Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" http://mathmod.esrae.ru/
URL статьи: mathmod.esrae.ru/24-80
Ссылка для цитирования этой статьи:
Тукмаков Д.А. Численное моделирование обтекания пластины потоком электрически заряженной двухфазной среды // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2019. №1

УДК 533:6, 533:9; 519.688

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ПЛАСТИНЫ ПОТОКОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИ ЗАРЯЖЕННОЙ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ

Тукмаков Д.А.
Институт механики и машиностроения - обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр Российской академии наук», Россия, Казань, tukmakovDA@imm.knc.ru

NUMERICAL MODEL OF FLOW ALONG THE PLATE WITH THE STREAM OF TWO-PHASE ELECTRICALLY ENVIRONMENT

Tukmakov D.A.
Institute of Mechanics and Engineering - Subdivision of the Federal State Budgetary Institution of Science «Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences» Russia, Kazan, tukmakovDA@imm.knc.ru

Аннотация. В статье приведена математическая модель динамики электрически заряженной неоднородной среды. Неоднородная среда моделируется двухскоростной двухтемпературной моделью, учитывающей межкомпонентное силовое и тепловое взаимодействие, не стационарность и двухмерность течения, вязкость, сжимаемость и теплопроводность несущей среды, а также электрический заряд дисперсной компоненты. Система уравнений решалась явным конечно-разностным методом. С помощью описанной модели исследовалось обтекание плоской пластины потоком заряженной газовзвеси. Были выявлены закономерности оседания частиц дисперсной фазы в зависимости от их линейных размеров.

Ключевые слова: уравнение Навье-Стокса, многофазные среды, численное моделирование, двухмерная модель, электрогидродинамика, нестационарные течения.

Abstract. In article given the mathematical model of dynamics electrically of the charged nonuniform medium. The nonuniform medium is modelled by the two-speed two-temperature model with considering intercomponent power and thermal interface, non-stationary and two-regularity of a current, viscosity, compressibility and heat conductivity of a carrying agent and also electric charge of a disperse component. The equations of model to be solved by an apparent finite-difference method. By means of the described model, flow of a flat plate with a stream of the charged gas mixture was investigated. Regularities of a sedimentation of particles of a disperse phase depending on their linear dimensions.

Keywords: equation of Navier-Stokes, multiphase environments, numerical model operation, two dimensional model, electro hydrodynamics, non-stationary currents.

Классическая гидромеханика предполагает движение сред, имеющих однородный состав [1-3]. Многие задачи динамики однородных сред имеют хорошо проработанную аналитическую теорию [4]. В то же время процессы, протекающие как в природе, так и в технике связаны с движением сред, имеющих несколько компонент. В связи с чем динамика неоднородных сред является важным разделом современной механики жидкости и газа. Неоднородные среды могут быть гомогенными смесями газов или жидкостей или же гетерогенными средами- средами с различным агрегатным состоянием компонент [1,2]. Актуальность тематики скоростных течений дисперсных сред во многом связан с задачами экранирования промышленных взрывов и оптимизации реактивных двигателей детонационного типа [5-8]. Другим процессом, связанным с динамикой гетерогенных сред является напыление электрически заряженных порошковых покрытий в высокоскоростных потоках [9,10]. Предполагается, что до момента столкновения с окрашиваемой поверхностью из распылителя истекает струя двухфазной среды, состоящей из газа и взвешенных в нём твёрдых частиц металла. Для оптимизации таких процессов требуются математические модели, учитывающих воздействие на гетерогенную смесь сил, имеющих как аэродинамическую, так и электромагнитную природу.

В данной работе моделируется течение среды представляющей собой электрически заряженную газовзвесь монодисперсного состава – предполагается, что все включения дисперсной фазы имеют одинаковый размер и состав, при этом со стороны несущей среды частицы находятся под действием силы аэродинамического сопротивления, силы Архимеда, силы присоединенных масс, также учитывается сила тяжести и сила Кулона действующая как со стороны электрического поля, созданного распределенным зарядом газовзвеси, так и со стороны внешних потенциалов. Для описания движения газовзвеси применяется система уравнений динамики двухскоростной и двухтемпературной газовзвеси [1-3]. Математическая модель включает в себя уравнения движения несущей среды и дисперсной фазы.

Одним из наиболее важных параметров дисперсной компоненты неоднородной смеси являлась «средняя плотность» - представляющая собой произведение объемного содержания дисперсной компоненты на физическую плотность материала дисперсной фазы [1,2]. Физическая плотность материала дисперсных включений в процессе течения многофазной среды не изменяется. При этом объемное содержание является функцией временной и пространственных переменных.

Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье-Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [2,11]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_1 u_1^2 + p - \tau_{xx}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy}\right) = -F_x + \alpha\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho_1 v_1^2 - \tau_{yy}\right) = -\mathrm{F}_y + \alpha\frac{\partial p}{\partial y}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\left[e_1 + p - \tau_{xx}\right]u_1 - \tau_{xy} v_1 + \lambda\frac{\partial T_1}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\left[e_1 + p - \tau_{yy}\right]v_1 - \tau_{xy} u_1 + \lambda\frac{\partial T_1}{\partial y}\right) =$$

$$= Q_2 - \left|F_x\right|(u_1 - u_2) - \left|F_y\right|(v_1 - v_2) + \alpha\left(\frac{\partial(pu)}{\partial x} + \frac{\partial(pv)}{\partial y}\right),$$

$$\tau_{xx} = \mu\left(2\frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2}{3}D\right), \tau_{yy} = \mu\left(2\frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3}D\right), \tau_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x}\right), D = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}.$$

Динамика дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности, уравнениями сохранения составляющих импульса и уравнением сохранения энергии, записанными с учетом теплообмена, обмена импульсом с несущей фазой и с учетом силы Кулона, действующей на частицы дисперсной фазы [2,11]:

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_2 u_2^2\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho_2 u_2 v_2\right) = F_x - \alpha\frac{\partial p}{\partial x}, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_2 u_2 v_2\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho_2 v_2^2\right) = F_y - \alpha\frac{\partial p}{\partial y},$$

$$\frac{\partial(e_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(e_2 u_2\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(e_2 v_2\right) = -Q_2,$$

$$\rho_2 = \alpha_2 \rho_{20}, \quad e_2 = \rho_2 C_{v2} T_2,$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = \rho q$$

$$F_x = \frac{3}{4}\frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}\,(u_1 - u_2) + \alpha\rho_1\left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1\frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1\frac{\partial u_1}{\partial y}\right)$$

$$+0.5\alpha\rho_2\left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1\frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1\frac{\partial u_1}{\partial y} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2\frac{\partial u_2}{\partial x} - v_2\frac{\partial u_2}{\partial y}\right) - q_0\rho_2\,\partial\varphi/\partial x,$$

$$F_y = \frac{3}{4}\frac{\alpha}{(2r)}C_d\,\rho_1\sqrt{(u_1-u_2)^2+(v_1-v_2)^2}\,(v_1-v_2)+\alpha\rho_1\left(\frac{\partial v_1}{\partial t}+u_1\frac{\partial v_1}{\partial x}+\right.$$

$$\left.+v_1\frac{\partial v_1}{\partial y}\right)+0.5\alpha\rho_1\left(\frac{\partial v_1}{\partial t}+u_1\frac{\partial v_1}{\partial x}+v_1\frac{\partial v_1}{\partial y}-\frac{\partial v_2}{\partial t}-u_2\frac{\partial v_2}{\partial x}-v_2\frac{\partial v_2}{\partial y}\right)-q_0\rho_2\,\partial\varphi/\partial y-\rho_2 g,$$

$$V_i=[u_i,v_i],i=1,2;C_{d2}=\frac{24}{Re_{21}}+\frac{4}{Re_{21}^{0.5}}+0.4,\quad ,$$

$$M_{21}=\left|\bar{V}_1-\bar{V}_2\right|/c\ ,\ Re_{21}=\rho_1\left|\bar{V}_1-\bar{V}_2\right|2r/\mu,\ Pr=\gamma\,C_p\mu/\lambda$$

Здесь p, ρ_1, u_1, v_1 –давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей x и y соответственно; T_1, e_1 –температура и полная энергия газа; ρ_2, T_2 , e_2, u_2, v_2 – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы в направлении осей x, y. Температура несущей среды находится из уравнения $T_1=(\gamma-1)(e_1/\rho_1-0.5(u_1^2+v_1^2)\ )/R$, где R- газовая постоянная несущей фазы. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_2=\rho_2 C_p T_2$, где C_p – удельная теплоемкость единицы массы вещества дисперсной фазы. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа, коэффициент теплообмена α^T на поверхности частица-несущая среда и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей $Q_2=\alpha^T 4\pi r^2(T_1-T_2)n=6\alpha\ Nu\ \lambda\ (T_1-T_2)/(2r)^2$, где $Nu=2r\alpha^T/\lambda$. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и от числа Прандтля [2]:

$Nu=2exp(-M_{20})+0.459Re_{20}^{0.55}Pr^{0.33}$, $0\le M_{20}\le 2$, $0\le Re_{20}<2\cdot 10^5$.

Система уравнений дополнялась соответствующими начальными и граничными условиями. На твёрдых поверхностях задавались граничные условия Дирихле для составляющих скорости несущей и дисперсной фазы и граничные условия Неймана для остальных функций [2,11].

Составляющие силы Кулона на единицу объема газовзвеси определяются через ее удельный заряд, объемную плотность твердой фазы и напряженность электрического поля [12,13]. Потенциал электрического поля в расчетной области определяется из решения уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле. В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газовзвеси, отнесенная к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды:

$$div\mathbf{E}=\frac{\rho_{эл}}{\varepsilon\varepsilon_0},\ \mathbf{E}=-\nabla\varphi,\ \Delta^2\varphi=-\frac{\rho_{эл}}{\varepsilon\varepsilon_0},\ \rho_{эл}=\rho_1\cdot q,\ \varepsilon_0=\frac{10^{-9}}{36\pi}\ Ф/м.$$

где q_0 – удельный заряд единицы массы твердой фракции, φ – потенциал электрического поля.

Система уравнений движения двухфазной смеси (1)-(2) может быть записана в матричном виде [14]:

$$\boldsymbol{q}_t + \boldsymbol{E}_x + \boldsymbol{F}_y = \boldsymbol{H}\,; \qquad (3)$$

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_1 u_1 \\ \rho_1 v_1 \\ \rho_2 u_2 \\ \rho_2 v_2 \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix};\quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} \rho_1 u_1 \\ \rho_2 u_2 \\ \rho_1 u_1^{\,2} + p_1 - \tau_{xx} \\ \rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy} \\ \rho_2 u_2^{\,2} \\ \rho_2 u_2 v_2 \\ (e_1 + p_1 - \tau_{xx}) u_1 - \tau_{xy} v_1 + \lambda \partial T_1/\partial x \\ e_2 u_2 \end{bmatrix};\quad \boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \rho_1 v_1 \\ \rho_2 v_2 \\ \rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy} \\ \rho_1 v_1^{\,2} + p_1 - \tau_{yy} \\ \rho_2 u_2 v_2 \\ \rho_2 v_2^{\,2} \\ (e_1 + p_1 - \tau_{yy}) v_1 - \tau_{xy} u_1 + \lambda \partial T_1/\partial y \\ e_2 v_2 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_x + \alpha \partial p_1/\partial x \\ -F_y + \alpha \partial p_1/\partial x \\ F_x \rho_{10}/\rho_{20} - \alpha(\partial p_1/\partial x)\rho_{10}/\rho_{20} \\ F_y \rho_{10}/\rho_{20} - \alpha(\partial p_1/\partial y)\rho_{10}/\rho_{20} \\ -\hat{Q} - |F_x|(u_1 - u_2) - |F_y|(v_1 - v_2) + \alpha \partial(p_1 u_1)/\partial x + \alpha \partial(p_1 v_1)/\partial y \\ Q_2 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{q}^{*}_{\mathbf{j,k}} = \mathbf{q}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,k}} - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\mathbf{E}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j+1,k}} - \mathbf{E}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,k}}\right) - \frac{\Delta t}{\Delta y}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,\,k+1}} - \mathbf{F}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,k}}\right) + \Delta t \mathbf{H}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,k}} \qquad (4)$$

$$\mathbf{q}^{\mathbf{n+1}}_{\mathbf{j,k}} = 0{,}5\left((\mathbf{q}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,k}} + \mathbf{q}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,k}}) - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\mathbf{E}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,k}} - \mathbf{E}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j-1,k}}\right) - \frac{\Delta t}{\Delta y}\left(\mathbf{F}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,\,k}} - \mathbf{F}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,k-1}}\right) + \Delta t \mathbf{H}^{\mathbf{n}}_{\mathbf{j,k}} \right) \qquad (5)$$

Явная схема Мак– Кормака для системы уравнений (3) включает в себя последовательно выполняемые шаги предиктор (4) и корректор (5).

В расчетах применялась схема расщепления по переменным, реализуемая в виде симметричной последовательности одномерных операторов, позволяющая построить решение на следующем временном слое [11,14]:

$$\mathbf{q}^{n+1}_{j,k} = \mathbf{P}_x\left(\frac{\Delta t_x}{2}\right)\mathbf{P}_y\left(\frac{\Delta t_y}{2}\right)\mathbf{P}_y\left(\frac{\Delta t_y}{2}\right)\mathbf{P}_x\left(\frac{\Delta t_x}{2}\right)\mathbf{q}^{n}_{j,k}$$

Переход со слоя t^n на слой t^{n+1} осуществляется следующим образом:

ISSN 2541-9269

$$\mathbf{q}_{j,k}^{(1)}=\mathbf{P}_x\left(\frac{\Delta t_x}{2}\right)\mathbf{q}_{j,k}^{n}\ ,\ \mathbf{q}_{j,k}^{(2)}=\mathbf{P}_y\left(\frac{\Delta t_y}{2}\right)\mathbf{q}_{j,k}^{(1)}\ ,$$

$$\mathbf{q}_{j,k}^{(3)}=\mathbf{P}_y\left(\frac{\Delta t_y}{2}\right)\mathbf{q}_{j,k}^{(2)},\ \mathbf{q}_{j,k}^{n+1}=\mathbf{P}_x\left(\frac{\Delta t_x}{2}\right)\mathbf{q}_{j,k}^{(3)}.$$

Временные шаги $\Delta t_x=\Delta t_y=\Delta t$. Для получения вектора $q^{(1)}$ нужно применить одномерный оператор P_x $(\Delta t_x/2)$ по переменной x к вектору газодинамических функций на временном слое t^n, и т.д. Одномерные пространственные операторы в результате последовательного выполнения этапов предиктор и корректор переводят решение на следующий слой по времени:

$$\mathbf{q}_{j,k}^{(1)*}=\mathbf{q}_{j,k}^{n}-\frac{(\Delta t_x/2)}{\Delta x}\left(\mathbf{E}_{j+1,\mathrm{k}}^{n}-\mathbf{E}_{j,\mathrm{k}}^{n}\right)+\frac{\Delta t_x}{4}\mathbf{H}_{j,k}^{n},$$

$$\mathbf{q}_{j,k}^{(1)}=0{,}5(\mathbf{q}_{j,k}^{n}+\mathbf{q}_{j,k}^{(1)*})-0{,}5\frac{(\Delta t_x/2)}{\Delta x}\left(\mathbf{E}_{j,\mathrm{k}}^{(1)*}-\mathbf{E}_{j-1,\mathrm{k}}^{(1)*}\right)+\frac{\Delta t_x}{8}\mathbf{H}_{j,k}^{(1)^*},$$

$$\mathbf{q}_{j,k}^{(2)*}=\mathbf{q}_{j,k}^{n}-\frac{(\Delta t_y/2)}{\Delta y}\left(\mathbf{F}_{j,k+1}^{n}-\mathbf{F}_{j,k}^{n}\right)+\frac{\Delta t_y}{4}\mathbf{H}_{j,k}^{(1)},$$

$$\mathbf{q}_{j,k}^{(2)}=0{,}5(\mathbf{q}_{j,k}^{1}+\mathbf{q}_{j,k}^{(2)*})-0{,}5\frac{(\Delta t_y/2)}{\Delta y}\left(\mathbf{F}_{j,\mathrm{k}}^{(2)*}-\mathbf{F}_{j,\mathrm{k-1}}^{(2)*}\right)+\frac{\Delta t_y}{8}\mathbf{H}_{j,k}^{(2)^*}.$$

$$\mathbf{q}_{j,k}^{(3)*}=\mathbf{q}_{j,k}^{(2)}-\frac{(\Delta t_y/2)}{\Delta y}\left(\mathbf{F}_{j,\mathrm{k+1}}^{(2)}-\mathbf{F}_{j,\mathrm{k}}^{(2)}\right)+\frac{\Delta t_y}{4}\mathbf{H}_{j,k}^{(2)},$$

$$\mathbf{q}_{j,k}^{(3)}=0{,}5(\mathbf{q}_{j,k}^{(2)}+\mathbf{q}_{j,k}^{(3)*})-0{,}5\frac{(\Delta t_y/2)}{\Delta y}\left(\mathbf{F}_{j,\mathrm{k}}^{(3)*}-\mathbf{F}_{j,\mathrm{k-1}}^{(3)*}\right)+\frac{\Delta t_y}{8}\mathbf{H}_{j,k}^{(3)^*},$$

$$\mathbf{q}_{j,k}^{n+1*}=\mathbf{q}_{j,k}^{(3)}-\frac{(\Delta t_x/2)}{\Delta x}\left(\mathbf{E}_{j+1,\mathrm{k}}^{(3)}-\mathbf{E}_{j,\mathrm{k}}^{(3)}\right)+\frac{\Delta t_x}{4}\mathbf{H}_{j,k}^{(3)},$$

$$\mathbf{q}_{j,k}^{n+1}=0{,}5(\mathbf{q}_{j,k}^{(3)}+\mathbf{q}_{j,k}^{n+1*})-0{,}5\frac{(\Delta t_x/2)}{\Delta x}\left(\mathbf{E}_{j,\mathrm{k}}^{n+1*}-\mathbf{E}_{j-1,\mathrm{k}}^{n+1*}\right)+\frac{\Delta t_x}{8}\mathbf{H}_{j,k}^{(n+1)^*}.$$

Производные по пространственным переменным в векторах потоков **E** и **F** на шагах предиктор и корректор аппроксимируются при помощи односторонних конечно-разностных операторов. На шаге предиктор для представления производных по x, входящих в $\mathbf{E}_{j+\mathbf{1},k}^{n}$, $\mathbf{E}_{j,k}^{n}$ применяются левые разностные схемы первого порядка точности. На шаге корректор ─ правые. Производные по y приближаются центральными разностными схемами второго порядка. Производные по y , входящие в $\mathbf{F}_{j,k+1}^{n}$, $\mathbf{F}_{j,k}^{n}$ аппроксимируются на шаге предиктор левыми разностными схемами первого порядка, а на шаге корректор правыми. Используются центральные разностные производные по x в $\mathbf{F}_{j,k+1}^{n}$, $\mathbf{F}_{j,k}^{n}$.

Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы нелинейной коррекции к вектору $U = (\rho_1, u_1, v_1, e_1, \rho_2, u_2, v_2, e_2,)^{\mathrm{T}}$ после перехода на новый временной слой при $t = t^{n+1}$. Алгоритм коррекции выполнялся последовательно вдоль координаты x, а затем вдоль координаты y в расчетной области [15]. Нижний индекс обозначает номер узла сетки соответственно вдоль x или y: $\boldsymbol{U}_j = \tilde{\boldsymbol{U}}_j + k\left(\delta\boldsymbol{\Phi}_{j+1/2} - \delta\boldsymbol{\Phi}_{j-1/2}\right)$, где $\delta\boldsymbol{\Phi}_{j+1/2} = \delta\tilde{\boldsymbol{U}}_{j+1/2}$, если $\left(\delta\tilde{\boldsymbol{U}}_{j-1/2} \cdot \delta\tilde{\boldsymbol{U}}_{j+1/2}\right) < 0$, или $\left(\delta\tilde{\boldsymbol{U}}_{j+1/2} \cdot \delta\tilde{\boldsymbol{U}}_{j+3/2}\right) < 0$, и $\delta\Phi_{j+1/2} = 0$ в любом другом случае.

Здесь использованы обозначения:
$\delta\tilde{\boldsymbol{U}}_{j-1/2} = \tilde{\boldsymbol{U}}_j - \tilde{\boldsymbol{U}}_{j-1}, \delta\tilde{\boldsymbol{U}}_{j+1/2} = \tilde{\boldsymbol{U}}_{j+1} - \tilde{\boldsymbol{U}}_j$, $\delta\tilde{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{j+3/2}} = \tilde{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{j+2}} - \tilde{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{j+1}}$, где $\tilde{\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{j}}$ -значение функции после перехода на $(n+1)$ -ый временной слой по схеме Мак-Кормака, коэффициент $k = 0.125$.

Двумерное уравнение Пуассона для потенциала электрического поля решалось методом установления на газодинамической сетке [16].

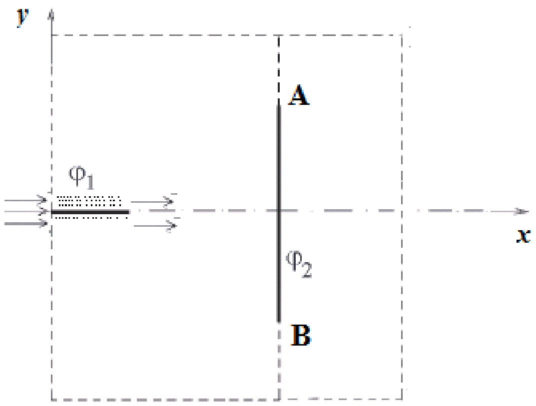
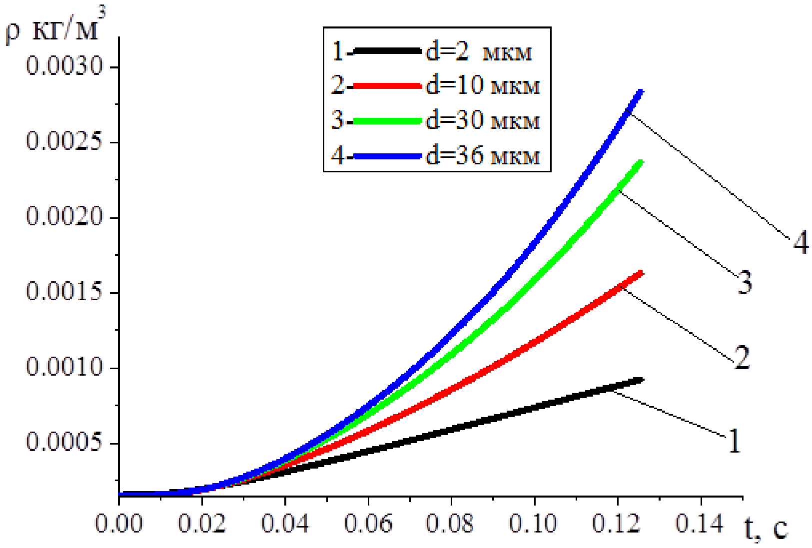


Рис.1 Схема напыления заряженной газовзвеси на пластину.

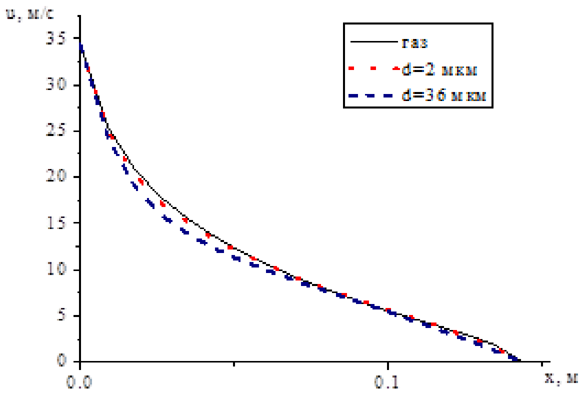
На рис. 1 приведена схема физической области, на которой показано расположение электрода на оси сопла-распылителя на входной границе области при x=0 и пластины, на которую наноситься порошковое покрытие. Расчетная область имеет форму квадрата со стороной 1 м. Дисперсная фаза наносится на пластину АВ шириной 0.2 м, располагающуюся перпендикулярно относительно оси $x=0.1$ и симметрично относительно линии y=0.5 м. Плотность материала частиц ρ_0=2700 кг/м^3. В начальный момент времени задается малое объемное содержание частиц всех фракций, находящихся в расчетной области во взвешенном состоянии. Объемное содержание каждой фракции в начальный момент времени составляет α=10^{-5}, что соответствует

2019, №1
ISSN 2541-9269

средней плотности дисперсной фазы ρ_2=0.027 кг/м^3. Предполагается, что удельный объемный заряд дисперсной компоненты газовзвеси пропорционален его средней плотности и удельному электрическому заряду единицы массы: $q=\rho_2 q_0$. Удельный электрический заряд единицы массы: q_0= –0.0002 Кл/кг. На пластину подается потенциал φ_2 = 10 кВ.



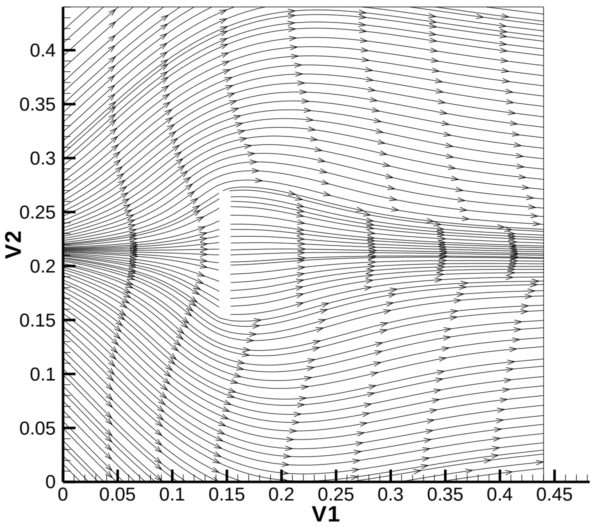
а



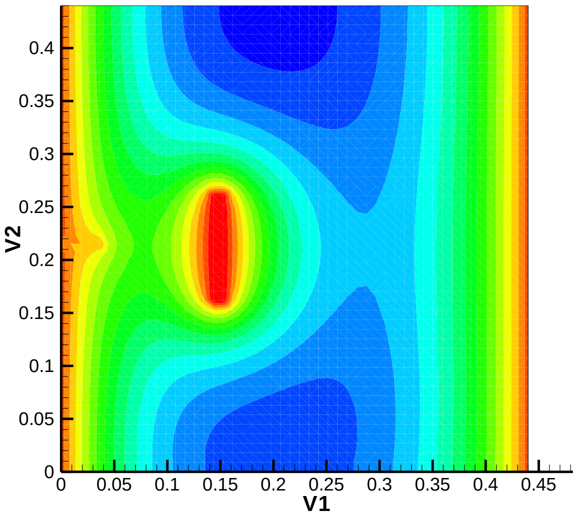
б

Рис.2 Зависимость от времени средней плотности дисперсной фазы на окрашиваемой поверхности -рис 2, а, пространственное распределение скорости газа и фракций твердой фазы на оси течения
–рис.2,б.

На рисунке 2,а представлена полученная численно временная зависимость средней плотности дисперсной фазы на окрашиваемой поверхности при напылении монодисперсного порошкового покрытия с различными размерами частиц, из зависимости следует, что рост средней плотности дисперсной фазы на поверхности пластины, для диапазона размера дисперсных включений d=2-36 мкм, происходит быстрее для более крупных частиц. Из распределения скоростей газа и дисперсной фазы для различных размеров частиц изображенном на рисунке 2, б следует, что пространственное распределение скорости дисперсной компоненты смеси в целом согласуется с пространственным распределением скорости газа, при этом увеличение размера частиц приводит к возрастанию отклонения скорости дисперсной компоненты от скорости газа.



а

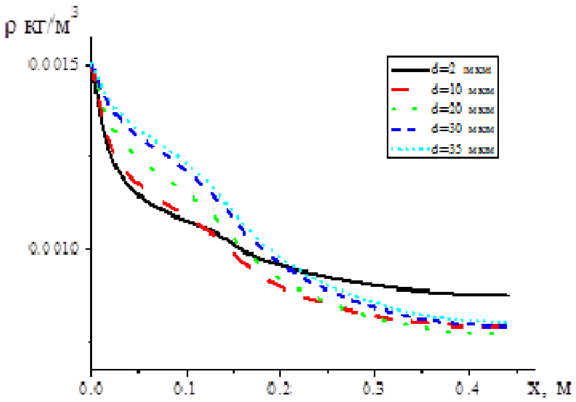


б

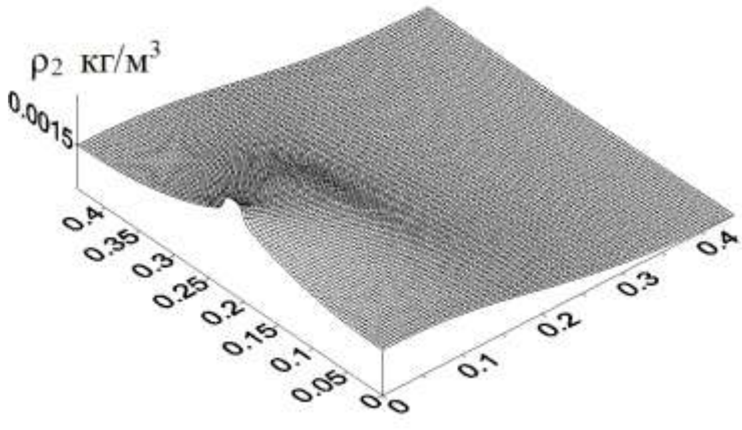
Рис.3 Линии тока несущей среды-газа-рис.3,а и изолинии скорости газа-рис.3,б в момент времени t =0.043 с.

На рисунке 3 а,б можно видеть симметричность распределения поля скорости газа при симметричном расположении напыляемой поверхности и напыляющего сопла.

На рисунке 4 а,б изображены одномерное,вдоль оси напыления, и двумерное распределение дисперсной компоненты- из рисунков следует, что наибольшая средняя плотность дисперсной фазы наблюдается на распыляющем сопле и окрашиваемой поверхности.



а



б

Рис.4 Распределение средней плотности дисперсной фазы в поперечнике течения -рис.4,а; распределение средней плотности в расчетной области –рис.4,б; в момент времени t=0.043.

Выводы.

Результаты численных экспериментов, проведённых в работе показали, что в процессе нанесения порошковой среды на пластину параметры скорости дисперсной составляющей смеси согласуется со скоростью несущей среды-газа. Также было выявлено, что в диапазоне размера дисперсных включений d=2-36 мкм рост средней плотности происходит быстрее для газовзвесей с наиболее крупным размером дисперсных включений, что согласуется с физическим экспериментом [10].

Литература

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1 Наука, 1987.-464с.
2. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003, 284 с.
3.Кисилев С.Г., Руев Г.А., Трунев А.П., Фомин В.Ф., Шавалиев М.Ш. Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах. //Новосибирск: Наука, 1992, 261 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа, М.: Издательство “Дрофа”.2003 г. 784 с.
5. Глазинов А.А., Дьяченко Н.Н., Дьяченко Л.И. Численное исследование течения ультрадисперсных частиц оксида алюминия в сопле ракетного двигателя твердого топлива. // Теплофизика и аэромеханика, 2013, №1. С. 81-88.
6. Веревкин А.А., Циркунов Ю.М. Течение дисперсной примеси в сопле Лаваля и рабочей секции двухфазной гиперзвуковой ударной трубы // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49.
7. Садин Д.В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа//Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 12. С. 2098-2109.
8. Кратова Ю.В., Фёдоров А.В., Хмель Т.А. Дифракция плоской денотационной волны на обратном уступе в газовзвеси // Физика горения и взрыва. 2009. Т. 45. № 5. С. 95–107.
9. Зинченко С.П., Толмачёв Г.Н. О накоплении продуктов распыления сегнетоэлектрической мишени в плазме тлеющего высокочастотного разряда //Прикладная физика. 2012. № 5. С. 53-56.
10. Гаврилова В.А., Кашапов Н.Ф., Фазлыйяхматов М.Г. Нанесение защитного полимерно-порошкового покрытия на многоэлементный медицинский пьезоэлектрический датчик в поле коронного разряда // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 3-3. С. 114-118.
11. Тукмаков А.Л., Баянов Р.И, Тукмаков Д.А. Течение полидисперсной газовзвеси в канале, сопровождающееся коагуляцией в нелинейном волновом поле// Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22. № 3. С. 319-325.
12. Сальянов Ф.А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М., Наука, 1997.240 с.
13. Тукмаков Д.А. Математическая модель массопереноса и волновых процессов в плазме // Сборник тезисов, материалы Двадцать третьей Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых (ВНКСФ-23, Екатеринбург), Екатеринбург, издательство АСФ России, 2017, 486 стр., с.195-196.

14. Fletcher C.A., Computation Techniques for Fluid Dynamics, Springer-Verlang, Berlin et al., 1988, 502 P.
15. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование, 1993, т.5, №3, с.74-83.
16. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы, Т.2, М.: «Наука», 1977, 401 с.