

Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" <http://mathmod.esrae.ru/>

URL статьи: mathmod.esrae.ru/15-46

Ссылка для цитирования этой статьи:

Московский И.Г. К вопросу о математическом моделировании напряженно-деформированного состояния горных пород в оценке устойчивости стенок скважины // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2017. №3

УДК 550.82

К ВОПРОСУ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД В ОЦЕНКЕ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕНОК СКВАЖИНЫ

Московский И.Г.

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Россия, Саратов, mosig@mail.ru

ON THE ISSUE OF MATHEMATICAL MODELING OF THE ROCK STRESSED-DEFORMED STATE FOR THE WELLBORE STABILITY ESTIMATIONS

Moskowsky I.G.

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia,
Saratov, mosig@mail.ru

Аннотация. В статье проводится сравнение результатов оценки устойчивости стенок скважины в зависимости от величины касательных компонент тензора напряжений, действующих в породе в ее естественном залегании. В традиционном подходе, все указанные компоненты считаются равными нулю, что, как показывается в статье, может приводить к неверной оценке интервала значений плотностей бурового раствора при которых порода на стенках скважины не разрушается.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние горных пород, тензор напряжений, касательные напряжения, критерий прочности Мора-Кулона, устойчивость стенок скважины, оптимальное значение плотности бурового раствора.

Abstract. The paper deals with comparing the results of wellbore stability estimations depending on the values of the stress tensor tangential components operating within rocks in natural occurrences. With the traditional approach, all the specified components are considered to be equal to zero. As shown in the paper, this may result in faulty estimation of the range of the drilling mud densities that do not inflict damage to the rocks at the wellbore walls.

Key words: rocks stressed-deformed state, stress tensor, tangential stresses, Mohr-Coulomb strength criterion, wellbore stability, optimum drilling mud density.

Для обеспечения безопасности и эффективности бурения и эксплуатации нефтегазовых скважин важной проблемой является определение напряженно-деформированного состояния (НДС) горных пород разрабатываемого геологического разреза [1-5]. Определение НДС горных пород выполняется на основе математического моделирования, т.к. известные методы акустической диагностики и неразрушающего контроля материалов на основе динамических моделей деформируемых систем [6-8], здесь не столь эффективны. Определение напряжений, действующих в породах околоскважинного пространства обычно проводится в два этапа. Сперва определяются напряжения, действующие в породе в ее естественном залегании (ЕЗ), т.е. до бурения скважины. Эти напряжения используются при формулировке условий на границе исследуемой области, граница при этом считается удаленной от скважины на расстояние на котором влияние скважины на НДС породы пренебрежимо мало. На втором этапе решается краевая задача по определению компонент тензора напряжений в окрестности скважины при полученных на первом этапе граничных условиях. В работах по изучению возможности разрушения горных пород [1-5], слагающих стенки скважины, оценка НДС пород проводится в предположении, что одно из главных напряжений, действующих в породе в ЕЗ, всегда перпендикулярно дневной поверхности (вертикальное напряжение), два других – параллельно (горизонтальные напряжения). Для горизонтально-слоистых сред, плоскости слоев, которых параллельны поверхности Земли, такое предположение может быть оправдано, но для других типов геологических сред (например, купола, разломы и др.) такое допущение несправедливо, так как главные напряжения могут иметь в таких средах произвольную ориентацию. Данная статья посвящена математическому моделированию НДС горных пород околоскважинного пространства и сравнению расчетной оптимальной плотности бурового раствора в скважине при различном направлении главных напряжений, действующих в породе в ЕЗ.

Рассмотрим участок скважины (рис. 1), расположенный на глубине z и имеющий форму кругового цилиндра радиуса R .

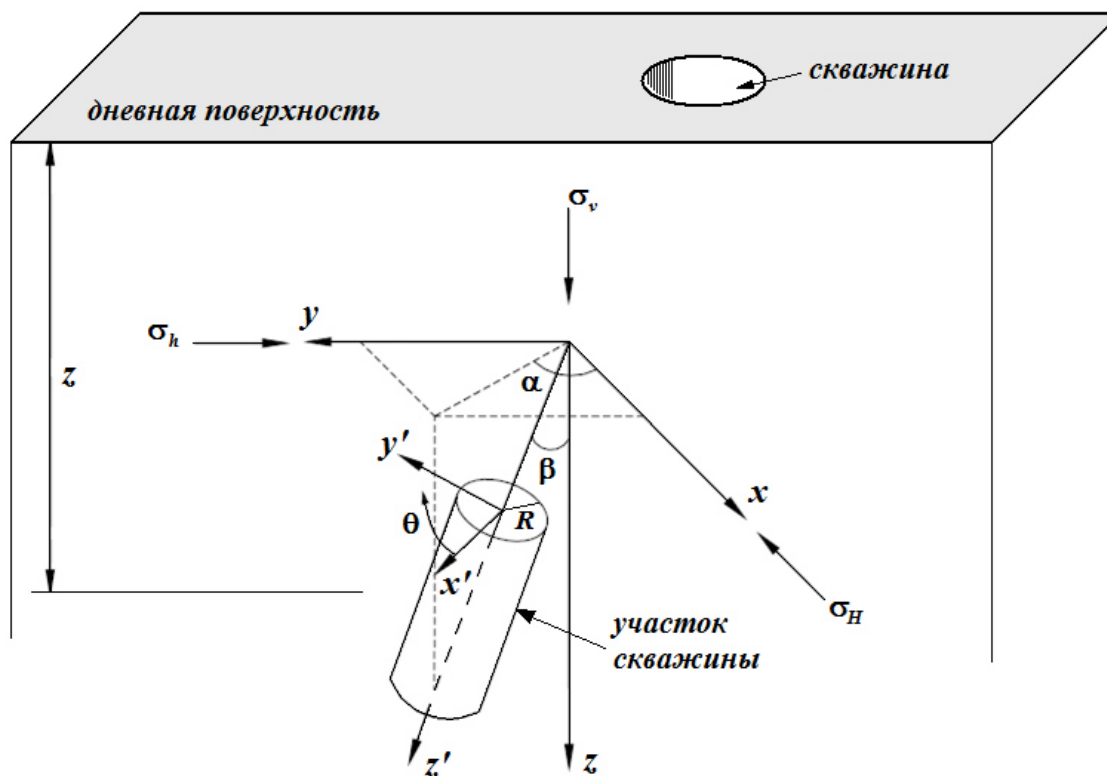


Рис. 1. Модель участка скважины

Введем прямоугольную декартову систему координат (x, y, z) , ось z которой направлена перпендикулярно к дневной поверхности, а направления осей x и y определяются направлениями максимального σ_H и минимального σ_h горизонтальных напряжений (рис. 1), соответственно. Тензор напряжений в породе в ЕЗ в системе координат (x, y, z) будет иметь вид:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – нормальные напряжения, действующие на грани элементарного куба горной породы в окрестности рассматриваемой точки; $\sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$ – касательные напряжения. Как отмечено выше, в исследованиях [1-5] по прогнозированию разрушения горных пород все касательные напряжения считаются равными нулю. В этом случае тензор напряжений (1) примет вид

$$\begin{pmatrix} \sigma_H & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v \end{pmatrix}.$$

Для описания НДС породы вокруг скважины введем также прямоугольную декартову систему координат (x', y', z') , получаемую поворотом системы координат (x, y, z) вокруг оси z на угол α и поворотом вокруг оси y на угол β (рис. 1). Угол β называется зенитным углом и определяет наклон участка скважины по отношению к дневной поверхности. Для вертикальных участков скважины $\beta = 0$, для горизонтальных участков $\beta = \pi/2$. Угол α определяет расположение участка скважины относительно направления максимального горизонтального напряжения σ_H .

Тензор напряжений при переходе от системы координат (x, y, z) к системе (x', y', z') определяется равенством [1]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x'} & \sigma_{x'y'} & \sigma_{x'z'} \\ \sigma_{x'y'} & \sigma_{y'} & \sigma_{y'z'} \\ \sigma_{x'z'} & \sigma_{y'z'} & \sigma_{z'} \end{pmatrix} = \Lambda \cdot \begin{pmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \cdot \Lambda^T, \quad (2)$$

где

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \alpha \cos \beta & -\sin \beta \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ \cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

В результате бурения скважины в горной породе произойдет изменение распределения напряжений по сравнению с ЕЗ. В цилиндрической системе

координат (r, θ, z) , где $r = \sqrt{x'^2 + y'^2}$, $\theta = \arctg(y'/x')$, компоненты тензора напряжений

$$\begin{pmatrix} \sigma_r & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_\theta & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{rz} & \sigma_{\theta z} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (4)$$

в окрестности скважины приближенно определяются выражениями [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \left(\frac{\sigma_{x'} + \sigma_{y'}}{2} \right) \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) + \left(\frac{\sigma_{x'} - \sigma_{y'}}{2} \right) \left(1 + 3 \frac{R^4}{r^4} - 4 \frac{R^2}{r^2} \right) \cos 2\theta + \\ &\quad + \sigma_{x'y'} \left(1 + 3 \frac{R^4}{r^4} - 4 \frac{R^2}{r^2} \right) \sin 2\theta + P_w \frac{R^2}{r^2}, \\ \sigma_\theta &= \left(\frac{\sigma_{x'} + \sigma_{y'}}{2} \right) \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - \left(\frac{\sigma_{x'} - \sigma_{y'}}{2} \right) \left(1 + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \cos 2\theta - \\ &\quad - \sigma_{x'y'} \left(1 + 3 \frac{R^4}{r^4} \right) \sin 2\theta - P_w \frac{R^2}{r^2}, \\ \sigma_z &= \sigma_{z'} - \nu \left[2(\sigma_{x'} - \sigma_{y'}) \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta + 4\sigma_{x'y'} \frac{R^2}{r^2} \sin 2\theta \right], \\ \sigma_{r\theta} &= \left[- \left(\frac{\sigma_{x'} - \sigma_{y'}}{2} \right) \left(1 - 3 \frac{R^4}{r^4} + 2 \frac{R^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \right] + \sigma_{x'y'} \left(1 - 3 \frac{R^4}{r^4} + 2 \frac{R^2}{r^2} \right) \cos 2\theta, \\ \sigma_{\theta z} &= (-\sigma_{x'z'} \sin \theta + \sigma_{y'z'} \cos \theta) \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right), \\ \sigma_{rz} &= (\sigma_{x'z'} \cos \theta + \sigma_{y'z'} \sin \theta) \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где ν – коэффициент Пуассона породы, $P_w = \rho_w g z$ – давление бурового раствора на стенку скважины, ρ_w – плотность бурового раствора, g – ускорение свободного падения. Давление бурового раствора обычно задается в безразмерном виде

$$k_w = P_w / P_w^0,$$

где $P_w^0 = \rho_w^0 g z$ – давление столба воды с плотностью $\rho_w^0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ на глубине z . Величина k_w называется относительным давлением бурового раствора или относительной плотностью бурового раствора, так как $k_w = \rho_w / \rho_w^0$.

Для оценки НДС горных пород на стенках скважины (рис. 1) будем использовать формулы (2)-(5). Полагая, что напряжения в горной породе преимущественно определяются весом вышележащих пород, тензор напряжений, действующих в породе в ЕЗ будем рассчитывать по формуле

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} = P_0 \begin{pmatrix} \lambda & \delta_{xy} & \delta_{xz} \\ \delta_{xy} & k_s \lambda & \delta_{yz} \\ \delta_{xz} & \delta_{yz} & 1 \end{pmatrix},$$

где $P_0 = \bar{\rho}gz$ – вес вышележащих пород; $\bar{\rho}$ – средняя плотность вышележащих пород; $k_s = \sigma_H / \sigma_h$ – коэффициент анизотропии горизонтальных напряжений; $\lambda = \nu / (1 - \nu)$ – коэффициент бокового распора горной породы; δ_{xy} , δ_{xz} , δ_{yz} – коэффициенты пропорциональности между касательными напряжениями и весом вышележащих пород.

Оценка прочности горной породы в окрестности скважины (рис. 1) будет выполняться с помощью критерия Мора-Кулона. Математически критерий Мора-Кулона может быть записан в виде функции максимального σ_1 и минимального σ_3 главных напряжений действующих в породе:

$$f(\sigma_1, \sigma_3) = \sigma_1 - (C_0 + q\sigma_3), \quad (6)$$

где C_0 – прочность на одноосное сжатие; $q = (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi)$; φ – угол внутреннего трения. Согласно критерия (6) порода разрушается при $f \geq 0$ и не разрушается при $f < 0$. Кроме того, в соответствии с критерием Мора-Кулона порода на стенках скважины не разрушается [1, 3, 9], если относительная плотность k_w бурового раствора в скважине лежит в пределах:

$$k_w^{\min} < k_w < k_w^{\max}, \quad (7)$$

где k_w^{\min} и k_w^{\max} – критические значения относительной плотности бурового раствора определяемые по критерию (6) при фиксированных значениях параметров геологической среды. Значение k_w^{\min} соответствует минимальному значению k_w при котором функция (6) отрицательна, а k_w^{\max} – максимальному значению k_w при $f < 0$. В качестве оптимального значения плотности бурового раствора может быть взята середина интервала (7).

Для оценки влияния компонент σ_{xy} , σ_{xz} , σ_{yz} тензора напряжений (1), действующих на породу в ЕЗ, на выбор оптимальной плотности бурового раствора построены зависимости критических значений k_w^{\min} и k_w^{\max} относительной плотности бурового раствора от коэффициентов пропорциональности между касательными напряжениями и весом вышележащих пород (рис. 2, 3), а также от параметров модели скважины (рис. 4-8). На каждом из графиков (рис. 2-8) сравниваются критические плотности бурового раствора при отсутствии касательных напряжений в ЕЗ породы, т.е. при $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$, а также при наличие ненулевых касательных напряжений, т.е. при $\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2 \neq 0$. На каждом из графиков (рис. 2-8) верхние линии соответствуют критическим значениям k_w^{\max} относительной

плотности бурового раствора, а нижние линии – k_w^{\min} . Значения параметров геологической среды для которых выполнены расчеты, приведены в таблице 1.

На рис. 2, 3 показаны зависимости критических значений относительной плотности бурового раствора от величины касательных напряжений. На рис. 2 графики соответствуют случаю, когда тензор напряжений (1) имеет только одну отличную от нуля касательную компоненту $\sigma_{xy} = \delta P_0$, где P_0 – вес вышележащих пород, δ – коэффициент пропорциональности. На рис. 3 графики соответствуют случаю, когда отличны от нуля все касательные компоненты тензора (1): $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \delta P_0$.

Таблица 1

Значения параметров геологической среды

Параметр	Фиксированные значения параметров	Диапазоны изменения параметров
z – глубина (м)	1000	1000-1500
r/R – относительное удаление от оси скважины	1	–
$\bar{\rho}$ – средняя плотность вышележащих пород (кг/м ³)	2500	2000-3000
ν – коэффициент Пуассона	0,3	0,2-0,4
C_0 – прочность на одноосное сжатие (МПа)	23	10-40
φ – угол внутреннего трения (град)	30	25-35
β – зенитный угол (град)	0, 30, 60, 90	0-90
k_s – отношение максимального горизонтального напряжения к минимальному	1	1-2
$\delta_{xy}, \delta_{xz}, \delta_{yz}$ – коэффициенты пропорциональности между касательными напряжениями и весом вышележащих пород	0,05	0,001-0,1

Как видно из рис. 2, 3 для горных пород, прочность которых подчиняется критерию Мора-Кулона, при значениях касательных напряжений от сотых долей веса вышележащих пород и выше следует ожидать значительное сужение интервала (7) значений плотностей бурового раствора при которых порода на стенках скважины не разрушается. При этом критические значения k_w^{\min} и k_w^{\max} относительной плотности бурового раствора могут как увеличиваться, так и уменьшаться по сравнению со случаем отсутствия касательных напряжений ($\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$).

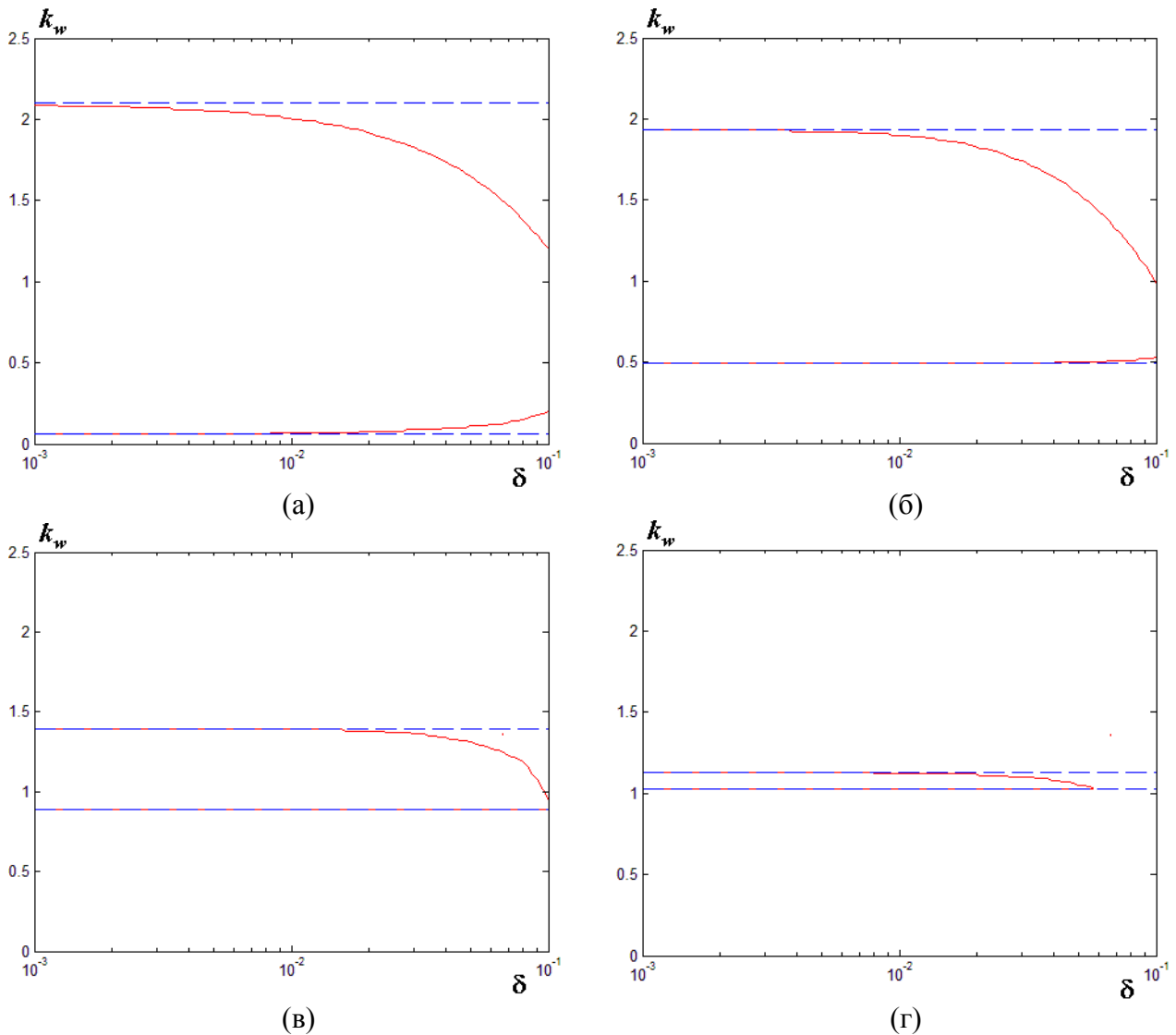


Рис. 2. Зависимости критических значений относительной плотности бурового раствора от относительной величины касательных напряжений: (а) – для вертикального участка скважины, (б) – для наклонного участка скважины ($\beta = 30^0$), (в) – для наклонного участка скважины ($\beta = 60^0$), (г) – для горизонтального участка скважина.

Синие пунктирные линии – для $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$.

Красные сплошные линии – для $\sigma_{xy} = \delta P_0$, $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$

На рис. 4, 5 показаны зависимости критических значений относительной плотности бурового раствора от параметров модели вертикального участка скважины: z – глубины, $\bar{\rho}$ – средней плотности вышележащих пород, ν – коэффициента Пуассона, k_s – отношения максимального горизонтального напряжения к минимальному, C_0 – прочности породы на одноосное сжатие, φ – угла внутреннего трения. На рис. 6, 7 показаны аналогичные зависимости для

наклонного участка скважины, а на рис. 8 – зависимости k_w^{\min} и k_w^{\max} от зенитного угла β .

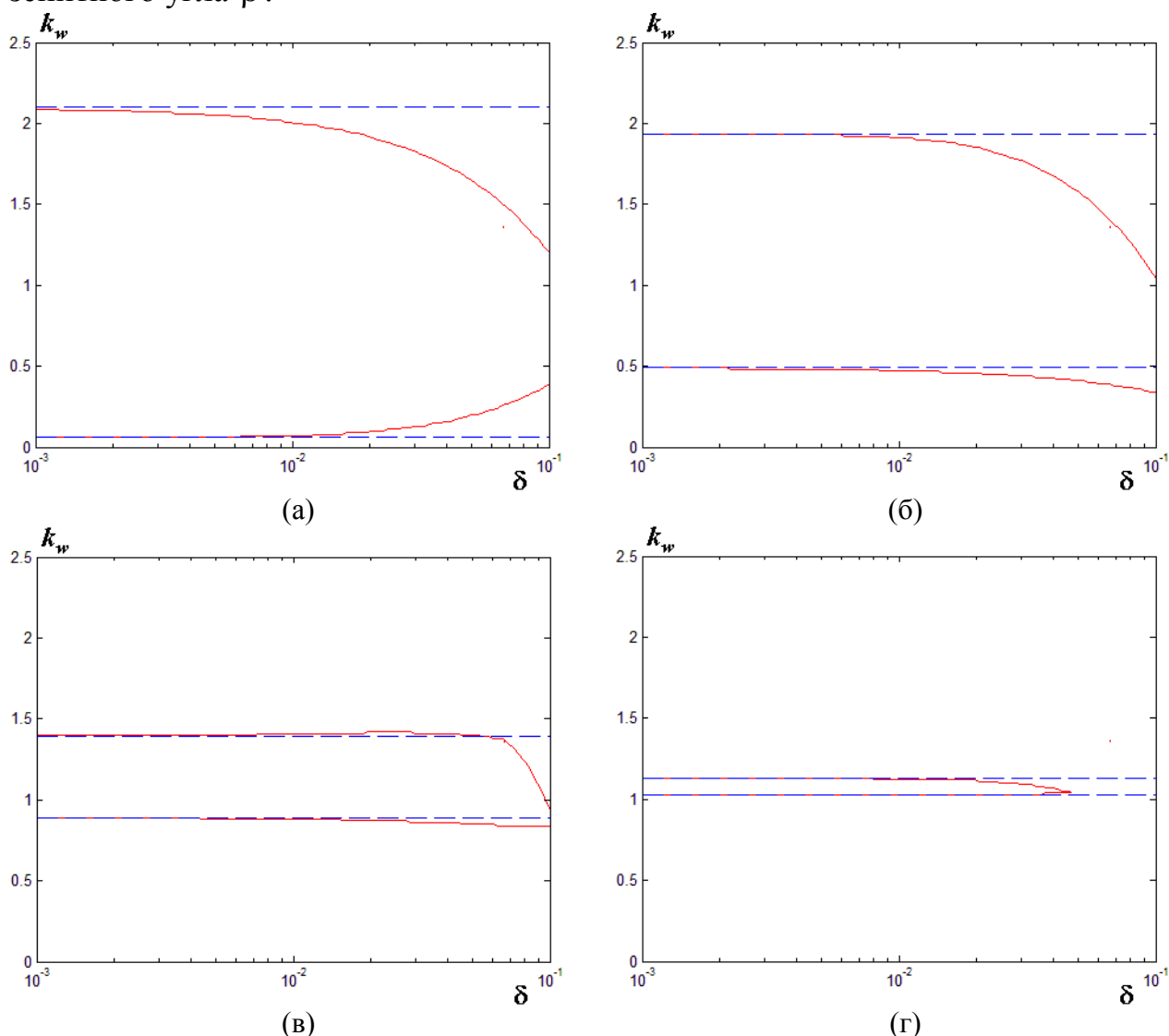


Рис. 3. Зависимости критических значений относительной плотности бурового раствора от относительной величины касательных напряжений: (а) – для вертикального участка скважины, (б) – для наклонного участка скважины ($\beta = 30^{\circ}$), (в) – для наклонного участка скважины ($\beta = 60^{\circ}$), (г) – для горизонтального участка скважины. Синие пунктирные линии – для $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$. Красные сплошные линии – для $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \delta P_0$

Как видно из рис. 4-8 для горных пород, разрушение которых происходит в соответствии с критерием Мора-Кулона, при наличии касательных напряжений составляющих 5% от веса вышележащих пород следует ожидать значительное сужение интервала (7) значений плотностей бурового раствора при которых порода на стенках скважины не разрушается. При этом критические значения k_w^{\min} и k_w^{\max} относительной плотности бурового раствора могут как увеличиваться, так и уменьшаться по сравнению со случаем отсутствия касательных напряжений.

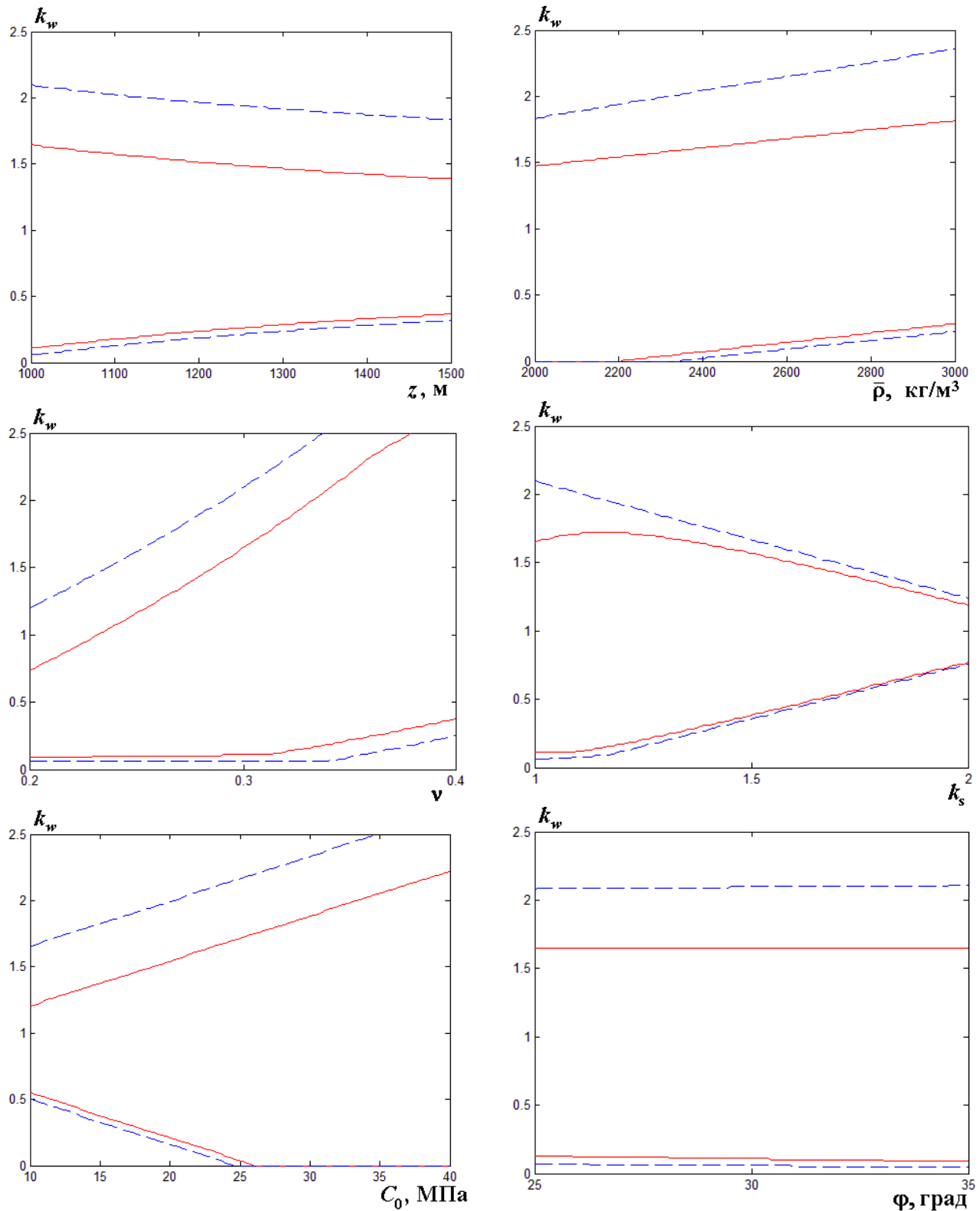


Рис. 4. Зависимости критических значений относительной плотности бурового раствора от параметров модели для вертикального участка скважины.

Синие пунктирные линии – для $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$.

Красные сплошные линии – для $\sigma_{xy} = \delta P_0$, $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$

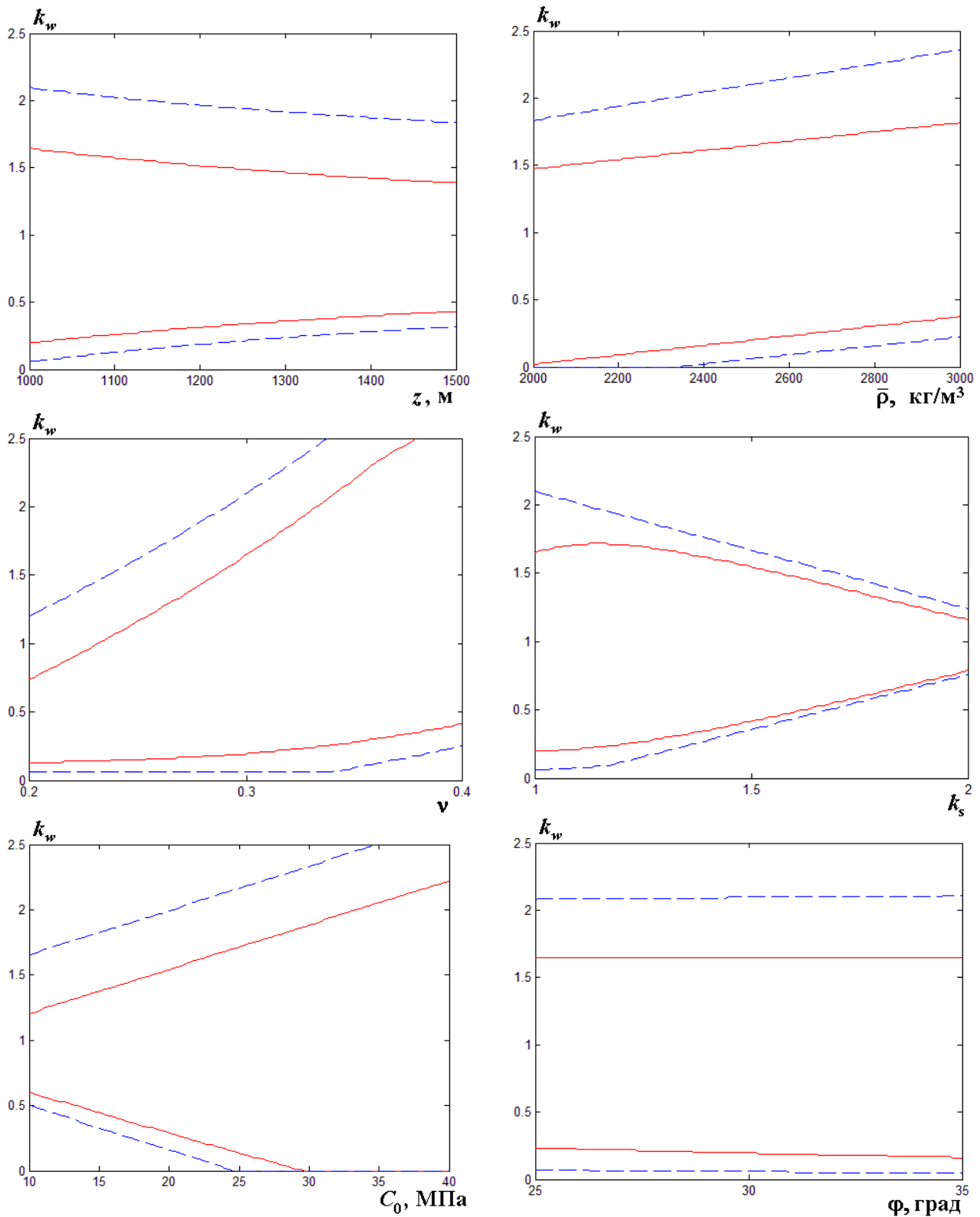


Рис. 5. Зависимости критических значений относительной плотности бурового раствора от параметров модели для вертикального участка скважины.

Синие пунктирные линии – для $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$.

Красные сплошные линии – для $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \delta P_0$

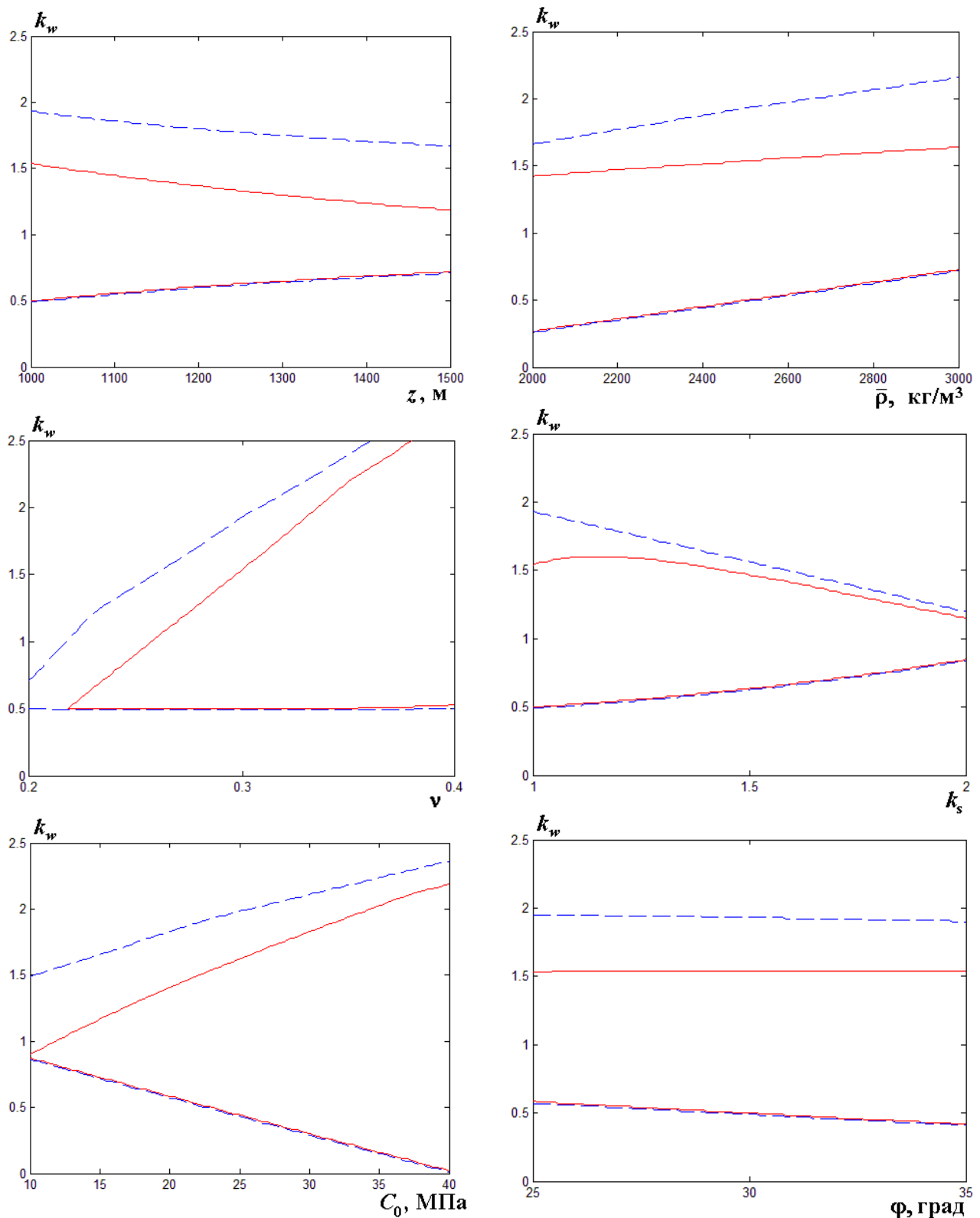


Рис. 6. Зависимости критических значений относительной плотности бурового раствора от параметров модели для наклонного участка скважины ($\beta = 30^\circ$).

Синие пунктирные линии – для $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$.

Красные сплошные линии – для $\sigma_{xy} = \delta P_0$, $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$

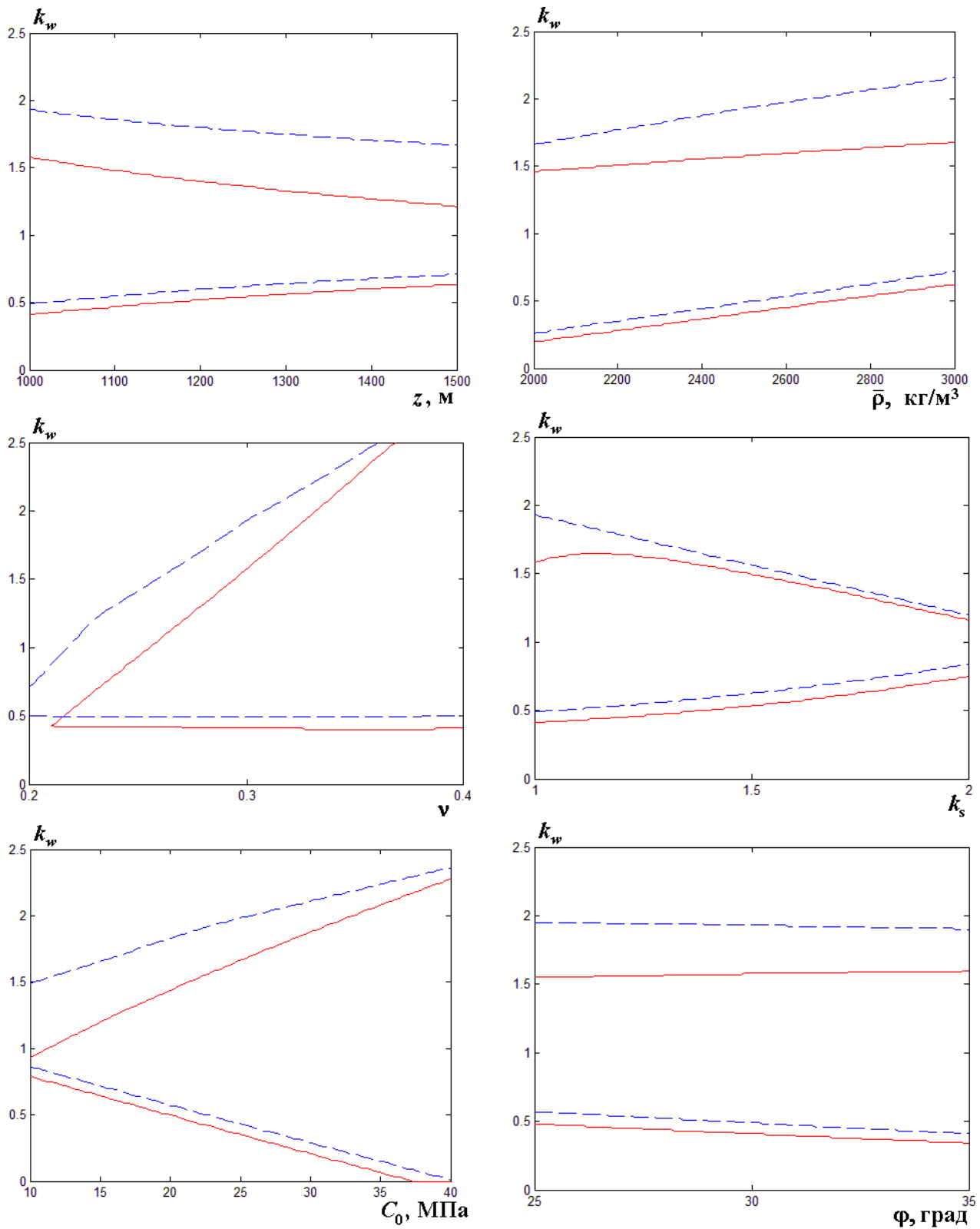


Рис. 7. Зависимости критических значений относительной плотности бурового раствора от параметров модели для наклонного участка скважины ($\beta = 30^\circ$).

Синие пунктирные линии – для $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$.

Красные сплошные линии – для $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \delta P_0$

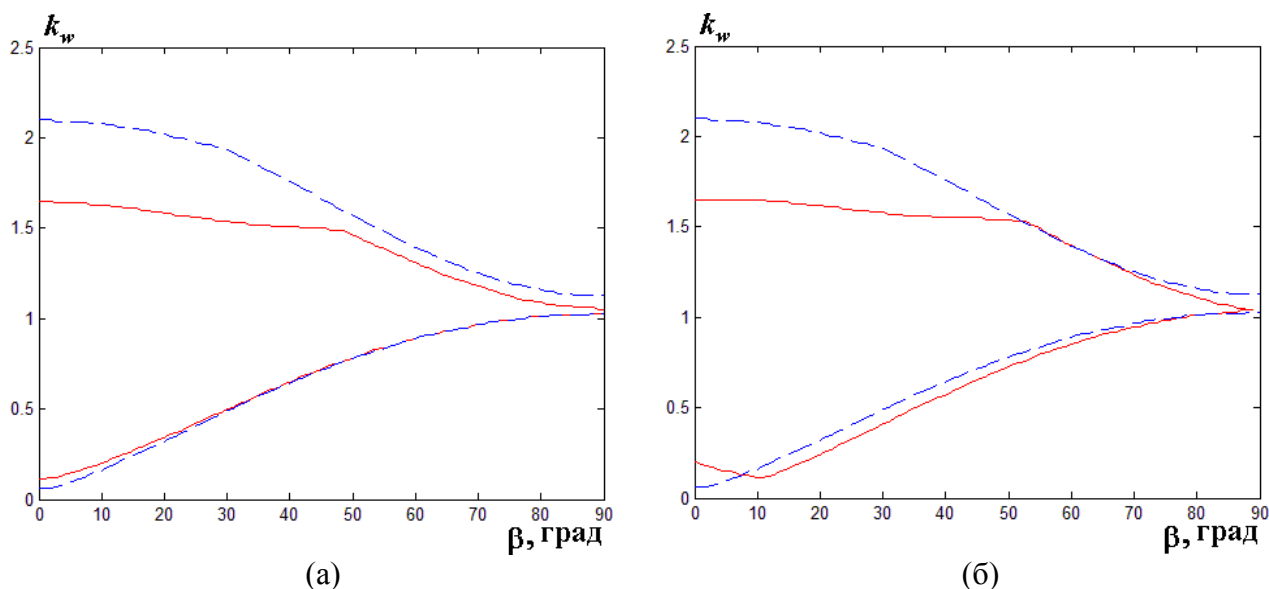


Рис. 8. Зависимости критических значений относительной плотности бурового раствора от зенитного угла: (а) – $\sigma_{xy} = \delta p_{zop}$, $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$;
(б) – $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \delta p_{zop}$

Из зависимостей критических значений относительной плотности бурового раствора от зенитного угла (рис. 8) следует необходимость учета касательных напряжений в расчетах оптимальной плотности бурового раствора на всех участках скважины (вертикальных, наклонных, горизонтальных).

Проведенное математическое моделирование показывает, что интервал (7) значений плотностей бурового раствора при которых порода на стенках скважины не разрушается в значительной степени зависит от величины касательных напряжений, что указывает на необходимость их учета в расчетах оптимальной плотности бурового раствора. В случаях, когда оценка величины касательных напряжений затруднена можно рекомендовать при геомеханическом моделировании использовать метод количественной оценки риска (QRA – Quantitative Risk Assessment) [4, 10-12], применяемый для определения вероятности разрушения горной породы в условиях неопределенности исходных данных.

Литература

1. Adel Al-Ajmi Wellbore stability analysis based on a new true-triaxial failure criterion. TRITA-LWR PHD 1026, 2006. 138 p.
2. Zoback M.D. Reservoir geomechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. 490 p.
3. Fjaer E., Holt R.M., Horsrud P., Raaen A.M., Risnes R. Petroleum related rock mechanics. Amsterdam, Oxford: Elsevier, 2008. 491 p.

4. Aadnoy B.S., R. Looyeh. Petroleum rock mechanics: Drilling operations and well design. – Amsterdam, Oxford: Elsevier, 2011. 350 p.
5. Astrand G.J. Borehole stability: Comparing the deviation sensibility of different failure criteria. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 2015. 113 p.
6. Ерофеев В.И., Землянухин А.И., Катсон В.М., Шешенин С.Ф. Формирование солитонов деформации в континууме Коссера со стесненным вращением // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2. № 4. С. 67-75.
7. Аршинов Г.А., Землянухин А.И., Могилевич Л.И. Двумерные уединенные волны в нелинейной вязкоупругой деформируемой среде // Акустический журнал. 2000. Т. 46. № 1. С. 116.
8. Ерофеев В.И., Землянухин А.И., Катсон В.М. Нелинейные продольные магнитоупругие волны в стержне // Нелинейный мир. 2009. Т. 7. № 7. С. 533-540.
9. Попов А.Н., Головкина Н.Н. Прочностные расчеты стенок скважины в пористых горных породах. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2001. 70 с.
10. Moos D., Peska P., Finkbeiner T., Zoback M. Comprehensive wellbore stability analysis utilising quantitative risk assessment // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2003. Vol. 38, P. 97–109.
11. Ottesen S., Zheng R.H., McCann R.C. Wellbore stability assessment using quantitative risk analysis. SPE/IADC 52864, presented at the SPE/IADC Drilling Conference in Amsterdam, Holland, 9-11 March, 1999.
12. Московский И.Г. Вероятностный подход оценки прочности горных пород в условиях неопределенности исходных данных // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2016. № 3. С. 34-46.