_m}{z_m} U_3,$$

- условия для давления гидродинамического по контуру  
 $P = 0$  при  $\xi = 1$ . (4)

Напряжения, действующие на поверхность круглого диска, подкрепленного ребрами жесткости со стороны слоя жидкости (2) в безразмерных переменных (1) с точностью до  $\psi$  примут вид:

$$q_{zz} = -p_0 - \frac{\rho v z_m \omega}{\delta_0 \psi^2} P + \rho \delta_0 \ddot{z}_0 (\zeta - 1 - \lambda f_z(\tau)) \text{ при } \zeta = \lambda \frac{w_m}{z_m} U_3. \quad (5)$$

$$q_{zr} = \frac{\rho v z_m \omega}{\delta_0 \psi} \frac{\partial U_{\xi}}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} \quad (6)$$

Решая уравнения (2), учитывая граничные условия (3) и (4), получаем выражения для параметров слоя вязкой несжимаемой жидкости в нулевом приближении по  $\lambda$

$$P_0 = \frac{1}{2} (\xi^2 - 1) \left[ 2\varepsilon^2 \alpha \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 12\gamma \frac{df_z}{d\tau} \right] + \quad (7)$$

$$+ \frac{w_m}{z_m} \int_0^{\xi} \int_0^{\xi} \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 U_{30}}{\partial \tau^2} + 12\gamma \frac{\partial U_{30}}{\partial \tau} \right) d\xi d\xi +$$

$$+ \frac{1}{2} (\xi - 1) \frac{w_m}{z_m} \int_{-10}^{\xi} \int_0^{\xi} \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 U_{30}}{\partial \tau^2} + 12\gamma \frac{\partial U_{30}}{\partial \tau} \right) d\xi d\xi.$$

здесь введено обозначение:

$$\gamma(\omega) = \frac{1}{6} \frac{\varepsilon^3 (\operatorname{sh} \varepsilon - \sin \varepsilon)}{\varepsilon^2 (\operatorname{ch} \varepsilon + \cos \varepsilon) - 2\varepsilon (\operatorname{sh} \varepsilon + \sin \varepsilon) + 2(\operatorname{ch} \varepsilon - \cos \varepsilon)},$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\varepsilon (\varepsilon (\operatorname{ch} \varepsilon + \cos \varepsilon) - (\operatorname{sh} \varepsilon + \sin \varepsilon))}{\varepsilon^2 (\operatorname{ch} \varepsilon + \cos \varepsilon) - 2\varepsilon (\operatorname{sh} \varepsilon + \sin \varepsilon) + 2(\operatorname{ch} \varepsilon - \cos \varepsilon)}. \quad (8)$$

Со стороны слоя жидкости на устройство, совершающее колебательные движения действует сила, выражение для которой имеет вид:

$$N_3 = 2\pi R^2 \left[ \frac{1}{2} p_0 + \frac{1}{2} p_1(\tau) + \frac{\rho v z_m \omega}{\delta_0 \psi^2} \int_0^1 \xi P d\xi \right], \text{ при } \zeta = 1. \quad (9)$$

Уравнение перемещения устройства, совершающего колебательные движения

$$m_1 (\ddot{z} + \ddot{z}_0) + n_1 z = \pi R^2 [p_0 + p_m f_p(\tau)] + \frac{2\pi R^2 \rho v z_m \omega}{\delta_0 \psi^2} \int_0^1 P(\xi, \tau) \xi d\xi \quad (10)$$

Уравнение динамики круглого диска, подкрепленного ребрами жесткости

$$\frac{1}{r} \left\langle \frac{E h_0}{1 - \mu_0^2} \left[ \left( \frac{1}{r} U + \mu_0 \frac{\partial U}{\partial r} \right) \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta \Gamma_j \right) + \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{2j} \Delta \Gamma_j \left( \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \mu_0 \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \right) \right] - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta \Gamma_j \right) \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \mu_0 \frac{1}{r} U \right) + \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{2j} \Delta \Gamma_j \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \mu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) \right\} \right] = \\
 & = q_{zr} - \rho_0 h_0 \left[ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta \Gamma_j \right) \ddot{u} + \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{2j} \Delta \Gamma_j \frac{\partial \ddot{W}}{\partial r} \right]; \tag{11} \\
 & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( -\frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left[ \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{2j} \Delta \Gamma_j \left\{ \frac{1}{r} U + \mu_0 \frac{\partial U}{\partial r} \right\} + \frac{h_0^2}{12} \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{3j} \Delta \Gamma_j \right) \left( \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \mu_0 \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \right) \right] - \right. \\
 & - 2 \left[ -\frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{2j} \Delta \Gamma_j \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \mu_0 \frac{1}{r} U \right) + \frac{h_0^2}{12} \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{3j} \Delta \Gamma_j \right) \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \mu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) \right\} - \right. \\
 & \left. \left. \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( -\frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{2j} \Delta \Gamma_j \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \mu_0 \frac{1}{r} U \right) + \frac{h_0^2}{12} \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{3j} \Delta \Gamma_j \right) \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \mu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) \right\} \right) \right) \right] \right) \\
 & = q_{zz} - \rho_0 h_0 \left[ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta \Gamma_j \right) (\ddot{w} + \ddot{z}_0) - \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{2j} \Delta \Gamma_j \left( \frac{\partial \ddot{U}}{\partial r} + \frac{1}{r} \ddot{U} \right) - \right. \\
 & \left. - \frac{h_0^2}{12} \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{3j} \Delta \Gamma_j \right) \left( \frac{\partial^2 \ddot{W}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \ddot{W}}{\partial r} \right) \right], \\
 & q_{zz} = -p - p_0(\tau) - p \delta_0 \omega^2 \frac{d^2 z_0}{d\tau^2} - \frac{\rho \omega^2 z_m}{\operatorname{Re} \psi} \left\{ \frac{1}{2} (\xi^2 - 1) \left[ 2\varepsilon^2 \alpha(\omega) \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 12\gamma(\omega) \frac{df_z}{d\tau} \right] + \right. \\
 & + \frac{w_m}{z_m} \int_{\xi}^1 \int \left[ 2\varepsilon^2 \alpha(\omega) \frac{\partial^2 U_3}{\partial \tau^2} + 12\gamma(\omega) \frac{\partial U_3}{\partial \tau} \right] d\xi d\xi + \\
 & \left. + \frac{1}{2} (\xi - 1) \frac{w_m}{z_m} \cdot \int_{-1}^1 \int \left[ 2\varepsilon^2 \alpha(\omega) \frac{\partial^2 U_3}{\partial \tau^2} + 12\gamma(\omega) \frac{\partial U_3}{\partial \tau} \right] d\xi d\xi \right\}, \\
 & q_{zr}|_{\zeta=0} = \frac{\rho \omega^2 z_m}{\operatorname{Re}} \left\{ -\xi \left( \varepsilon^2 (\alpha - 1) \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 6\gamma \frac{df_z}{d\tau} \right) + \frac{w_m}{z_m} \int \left[ \varepsilon^2 (\alpha - 1) \frac{\partial^2 U_3}{\partial \tau^2} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 6\gamma \frac{\partial U_3}{\partial \tau} \right] d\xi - \frac{w_m}{2z_m} \cdot \int_{-1}^1 \int \left[ \varepsilon^2 (\alpha - 1) \frac{\partial^2 U_3}{\partial \tau^2} + 6\gamma(\omega) \frac{\partial U_3}{\partial \tau} \right] d\xi d\xi \right\}, \tag{12}
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 k_{1j} & = \left( 1 - \frac{h_0}{h_{pj}} \right) \frac{h_{pj}}{h_0}, \quad k_{2j} = \left[ \left( 1 - \frac{h_0}{h_{pj}} \right) \frac{h_{pj}}{h_0} \right]^2 + \left( 1 - \frac{h_0}{h_{pj}} \right) \frac{h_{pj}}{h_0}, \\
 k_{3j} & = \left( 4 - 2 \frac{h_0}{h_{pj}} + \frac{h_0^2}{h_{pj}^2} \right) \left( 1 - \frac{h_0}{h_{pj}} \right) \frac{h_{pj}^3}{h_0^3},
 \end{aligned}$$

$\Delta\Gamma_j = \Gamma(r-r_j) - \Gamma(r-r_j-\varepsilon_j)$ ,  $\Gamma(x)$  – единичная функция Хевисайда по продольной координате.

Условия жесткого закрепления круглой неподвижной конструкции по контуру совместно с условием ограниченности при  $\xi = 0$  выступают в роли граничного условия задачи:

$$U_3 = \frac{\partial U_3}{\partial \xi} = 0 \text{ при } \xi = 1, \quad (13)$$

$$\xi \frac{\partial U_3}{\partial \xi} = 0 \text{ при } \xi = 0.$$

В первом уравнении (11) пренебрегаем правой частью, т.к. не рассматриваются продольные волны и нормальное напряжение со стороны жидкости существенно больше касательного  $q_{zz} \gg q_{zr}$ , которым можно пренебречь и имеем:

$$\frac{1}{r} \left\langle \frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \left( \frac{1}{r} U + \mu_0 \frac{\partial U}{\partial r} \right) \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta\Gamma_j \right) + \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{2j} \Delta\Gamma_j \left( \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \mu_0 \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta\Gamma_j \right) \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \mu_0 \frac{1}{r} U \right) + \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{2j} \Delta\Gamma_j \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \mu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) \right\} \right] \right\} \right\rangle = 0$$

Учитывая, что  $k_{2j} = k_{1j}(k_{1j} + 1)$ , получаем

$$\frac{1}{r} \left\langle \frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta\Gamma_j \right) \left[ \left( \frac{1}{r} U + \mu_0 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta\Gamma_j \left( \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \mu_0 \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \right) \right] - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta\Gamma_j \right) \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \mu_0 \frac{1}{r} U \right) + \frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta\Gamma_j \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \mu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} \right) \right] \right\} \right] \right\} \right\rangle = 0$$

Отсюда следует:

$$U = -\frac{h_0}{2} \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta\Gamma_j \frac{\partial W}{\partial r}$$

Полученные выражения подставляем во второе уравнение и получаем в результате:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ -\frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \left( \frac{\partial W}{r \partial r} + \mu_0 \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \right) \frac{h_0^2}{12} \left[ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{3j} \Delta\Gamma_j \right) - 3 \sum_{j=1}^n k_{1j} k_{2j} \Delta\Gamma_j \right] \right\} - \right. \\ \left. - 2 \left[ -\frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \mu_0 \frac{\partial W}{r \partial r} \right) \frac{h_0^2}{12} \left[ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{3j} \Delta\Gamma_j \right) - 3 \sum_{j=1}^n k_{1j} k_{2j} \Delta\Gamma_j \right] \right\} \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left[ -\frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \mu_0 \frac{\partial W}{r \partial r} \right) \frac{h_0^2}{12} \left[ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{3j} \Delta\Gamma_j \right) - 3 \sum_{j=1}^n k_{1j} k_{2j} \Delta\Gamma_j \right] \right\} \right] \right) \right) =$$

$$= q_{zz} - \rho_0 h_0 \left[ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{1j} \Delta \Gamma_j \right) (\ddot{w} + \ddot{z}_0) - \frac{h_0^2}{12} \left[ \left( 1 + \sum_{j=1}^n k_{3j} \Delta \Gamma_j \right) - 3 \sum_{j=1}^n k_{1j} k_{2j} \Delta \Gamma_j \right] \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \left\langle \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\partial W}{r \partial r} \right\rangle \right].$$

Форма прогиба круглого диска, подкрепленного ребрами жесткости вытупает в виде суммы нормальных форм колебаний (собственных функций задачи Штурма-Лиувилля)

$$w = w_m U_{30} = w_m \sum_{k=1}^{\infty} (R_k^0 + R_k(\tau)) \left[ \frac{J_0(\beta_k \xi)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_0(\beta_k \xi)}{I_0(\beta_k)} \right] \quad (14)$$

здесь  $J_0$  – функция Бесселя нулевого порядка первого рода;  $I_0$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка;  $\beta_k$  – корень трансцендентного уравнения ( $k = 1, 2, \dots$ )  $I_1(\beta_k)/I_0(\beta_k) = -J_1(\beta_k)/J_0(\beta_k)$ , где  $J_1(\beta_k)$ ,  $I_1(\beta_k)$  – соответствующие функции Бесселя первого порядка.

Номер $n$	Собственное число $\beta_n$	Номер $n$	Собственное число $\beta_n$
0	3,196	8	28,279
1	6,306	9	31,420
2	9,439	10	34,561
3	12,577	11	37,702
4	15,716	12	40,844
5	18,857	13	43,985
6	21,997	14	47,126
7	25,138		

Безразмерное давление с учетом вида прогиба круглой неподвижной конструкции (14) в выражении для давления (7) представим следующим образом:

$$P_0 = \frac{1}{4} (\xi^2 - 1) \left( 2 \varepsilon^2 \alpha \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 12 \gamma \frac{df_z}{d\tau} \right) + \frac{w_m}{z_m} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_k^2} \left[ \frac{J_0(\beta_k \xi)}{J_0(\beta_k)} + \frac{I_0(\beta_k \xi)}{I_0(\beta_k)} - 2 \right] \left( 2 \varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 R_k}{\partial \tau^2} + 12 \gamma \frac{\partial R_k}{\partial \tau} \right). \quad (15)$$

В то же время

$$\int_0^1 \frac{1}{4} (\xi^2 - 1) \xi \left[ \frac{J_0(\beta_k \xi)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_0(\beta_k \xi)}{I_0(\beta_k)} \right] \left( 2 \varepsilon^2 \alpha \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 12 \gamma \frac{df_z}{d\tau} \right) d\xi = \frac{1}{\beta_k^2} \left( 2 \varepsilon^2 \alpha \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 12 \gamma \frac{df_z}{d\tau} \right),$$



$$\int_0^1 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_k^2} \left[ \frac{J_0(\beta_k \xi)}{J_0(\beta_k)} + \frac{I_0(\beta_k \xi)}{I_0(\beta_k)} - 2 \right] \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 R_k}{\partial \tau^2} + 12\gamma \frac{\partial R_k}{\partial \tau} \right) \xi \left[ \frac{J_0(\beta_k \xi)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_0(\beta_k \xi)}{I_0(\beta_k)} \right] d\xi =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_k^2} \left[ \frac{J_1^2(\beta_k)}{J_0^2(\beta_k)} - \frac{4}{\beta_k} \frac{J_1(\beta_k)}{J_0(\beta_k)} \right] \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 R_k}{\partial \tau^2} + 12\gamma \frac{\partial R_k}{\partial \tau} \right), \text{ при } k=m, \quad (16)$$

$$\int_0^1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_m^2} \left[ \frac{J_0(\beta_m \xi)}{J_0(\beta_m)} + \frac{I_0(\beta_m \xi)}{I_0(\beta_m)} - 2 \right] \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 R_m}{\partial \tau^2} + 12\gamma \frac{\partial R_m}{\partial \tau} \right) \xi \left[ \frac{J_0(\beta_k \xi)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_0(\beta_k \xi)}{I_0(\beta_k)} \right] d\xi =$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{(\beta_m^4 - \beta_k^4) \beta_k \beta_m} \left[ \beta_k^3 \left( \frac{J_1(\beta_m)}{J_0(\beta_m)} - \frac{I_1(\beta_m)}{I_0(\beta_m)} \right) - \right.$$

$$\left. - \beta_m^3 \left( \frac{J_1(\beta_k)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_1(\beta_k)}{I_0(\beta_k)} \right) \right] \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 R_m}{\partial \tau^2} + 12\gamma \frac{\partial R_m}{\partial \tau} \right) \text{ при } k \neq m.$$

В то же время

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{(\beta_m^4 - \beta_k^4) \beta_k \beta_m} \left[ \beta_k^3 \left( \frac{J_1(\beta_m)}{J_0(\beta_m)} - \frac{I_1(\beta_m)}{I_0(\beta_m)} \right) - \beta_m^3 \left( \frac{J_1(\beta_k)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_1(\beta_k)}{I_0(\beta_k)} \right) \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2\beta_k^2} \left\{ \frac{J_1^2(\beta_k)}{J_0^2(\beta_k)} + \frac{I_1^2(\beta_k)}{I_0^2(\beta_k)} - \frac{4}{\beta_k} \left[ \frac{J_1(\beta_k)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_1(\beta_k)}{I_0(\beta_k)} \right] \right\} \text{ при } \beta_k \rightarrow \beta_m. \quad (17)$$

Тогда

$$P_0 = \frac{1}{4} (\xi^2 - 1) \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 12\gamma \frac{df_z}{d\tau} \right) +$$

$$+ \frac{w_m}{z_m} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_k^2} \left[ \frac{J_0(\beta_k \xi)}{J_0(\beta_k)} + \frac{I_0(\beta_k \xi)}{I_0(\beta_k)} - 2 \right] \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 R_k}{\partial \tau^2} + 12\gamma \frac{\partial R_k}{\partial \tau} \right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_k^2} \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{d^2 f_z}{d\tau^2} + 12\gamma \frac{df_z}{d\tau} \right) \left[ \frac{J_0(\beta_k \xi)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_0(\beta_k \xi)}{I_0(\beta_k)} \right] + \quad (18)$$

$$+ \frac{w_m}{z_m} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{(\beta_m^4 - \beta_k^4) \beta_k \beta_m} \left[ \beta_k^3 \left( \frac{J_1(\beta_m)}{J_0(\beta_m)} - \frac{I_1(\beta_m)}{I_0(\beta_m)} \right) - \right.$$

$$\left. - \beta_m^3 \left( \frac{J_1(\beta_k)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_1(\beta_k)}{I_0(\beta_k)} \right) \right] \left( 2\varepsilon^2 \alpha \frac{\partial^2 R_m}{\partial \tau^2} + 12\gamma \frac{\partial R_m}{\partial \tau} \right) \left[ \frac{J_0(\beta_k \xi)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_0(\beta_k \xi)}{I_0(\beta_k)} \right].$$

Учитывая процедуру Бубнова-Галеркина, в уравнения перемещения круглого диска, подкрепленного радиальными ребрами жесткости (3) и устройства, совершающего колебательные движения (10), и учитывая заданные законы вибрации основания и пульсаций давления по контуру  $z_0 = E_z f_0(\tau) = E_z \sin(\tau + \varphi_0)$ ,  $p_1 = p_m f_p(\tau) = p_m \sin(\tau + \varphi_p)$ , подставляем (14), (18) и, находим законы перемещения устройства, совершающего колебательные движения и прогиб круглого диска, подкрепленного ребрами жесткости:

$$z = \frac{\pi R^2}{n_1} p_0 + p_m A_{zp}(\omega) \sin(\tau + \varphi_p + \Psi_{zp}) + E \omega^2 A_{z0}(\omega) \sin(\tau + \Psi_{z0}). \quad (19)$$



$$w = \sum_{k=1}^n \left\{ -\frac{2J_1(\beta_k)R^4}{J_0(\beta_k)D\beta_k^5} p_0 + p_m A_{wpk}^{(n)}(\omega) \sin(\tau + \varphi_p + \Psi_{wpk}^{(n)}) + E_z \omega^2 A_{w0k}^{(n)}(\omega) \sin(\tau + \Psi_{w0k}^{(n)}) \right\} \left[ \frac{J_0\left(\beta_k \frac{r}{R}\right)}{J_0(\beta_k)} - \frac{I_0\left(\beta_k \frac{r}{R}\right)}{I_0(\beta_k)} \right]. \quad (20)$$

где  $A_{zp}(\omega) = \pi R^2 \sqrt{Q_{pc}^2 + Q_{ps}^2} / n_1$ ,  $A_{z0}(\omega) = \omega^{-2} \sqrt{Q_{0c}^2 + Q_{0s}^2}$ ,

$$\Psi_{z0} = -\operatorname{arctg} \frac{Q_{0c}}{Q_{0s}}, \quad \Psi_{zp} = \operatorname{arctg} \frac{Q_{pc}}{Q_{ps}},$$

$$A_{wpk}^{(n)}(\omega) = DR^4 \sqrt{\left[ A_{pk}^{(n)} - \frac{\pi}{n_1 DR^2} (B_k^{(n)} Q_{pc} - A_k^{(n)} Q_{ps}) \right]^2 + \left[ B_{pk}^{(n)} - \frac{\pi}{n_1 DR^2} (B_k^{(n)} Q_{ps} + A_k^{(n)} Q_{pc}) \right]^2} -$$

амплитудная частотная характеристика k-ой моды прогиба упругого круглого диска, подкрепленного радиальными ребрами жесткости на пульсацию давления;

$$\Psi_{wpk}^{(n)} = \operatorname{arctg} \frac{A_{pk}^{(n)} - \frac{\pi}{n_1 DR^2} (B_k^{(n)} Q_{pc} - A_k^{(n)} Q_{ps})}{B_{pk}^{(n)} - \frac{\pi}{n_1 DR^2} (A_k^{(n)} Q_{pc} + B_k^{(n)} Q_{ps})} - \text{фазовая частотная характеристика}$$

k-ой моды прогиба упругого круглого диска, подкрепленного радиальными ребрами жесткости на пульсацию давления;

$$A_{w0k}^{(n)}(\omega) = \omega^{-2} \sqrt{\left[ A_{0k}^{(n)} - B_k^{(n)} Q_{0c} - A_k^{(n)} Q_{0s} \right]^2 + \left[ B_{0k}^{(n)} - B_k^{(n)} Q_{0s} + A_k^{(n)} Q_{0c} \right]^2} -$$

амплитудная частотная характеристика k-ой моды прогиба упругого круглого диска, подкрепленного радиальными ребрами жесткости на виброускорение основания;

$$\Psi_{w0k}^{(n)} = -\operatorname{arctg} \frac{A_{0k}^{(n)} - B_k^{(n)} Q_{0c} - A_k^{(n)} Q_{0s}}{B_{0k}^{(n)} + A_k^{(n)} Q_{0c} - B_k^{(n)} Q_{0s}} - \text{фазовая частотная характеристика k-ой}$$

моды прогиба упругого круглого диска, подкрепленного радиальными ребрами жесткости на виброускорение основания.

Кроме того, в формулах (19), (20) введены обозначения

$$A_k^{(n)} = \frac{G_{zk}^{(n)} C^{(n)} - C_{zk}^{(n)} G^{(n)}}{(C^{(n)})^2 + (G^{(n)})^2}, \quad B_k^{(n)} = -\frac{C_{zk}^{(n)} C^{(n)} + G_{zk}^{(n)} G^{(n)}}{(C^{(n)})^2 + (G^{(n)})^2}, \quad A_{pk}^{(n)} = \frac{D}{R^4} \frac{G_{pk}^{(n)} C^{(n)} - C_{p3}^{(n)} G^{(n)}}{(C^{(n)})^2 + (G^{(n)})^2},$$

$$B_{pk}^{(n)} = \frac{D}{R^4} \frac{C_{pk}^{(n)} C^{(n)} + G_{pk}^{(n)} G^{(n)}}{(C^{(n)})^2 + (G^{(n)})^2}, \quad A_{0k}^{(n)} = \frac{G_{0k}^{(n)} C^{(n)} - C_{0k}^{(n)} G^{(n)}}{(C^{(n)})^2 + (G^{(n)})^2}, \quad B_{0k}^{(n)} = -\frac{C_{0k}^{(n)} C^{(n)} + G_{03}^{(n)} G^{(n)}}{(C^{(n)})^2 + (G^{(n)})^2}, \quad (21)$$

$$A = \begin{pmatrix} a1_{11} + I \cdot a2_{11} & a1_{12} + I \cdot a2_{12} & \dots & a1_{1l} + I \cdot a2_{1l} \\ a1_{21} + I \cdot a2_{21} & a1_{22} + I \cdot a2_{22} & \dots & a1_{2l} + I \cdot a2_{2l} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a1_{n1} + I \cdot a2_{n1} & a1_{n2} + I \cdot a2_{n2} & \dots & a1_{nn} + I \cdot a2_{nn} \end{pmatrix}, \quad e = \begin{pmatrix} c1_1 + I \cdot c2_1 + b1_1 + d1_1 \\ c1_2 + I \cdot c2_2 + b1_2 + d1_2 \\ \dots \\ c1_n + I \cdot c2_n + b1_n + d1_n \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_n \end{pmatrix},$$

$$\text{где } b_{il} = -\frac{2 J_1(\beta_i)}{\beta_i J_0(\beta_i)}; \quad c1_{il} = M_i^z \omega^2, \quad c2_{il} = -2K_i^z \omega,$$

$$d_{il} = (-\rho \delta_0 \frac{2 J_1(\beta_i)}{\beta_i J_0(\beta_i)} - \rho_0 h_0 (\frac{2 J_1(\beta_i)}{\beta_2 J_0(\beta_i)} + \sum_j k_{1j} \frac{\varepsilon_j}{R} \xi_j b_1^i)) \cdot \omega^2.$$

Если  $i=l$

$$a1_{il} = \frac{D \tilde{\beta}_i^4}{R^4} - [M_0^i + M_i] \omega^2; \quad a2_{il} = 2K_i \omega$$

Если  $i \neq l$

$$a1_{il} = \frac{D}{R^4} \beta_{il}^4 - \rho_0 h_0 \omega^2 \sum_j k_{1j} \frac{\varepsilon_j}{R} \xi_j b_1^i b_1^l - M_{il} \omega^2 \quad a2_{il} = 2K_{il} \omega,$$

где

$$\beta_{il}^4 = \sum_j k_{3j} \frac{\varepsilon_j}{R} \left[ \frac{J_0(\beta_i \xi_j)}{J_0(\beta_i)} - \frac{I_0(\beta_i \xi_j)}{I_0(\beta_i)} \right] \xi_j \left[ \frac{J_0(\beta_l \xi_j)}{J_0(\beta_l)} + \frac{I_0(\beta_l \xi_j)}{I_0(\beta_l)} \right] +$$

$$+ \sum_j k_{3j} \frac{\varepsilon_j}{R} \left\{ \frac{1}{\beta_i} \left[ \frac{J_1(\beta_i \xi_j)}{J_0(\beta_i)} + \frac{I_1(\beta_i \xi_j)}{I_0(\beta_i)} \right] \left\{ - \left[ \frac{J_0(\beta_l \xi_j)}{J_0(\beta_l)} - \frac{I_0(\beta_l \xi_j)}{I_0(\beta_l)} \right] + \beta_l \xi_j \left[ \frac{J_1(\beta_l \xi_j)}{J_0(\beta_l)} + \frac{I_1(\beta_l \xi_j)}{I_0(\beta_l)} \right] \right\} \right\};$$

$$\tilde{\beta}_i^4 = 1 + \beta_{il}^4; \quad M_i = \frac{\rho \delta_0}{\psi^2} \frac{1}{\beta_i^2} \left[ \frac{J_1^2(\beta_i)}{J_0^2(\beta_i)} - \frac{4 J_1(\beta_i)}{\beta_i J_0(\beta_i)} \right] \alpha;$$

$$M_{il} = \frac{\rho \delta_0}{\psi^2} \left[ \frac{4}{(\beta_i^4 - \beta_l^4) \beta_i \beta_l} \left[ \beta_i^3 \frac{J_1(\beta_l)}{J_0(\beta_l)} - \beta_l^3 \frac{J_1(\beta_i)}{J_0(\beta_i)} \right] \right] \alpha;$$

$$2K_i = \frac{12\gamma \omega}{2\varepsilon^2 \alpha} M_i; \quad 2K_{il} = \frac{12\gamma \omega}{2\varepsilon^2 \alpha} M_{il};$$

$$M_i^z = \frac{\rho \delta_0}{\psi^2} \frac{1}{\beta_i^2} \alpha; \quad 2K_i^z = \frac{12\gamma \omega}{2\varepsilon^2 \alpha} M_i^z = \frac{12\gamma \nu}{\delta_0^2 \alpha} M_i^z,$$

$$M_0^i = \rho_0 h_0 \left( 1 + \sum_j k_{1j} \frac{\varepsilon_j}{R} \xi_j (b_1^i)^2 \right),$$

$$a_1^i = \left[ \frac{J_1(\beta_i \xi_j)}{J_0(\beta_i)} + \frac{I_1(\beta_i \xi_j)}{I_0(\beta_i)} \right]; \quad b_1^i = \left[ \frac{J_0(\beta_i \xi_j)}{J_0(\beta_i)} + \frac{I_0(\beta_i \xi_j)}{I_0(\beta_i)} \right]; \quad D = \frac{E h_0^3}{12(1 - \mu_0^2)}.$$

$C^{(n)} = \text{Re}(\text{Det}A_n)$  - действительная часть определителя матрицы  $A$ ,

$G^{(n)} = \text{Im}(\text{Det}A_n)$  - мнимая часть определителя матрицы  $A$ ,

$C_{zk}^n = \text{Re}(\text{Det}C_i)$  - действительная часть определителя матрицы  $n$ -го порядка, полученной из матрицы  $A$  системы заменой  $i$ -го столбца элементами  $C$  столбца правых частей  $e$ ,

$G_{zk}^n = \text{Im}(\text{Det}C_i)$  - мнимая часть определителя матрицы  $n$ -го порядка, полученной из матрицы  $A$  системы заменой  $i$ -го столбца элементами  $C$  столбца правых частей  $e$ ,

$C_{ok}^n = \text{Re}(\text{Det}DR_i)$  - действительная часть определителя матрицы  $n$ -го порядка, полученной из матрицы  $A$  системы заменой  $i$ -го столбца элементами  $d$  столбца правых частей  $e$ ,

$G_{ok}^n = \text{Im}(\text{Det}DR_i)$  - мнимая часть определителя матрицы  $n$ -го порядка, полученной из матрицы  $A$  системы заменой  $i$ -го столбца элементами  $d$  столбца правых частей  $e$ ,

$C_{pk}^n = \text{Re}(\text{Det}B_i)$  - действительная часть определителя матрицы  $n$ -го порядка, полученной из матрицы  $A$  системы заменой  $i$ -го столбца элементами  $b$  столбца правых частей  $e$ ,

$G_{pk}^n = \text{Im}(\text{Det}B_i)$  - мнимая часть определителя матрицы  $n$ -го порядка, полученной из матрицы  $A$  системы заменой  $i$ -го столбца элементами  $b$  столбца правых частей  $e$ ,

$\text{Det}C_i$  - определитель матрицы  $n$ -го порядка, полученной из матрицы  $A$  системы заменой  $i$ -го столбца элементами  $C$  столбца правых частей  $e$ ,

$\text{Det}B_i$  - определитель матрицы  $n$ -го порядка, полученной из матрицы  $A$  системы заменой  $i$ -го столбца элементами  $b$  столбца правых частей  $e$ ,

$\text{Det}DR_i$  - определитель матрицы  $n$ -го порядка, полученной из матрицы  $A$  системы заменой  $i$ -го столбца элементами  $d$  столбца правых частей  $e$ ,

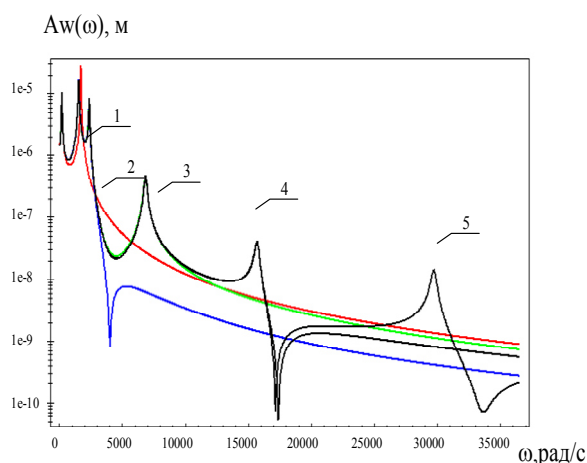
Наряду с этим, как частный случай, рассмотрена возможность перехода к задаче гидроупругости для стенок канала с однородным круглым диском.

Выявленные законы перемещения устройства, совершающего колебательные движения и прогиба круглого диска, подкрепленного ребрами жесткости с учетом (13), (14) позволяют вести исследования напряженно-деформированного состояния круглого диска, подкрепленного ребрами жесткости, давления в жидкости, перемещения устройства, совершающего колебательные движения и определить резонансные частоты колебаний в изучаемой механической модели применительно к гидродемпферам, системам смазки и охлаждения двигателей внутреннего сгорания.

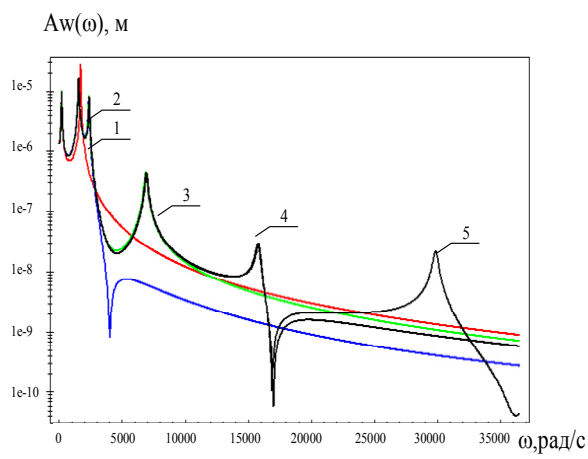
Результаты расчетов амплитуд пульсаций стенок канала на различных частотах для случаев удержания в прогибе 1, 2, 3, 4 и 5 членов ряда при  $p_m = 1$

Па,  $E_z \omega^2 = 1g$  для варианта канала с параметрами (два ребра):  $\rho_0 = 2,71 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $R = 0,10 \text{ м}$ ;  $\rho = 1,841 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $\delta_0/R = 0,081$ ;  $\nu = 2,501 \cdot 10^{-4}$   $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $n_1 = 9,501 \cdot 10^6 \text{ кг/с}^2$ ;  $m_1 = 2,501 \text{ кг}$ ;  $h_{p1} = 1,101h_0$ ;  $\varepsilon_1/R = 0,10$ ,  $\xi_1/R = 0,251$ ;  $h_{p2} = 1,10h_0$ ;  $\varepsilon_2/R = 0,10$ ;  $\xi_2/R = 0,50$ ; материал круглого диска, подкрепленного ребрами жесткости – сплав Д16Т, для варианта канала (одно ребро):  $\varepsilon_1/R = 0,10$ ,  $\xi_1/R = 0,251$ , представлены на рис. 2-5.

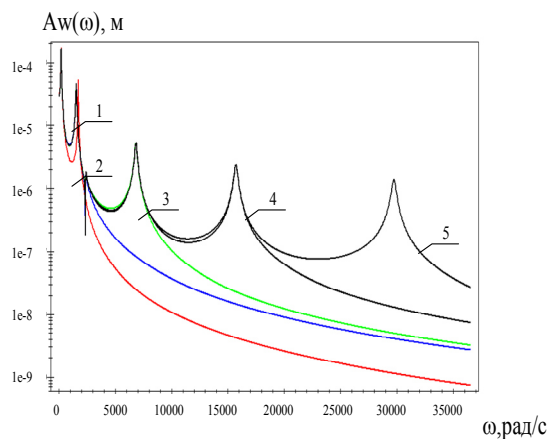
Итоги расчетов показывают, что для практических целей достаточно удержания первых 1-2 членов ряда в решении, так как последующие члены приводят к появлению дополнительных высокочастотных резонансных частот, а амплитуды, отвечающие этим частотам, на порядок меньше амплитуд на первых резонансных частотах.



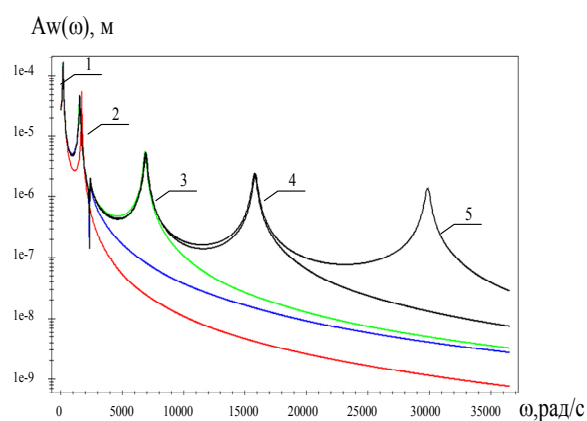
АЧХ прогиба в центре круглой ребристой пластины с использованием материала Д16Т (виброускорение снования 1g) (одно ребро) 1 – при 1-м члене ряда; 2 – при 2-х членах ряда; 3 – при 3-х членах ряда; 4 – при 4-х членах ряда; 5 – при 5- членах ряда  
Рис. 2



АЧХ прогиба в центре круглой ребристой пластины с использованием материала Д16Т (виброускорение снования 1g) (два ребра) 1 – при 1-м члене ряда; 2 – при 2-х членах ряда; 3 – при 3-х членах ряда; 4 – при 4-х членах ряда; 5 – при 5- членах ряда  
Рис. 3



АЧХ прогиба в центре круглой ребристой пластины с использованием материала Д16Т (пульсация давления 1Па) (одно ребро) 1 – при 1-м члене ряда; 2 – при 2-х членах ряда; 3 – при 3-х членах ряда; 4 – при 4-х членах ряда; 5 – при 5- членах ряда  
Рис. 4



АЧХ прогиба в центре круглой ребристой пластины с использованием материала Д16Т (пульсация давления 1Па) (два ребра) 1 – при 1-м члене ряда; 2 – при 2-х членах ряда; 3 – при 3-х членах ряда; 4 – при 4-х членах ряда; 5 – при 5- членах ряда  
Рис. 5

Наряду с этим, рост числа членов ряда существенно не влияет на величину амплитуд колебаний, возникают исключительно новые резонансные частоты с соответствующими значениями амплитуд, на порядки меньшими, чем для первого приближения в методе Бубнова-Галеркина. Увеличение числа ребер жесткости совместно с использованием более вязкой жидкости содействует эффективному подавлению амплитуд на резонансных частотах.

Следует отметить, что на резонансных частотах вероятно появление разрывов в рабочей жидкости при понижении давления ниже величины давления насыщенного пара и появление в ней вибрационной кавитации, каковая может привести к кавитационной коррозии устройства, совершающего колебательные движения и неподвижной конструкции. Вибрационная

кавитация имеет место вблизи вибрирующих твердых поверхностей, если амплитуда пульсаций достигает некоторого порогового значения. Предложенная модель позволяет обнаруживать критические частоты, и совершать сдвиг части из них в высокочастотную область, где кавитационная коррозия проявляет себя слабо, путем применения диска, подкрепленного ребрами жесткости. Наряду с этим, применение ребристой неподвижной конструкции на ряде частот позволяет полностью исключить появление разрывов в жидкости (т.е. кавитации и, как следствие, кавитационной коррозии), в таком случае амплитуды колебаний осциллятора и неподвижной конструкции существенно снижаются.

*Работа выполнена при поддержке Гранта РФФИ № 16-01-00175-а.*

### Список литературы

1. Могилевич Л.И., Попов В.С. Прикладная гидроупругость в машино-и приборостроение. Саратов: Саратовский ГАУ, 2003. 156 с.
2. Горшков А.Г., Морозов В.И., Пономарев А.Т., Шклярчук Ф.Н. Аэрогидроупругость конструкций. М.: Физматлит. 2000. 591 с.
3. Абовский Н.П. Андреев Н.П., Деруга А.П. Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек. М.: Наука, 1978. 287 с.
4. Болотин В.В. Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение. 1980. 375 с.
5. Быкова Т.В., Агеев Р.В., Могилевич Л.И. Математическая модель гидроупругих колебаний круглой пластины, взаимодействующей с твердым диском и слоем жидкости // Разработка современных технологий и материалов для обеспечения энергосбережения, надежности и безопасности объектов архитектурно-строительного и дорожного комплекса: сборник научных статей Международного научно-практического симпозиума. Саратов: СГТУ. 2010. С. 298-302.
6. Быкова Т.В., Могилевич Л.И., Попов В.С. Математическая модель для исследования динамики взаимодействия круглой пластины, подкрепленной ребрами жесткости, с пульсирующим слоем вязкой несжимаемой жидкости // Прикладная математика и механика (Ульяновск). 2011. № 9. С. 143-150.
7. Быкова Т.В., Агеев Р.В. Решение динамической задачи гидроупругости и гидродинамической виброопоры с упругим геометрически нерегулярным статором // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2011. №1(52). С. 7-14.
8. Попов В.С. Колебания ребристой оболочки, окруженной слоем вязкой несжимаемой жидкости // Аграрный научный журнал. 2003. № 4. С. 47-50.
9. Попов В.С. Динамическая задача гидроупругости виброопоры с пластиной, подкрепленной ребрами жесткости // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2008. Т. 3. № 1 (34). С. 7-13.
10. Попов В.С., Попова А.А., Волов М.И. Математическое моделирование

- взаимодействия ламинарного пульсирующего потока с цилиндрической ребристой оболочкой, по которой он движется // Совершенствование методов гидравлических расчетов водопропускных и очистных сооружений. 2010. № 1 (36). С. 51-66.
11. Могилевич Л.И., Попов В.С. Возмущающие моменты в поплавковом гироскопе с упругим корпусом поплавок, имеющим технологические ребра жесткости, на вибрирующем основании // Авиакосмическое приборостроение. 2006. № 5. С. 6-12.
  12. Могилевич Л.И., Попов В.С. Динамика взаимодействия поддерживающего слоя жидкости и упругого корпуса поплавок с технологическими ребрами жесткости в поплавковом гироскопе // Авиакосмическое приборостроение. 2004. № 11. С. 14-20.
  13. Могилевич Л.И., Попов В.С. Исследование возмущающих моментов поплавкового гироскопа с упругим корпусом поплавок, имеющим технологические ребра жесткости, при вибрации ротора гиromотора // Авиакосмическое приборостроение. 2008. № 3. С. 17-24.
  14. Кондратов Д.В., Кондратова Ю.Н., Попов В.С., Плаксина И.В. Задачи гидроупругости для трубы кольцевого сечения с упругой, геометрически нерегулярной внешней оболочкой при воздействии давления // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2013. Т. 13. № 3. С. 70-76.
  15. Попова А.А. Математическое моделирование динамических процессов в виброопоре с упругими элементами конструкции // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2007. Т. 4. № 1 (28). С. 25-31.
  16. Попова А.А. Математическое моделирование процессов взаимодействия вязкой жидкости с тонкостенными ребристыми элементами гидродинамических демпферов и трубопроводов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Саратовский государственный технический университет. Саратов, 2008. 174 с.
  17. Попова А.А. Математическое моделирование процессов взаимодействия вязкой жидкости с тонкостенными ребристыми элементами гидродинамических демпферов и трубопроводов: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Саратов, 2008. 32 с.
  18. Могилевич Л.И., Попова А.А. Динамическая задача гидроупругости виброопоры с упругой ребристой пластиной // Наука и техника транспорта. 2007. № 4. С. 55-61.
  19. Kondratov D.V., Kalinina A.V., Mogilevich L.I., Popova A.A., Kondratova Y.N. Mathematical model of elastic ribbed shell dynamics interaction with viscous liquid under vibration // В сборнике: Vibroengineering Procedia 22, Dynamics of Strongly Nonlinear Systems. Сер. "22nd International Conference on Vibroengineering" 2016. С. 300-305.