Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" http://mathmod.esrae.ru/
URL статьи: mathmod.esrae.ru/16-49
Ссылка для цитирования этой статьи:
Ерофеев В.И., Кажаев В.В., Беляев Е.С. Дисперсия и затухание магнитоупругих волн в среде с микроструктурой // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2017. №4.
Выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 15-19-10026).

УДК 539.3

ДИСПЕРСИЯ И ЗАТУХАНИЕ МАГНИТОУПРУГИХ ВОЛН В СРЕДЕ С МИКРОСТРУКТУРОЙ

Ерофеев В.И.[1,2] , Кажаев В.В [2], Беляев Е.С.[1]

[1]Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, Россия, Нижний Новгород, erof.vi@yandex.ru
[2]Институт проблем машиностроения Российской академии наук, Россия, Нижний Новгород

DISPERSION AND ATTENUATION OF MAGNETOELASTIC WAVES IN A MEDIUM WITH A MICROSTRUCTURE

Erofeev V.I.[1,2], Kazhaev V.V.[2], Belyaev Ye.S.[1]

[1]R.E. Alekseev Nyzhny Novgorod Technical University, Russia, Nyzhny Novgorod, erof.vi@yandex.ru
[2] Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Russia, Nizhny Novgorod

Аннотация. Исследовано влияние внешнего магнитного поля и конечной электропроводности материала на дисперсионные и диссипативные характеристики продольной упругой волны, распространяющейся в твердой среде с микроструктурой.
Ключевые слова: среда с микроструктурой, магнитоупругая волна, дисперсия, затухание.

Abstract. The effect of an external magnetic field and the finite electrical conductivity of a material on the dispersion and dissipative characteristics of a longitudinal elastic wave propagating in a solid medium with a microstructure is studied.
Keywords: medium with microstructure, magnetoelastic wave, dispersion, attenuation

В [1-3] показано, что динамические процессы в упругой среде с микроструктурой, характеризуемой вектором перемещений $\vec{u}$ и находящейся в магнитном поле с вектором напряженности $\vec{H}$ описываются системой уравнений:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\sigma_{ik} - \frac{\partial}{\partial x_m}\sigma_{kim}\right) + \frac{1}{4\pi\rho}\left[rot\vec{H},\vec{H}\right]_i$$
$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = rot_i\left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t},\vec{H}\right]; \quad div\vec{H} = 0 \tag{1}$$

где ρ - плотность среды, σ_{ik} - тензор напряжений, σ_{kim} - тензор “микронапряжений”. Его антисимметричная часть является тензором моментных напряжений. Влияние микроструктуры учитывается с помощью гипотез Леру о наличии в материале моментных напряжений и описывается градиентом микродисторсии $\Gamma_{kim} = -u_{i,km}$.

Направление вектора напряженности внешнего постоянного магнитного поля предполагается перпендикулярным направлению распространения волны деформации. Связь волнового числа и частоты продольной волны деформации описывается комплексным бикубическим по волновому числу уравнением:

$$K^6 + (1 + i\Omega\Sigma)K^4 + \left[(1 + c^2)i\Omega - \Omega^2\right]K^2 - i\Omega^3 = 0, \tag{2}$$

где K, Ω - безразмерные волновое число и частота; $c = c_A / c_l$; Σ - безразмерная проводимость, $C_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ - скорость распространения продольной волны в отсутствие микроструктуры ; $C_A = \sqrt{H_0^2/4\pi\rho}$ - скорость волны Альфвена. Для идеально проводящего тела ($\Sigma=\infty$) уравнение (2) сводится к виду

$$K^4 + (1 + c^2)K^2 - \Omega^2 = 0 \tag{3}$$

На рис.1 приведены зависимости волнового числа (вертикальная ось) от частоты продольной магнитоупругой волны (горизонтальная ось). Для дисперсионных зависимостей характерно наличие высокочастотной дисперсии, вызванной взаимодействием коротких волн с микроструктурой среды.

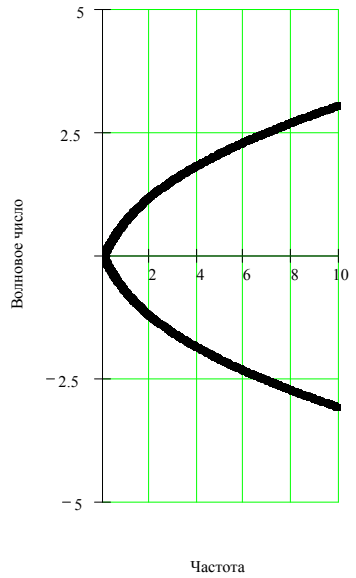

Рис.1.

ISSN 2541-9269

Конечная проводимость среды приводит к появлению затухания, т.е. к появлению мнимой части волнового числа. Результат численного решения уравнения (2) для конечной проводимости и различных значений магнитного поля представлен на рис.2-3.

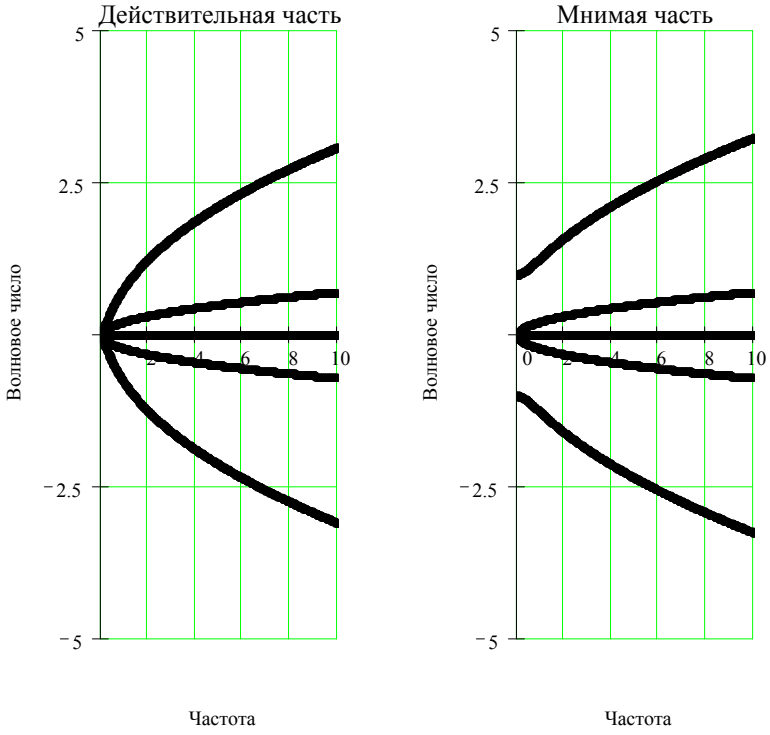

Рис.2.

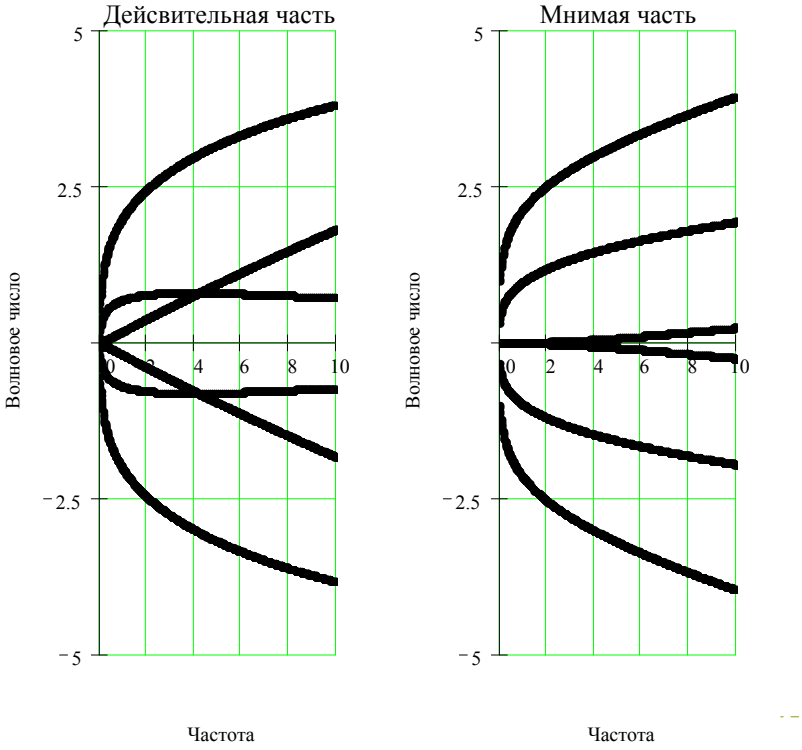

Рис.3.

В магнитоупругих средах с конечной проводимостью возможно существование трех волновых мод. Учет конечной проводимости обуславливает появление затухания волн. Для рассмотренной модели среды характерно наличие дисперсии, которая определяется наличием микроструктуры, конечной проводимостью и магнитным полем. Магнитное поле приводит к увеличению фазовой скорости продольной волны.

Работа выполнялась при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 15-19-10026).

Литература

1. Erofeyev V., Kazhaev V., Kovalev S. Longitudinal magneto-elastic waves in solids with microstructure // IUTAM Symposium on Mechanical and Electromagnetic Waves in Structured Media. Proceedings. Held in Sydney, NSW, Australia, 18-22 January 1999. R. C. McPhedran, L. C. Botten, N.A. Nicorovici (Eds.). Kluwer Academic Publishers. 2001. P.149-158.
2. Erofeyev V.I., Kovalev S.I. Self modulation of quasi-periodic shear magneto-elastic waves // Acoustics Letters. 1997. V.20. P.266-268.
3. Erofeyev V.I., Kovalev S.I. Microstructured solids: Non-linear model and analysis of magneto-elastic wave processes // Material Instabilities in Solids, ed. R. de Borst, E. van der Giessen. J. Wiley and Sons, Chichester, UK, 1998. P.55-64.