

Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" <http://mathmod.esrae.ru/>

URL статьи: mathmod.esrae.ru/17-64

Ссылка для цитирования этой статьи:

Сопенко А.А., Тебякин А.Д. Коэффициент демпфирования и достоверность решения задачи о сложных колебаниях пологой оболочки // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2018. №1

УДК 539.3; 541.1

КОЭФФИЦИЕНТ ДЕМПФИРОВАНИЯ И ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О СЛОЖНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПОЛОГОЙ ОБОЛОЧКИ

Сопенко А.А.¹, Тебякин А.Д.²

¹Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, saasar@mail.ru

²Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, alexei.tebyackin@ya.ru

DAMP COEFFICIENT AND RELIABILITY OF SOLUTION OF COMPLEX OSCILLATIONS PROBLEM FOR SHALLOW SHELL

Sopenko A.A.¹, Tebyakin A.D.²

¹Yuri Gagarin State Technical University of Saratov,
Russia, Saratov, saasar@mail.ru

²Yuri Gagarin State Technical University of Saratov,
Russia, Saratov, alexei.tebyackin@ya.ru

Аннотация. Рассматривается влияние коэффициента демпфирования на решение задачи о сложных колебаниях пологой оболочки.

Ключевые слова: коэффициент демпфирования, сложные колебания, хаотические колебания.

Abstract. The paper deals with problem of complex oscillations of shallow shell and influence of damp coefficient to the solution of this problem.

Keywords: damp coefficient, complex oscillations, chaotic oscillations.

Рассматривается задача о колебаниях пологой оболочки под действием равномерно распределённой по плану нагрузки, меняющейся во времени по закону $q = q_0 \sin \omega t$. Система уравнений, полученная для геометрически нелинейной пологой прямоугольной в плане оболочки в рамках модели Кирхгофа-Лява в смешанной форме [1] приводится ниже

$$\frac{1}{12(1-\nu^2)} \nabla^4 w - L(w, F) - \nabla_k^2 F - q + k(\ddot{w} + \varepsilon \dot{w}) = 0,$$

(1)

$$\nabla^4 F + \nabla_k^2 w + \frac{1}{2} L(w, w) = 0.$$

Здесь F – функция усилий, w – прогиб в направлении, перпендикулярном срединной поверхности, E и ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона, ρ – плотность, ε – коэффициент демпфирования.

При этом безразмерные переменные для (1) вводились следующим образом

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1}{a}, \quad \bar{x}_2 = \frac{x_2}{b}, \quad \bar{x}_3 = \frac{x_3}{h}, \quad \bar{w} = \frac{w}{h}, \quad \bar{F} = \frac{F}{Eh^3}, \quad \bar{\lambda} = \frac{a}{b}, \quad \bar{t} = \frac{t \cdot \alpha}{h^2},$$

(2)

$$\bar{q} = q \frac{a^2 b^2}{Eh^4}, \quad \bar{k}_1 = k_1 \frac{a^2}{h}, \quad \bar{k}_2 = k_2 \frac{b^2}{h}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon \frac{h}{\alpha}$$

Здесь чёрточки, опущенные в (1) для удобства, стоят над безразмерными переменными. \bar{k}_1, \bar{k}_2 – безразмерные параметры кривизны, α – коэффициент температуропроводности, a, b, h – размеры оболочки вдоль осей x_1, x_2, x_3 соответственно. Остальные обозначения, в том числе для известных дифференциальных операторов, приводятся в [1].

По контуру оболочка шарнирно оперта на гибкие, нерастяжимые в касательной плоскости рёбра; для края $x_1 = 0; 1$ граничные условия имеют вид

$$w = \frac{\partial w}{\partial x_1} = 0, \quad \varepsilon_{22} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x_1} - \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x_2} = 0.$$

(3)

В начальный момент оболочка находится в покое.

При численных расчётах рассматривалась оболочка с размерами $a = b, \frac{a}{h} = 100$, безразмерными параметрами кривизны $k_1 = k_2 = 24$ и физическими параметрами, соответствующими алюминиево-марганцеву сплаву АМц. Собственная частота колебаний конструкции, согласно численным расчётам, оказалась равной $\omega_0 = 30.125$.

Алгоритм численного решения (1) изложен в [1]. В той же работе приведены формы колебаний оболочки при воздействии на неё нагрузки с частотой $\omega = 32$. При этом значение безразмерного коэффициента демпфирования ε определить или рассчитать значительно сложнее, по старой традиции он, как и во многих других работах, например, в [2], [3], принимался равным 1.

Известно, что при помощи решения задачи динамики и выбора подходящего значения ε , очень легко получить решение соответствующей

задачи статики, в частности, для конструкции с указанными параметрами, такое решение получено в [4].

Для определения допустимого значения коэффициента демпфирования было получено решение ряда задач статики при действии постоянной во времени нагрузки q_0 . Получено (рис.1), что скорость выхода на статику в широком диапазоне значений $20 \leq q_0 \leq 80$ определялась не столько величиной q_0 , сколько величиной ε . Так, при $q_0 = 6$ и $\varepsilon = 1$ оболочка совершала большое количество колебаний, что на наш взгляд мало соответствует физической картине. Количество полных периодов колебаний приближалось к 80.

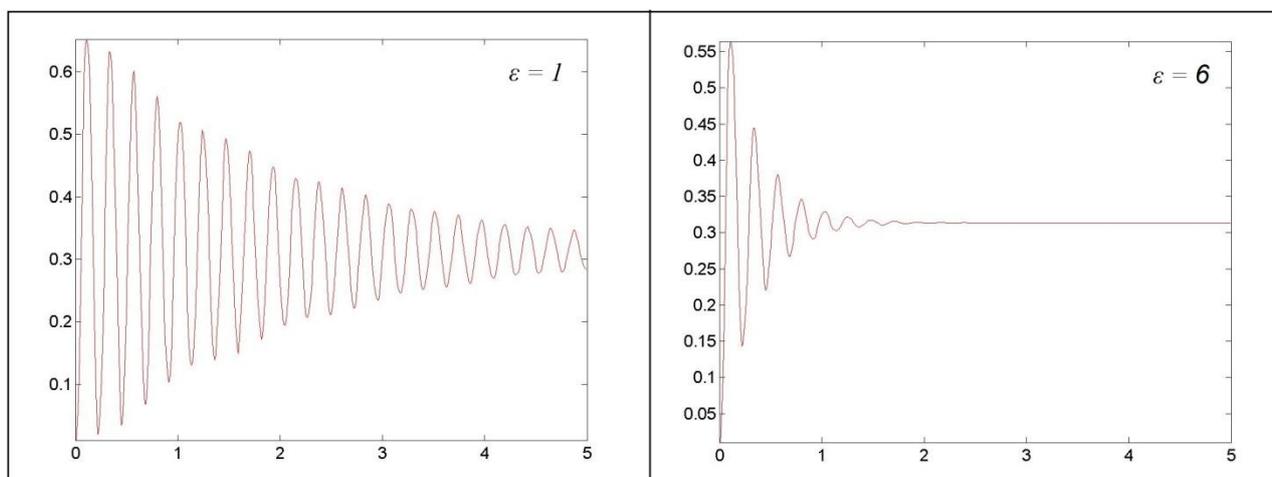


Рис 1.

Увеличение значения ε приводило к уменьшению числа периодов колебаний при выходе на решение задачи статики. Так при $\varepsilon = 6$, оболочка совершала порядка 10 периодов таких колебаний, что на наш взгляд более соответствует физической картине.

В связи с этим было принято решение пересчитать результаты, полученные в [1] со значением $\varepsilon = 6$.

Результаты расчётов с новым значением коэффициента демпфирования при частоте вынуждающей нагрузки $q = q_0 \sin \omega t$, равной 32, приведены в табл.1. Там же для примера приведены результаты расчётов, взятые в [1] для $q_0 = 67.7$. Отметим, что в [1] получено: гармонические колебания до значения $q_0 = 49$, появление новых частот на спектре мощности при $q_0 = 49.2$, область хаотических колебаний в диапазоне q_0 от 50 до 67.5, возврат к квазипериодическим колебаниям и окончательный переход в фазу хаотических колебаний при значениях q_0 около 100.

При $\varepsilon = 6$ первые изменения формы колебаний наблюдаются в районе $q_0 = 60$, при этом эти изменения заметны на фазовом портрете и на графике сигнала. Спектр мощности не показывает формирования новой частоты. Первая петля на фазовом портрете формируется при значениях q_0 около 100, на

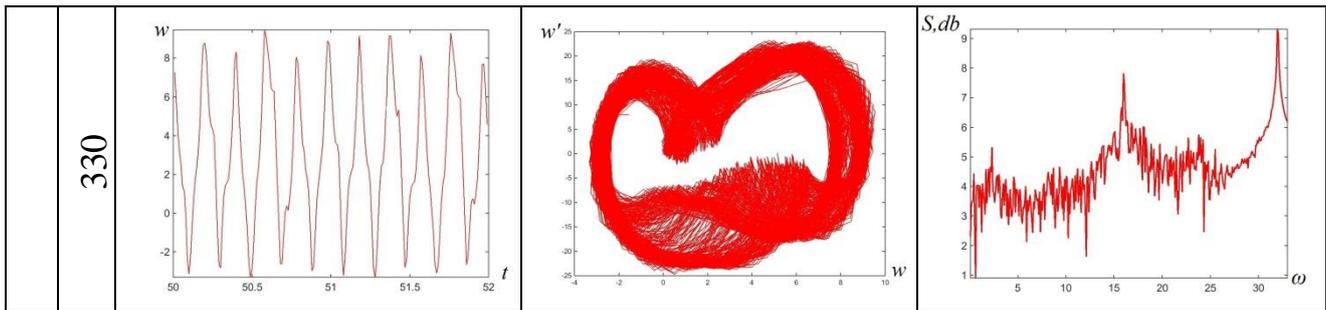
спектре мощности по-прежнему присутствует только одна частота, совпадающая с частотой вынуждающей нагрузки.

В районе значений $q_0 = 140$ формируется резкий переход от квазипериодических к хаотическим колебаниям, которые продолжаются до значений $q_0 = 200$. Далее в области значений q_0 от 200 до 320 ещё раз наблюдается область квазипериодических колебаний, хаотических, опять квазипериодических. Причём, при $q_0 = 320$ опять наблюдается спектр мощности лишь с одной частотой, фазовый портрет также не показывает формирования новой частоты колебаний.

Воздействие вынуждающей нагрузки с частотой $\omega = 32$

Таблица 1

ε	q_0	Сигнал	Фазовый портрет	Спектр
6	1			
	67.5			
	120			
	170			
	300			

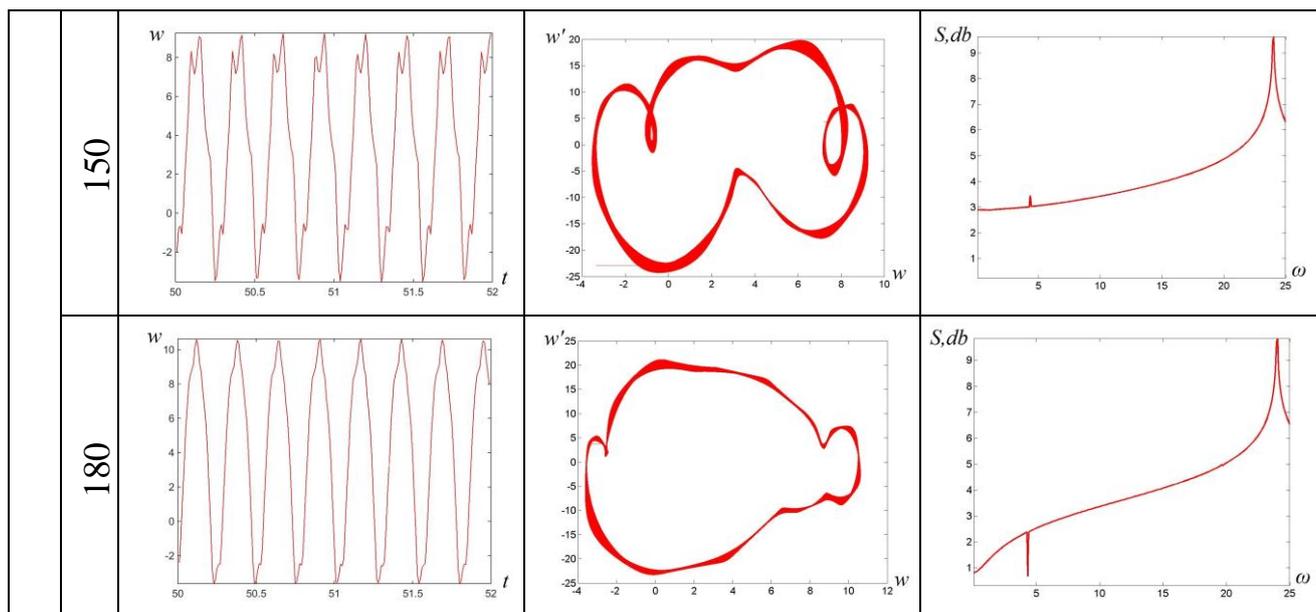


И при q_0 больше 320 резко формируется зона хаотических колебаний. Рассматривать дальше процесс, на наш взгляд, не имеет смысла, т.к. в оболочке наблюдаются большие прогибы, в центре более 8 толщин, что свидетельствует о прохлопывании оболочки, и явно требует рассмотрения физически нелинейных или упруго-пластических моделей.

Воздействие вынуждающей нагрузки с частотой $\omega = 24$

Таблица 2

ε	q_0	Сигнал	Фазовый портрет	Спектр
1	65			
6	100			
	145			



В целом же полученные результаты говорят о сохранении эффекта перемежаемости форм колебаний, но показывают, что эта смена форм происходит при качественно других значениях q_0 , чем получено в [1] при $\varepsilon = 1$.

В табл. 2 приведены результаты численных экспериментов при действии вынуждающей силы $q = q_0 \sin \omega t$ с частотой $\omega = 24$. Следует отметить, что при $\varepsilon = 6$ и данном значении ω на прослеживаемом диапазоне значений q_0 вообще не наблюдаются зоны хаотических колебаний. При значении $q_0 = 145$ прогибы в центре плана оболочки уже превышают 8 толщин, а далее прогибы возрастают, оставаясь квазипериодическими. Расчёты по физически нелинейной модели в данной задаче не проводились, а физически линейная модель до значений $q_0 = 200$ не показывала наступления хаотических колебаний, тогда как при значении $\varepsilon = 1$ хаотические колебания наступали уже при $q_0 = 65$.

Выводы. Таким образом, использование коэффициента демпфирования большего по величине, что более соответствует физической картине процесса, приводит к качественно иным результатам, чем с малым значением ε . И это ставит под вопрос физическую достоверность многих расчётов, проделанных для получения характеристик колебаний в обширном диапазоне значений $q_0 - \omega$, как, например, в [1], [2], [3].

Литература

1. Сопенко А.А., Майорова О.А., Черепанов М.Д. Сложные колебания геометрически и физически нелинейных пологих оболочек // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2016. № 3. URL: mathmod.esrae.ru/3-16.

2. Awrejcewicz J., Erofeev N.P., Krysko V.A. Non-symmetric and chaotic vibrations of Euler-Bernoulli beams under harmonic and noisy excitations // 5-th Symposium on the Mechanics of Sleded Structures. Journal of Physics: Conference Series 721 (2016), p. 1-11.
3. Awrejcewicz J., Krysko A.V., Papkova I.V., Zakharov V.M., Erofeev N.P., Krylova E.Yu., Morozowski J., Krysko V.A. Chaotic dynamic of flexible beams driven by external white noise // Mechanical System and Signal Processing. 79 (2016) p. 225-253.
4. Егурнов Н.В., Крысько В.А., Сопенко А.А. Решение задач статики через динамику в нелинейной теории пологих оболочек // Изв. ВУЗов. Машиностроение. – 1986. - №6, - С. 16-20.