

Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" <http://mathmod.esrae.ru/>

URL статьи: mathmod.esrae.ru/26-96

Ссылка для цитирования этой статьи:

Московский И.Г. К оценке чувствительности геофизических полей к малым изменениям параметров геологического разреза // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2019. №3

УДК 550.837

К ОЦЕНКЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ К МАЛЫМ ИЗМЕНЕНИЯМ ПАРАМЕТРОВ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО РАЗРЕЗА

Московский И.Г.

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Россия, Саратов,

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,
Россия, Саратов, mosig@mail.ru

TO THE EVALUATION OF SENSITIVITY OF GEOPHYSICAL FIELDS TO SMALL CHANGES TO THE PARAMETERS OF A GEOLOGICAL SECTION

Moskowsky I.G.

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov,

N.G. Chernyshevsky Saratov State University,

Russia, Saratov, mosig@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрен новый подход к оценке чувствительности геофизических полей к малым изменениям параметров геологического разреза, основанный на вычислении локальных и средних коэффициентов эластичности. Показано применение данного подхода на примере анализа магнитотеллурических полей в модели трехслойной среды.

Ключевые слова: чувствительность геофизических полей, коэффициент эластичности, магнитотеллурическое поле, горизонтально-слоистая модель среды.

Abstract. The article considers a new approach to assessing the sensitivity of geophysical fields to small changes in the parameters of the geological section, based on the calculation of local and average elasticity coefficients. The application of this approach is shown by the example of the analysis of magnetotelluric fields in a model of a three-layer medium.

Key words: sensitivity of geophysical fields, coefficient of elasticity, magnetotelluric field, horizontally layered model of the environment.

Введение

Одной из задач геофизики является выявление геологических объектов по измеряемым на дневной поверхности или в скважинах геофизическим полям [1, 2]. При постановке такой задачи считается, что объект, интересующий исследователя, отличается от вмещающей среды значениями некоторых петрофизических параметров. Причем предполагается, что контраст в значениях параметров геологической среды значимо отразится на величине некоторых характеристик измеряемых полей. Эффективность решения такой задачи во многом определяется выбором метода исследования, включающего в себя тип измеряемого геофизического поля (упругое, электромагнитное, гравитационное и др.) и его характеристики (тангенциальные или вертикальные компоненты поля, временные или частотные зависимости, амплитудно-частотные или фазово-частотные характеристики и т.д.). В данной статье предлагается методика выбора метода исследования геологических аномалий на основе количественной оценки изменчивости (чувствительности) характеристик геофизических полей при малых изменениях значений параметров геологического разреза. Степень изменчивости характеристик полей предлагается оценивать на основе расчета и ранжирования локальных и средних коэффициентов эластичности.

На основе полученных оценок возможна разработка объективных рекомендаций по выбору наиболее эффективного метода исследования для конкретной геологической задачи.

В качестве примера проведена оценка чувствительности характеристик магнитотеллурического поля (МТ-поля) в трехслойной модели горизонтально-слоистой среды при малых изменениях электропроводности второго слоя.

Оценка чувствительности функций к малым изменениям аргумента

Оценку чувствительности характеристик геофизических полей при малых изменениях значений параметров геологического разреза предлагаем выполнять аналогично методике оценки значимости технологических параметров при бурении скважин на основе вычисления локальных и средних коэффициентов эластичности [3, 4], применяемых для количественного сравнения степени изменчивости разнородных величин в зависимости от изменения одного и того же фактора.

Пусть функции $y_1(x), y_2(x), \dots, y_m(x)$ аргумента x определяют изменения m характеристик некоторого явления (или процесса) от значений параметра x , влияющего на состояние этого явления. Требуется установить какая из характеристик $y_1(x), y_2(x), \dots, y_m(x)$ более чувствительна к

изменениям x , т.е. значение какой функции сильнее изменится при малом изменении ее аргумента.

Степень изменчивости дифференцируемой функции при изменении аргумента характеризует ее производная. Однако, если функции $y_1(x), y_2(x), \dots, y_m(x)$ являются размерными, то сравнивать между собой величины производных, имеющих различные физические размерности, не имеет смысла. В этом случае в качестве безразмерной характеристики изменчивости функции $y(x)$ используется коэффициент эластичности (называемый также эластичностью функции):

$$E_x(y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{y} \right) / \left(\frac{\Delta x}{x} \right) = x \frac{y'}{y}$$

или его абсолютная величина $|E_x(y)|$, если в контексте задачи более важным является наличие изменения функции и менее важным – происходит это изменение в сторону увеличения или уменьшения рассматриваемой функции.

В дискретном случае коэффициент эластичности определяется как отношение относительных приращений функции и аргумента:

$$E_x(y) = \left(\frac{\Delta y}{y} \right) / \left(\frac{\Delta x}{x} \right).$$

Таким образом, для сравнения чувствительности функций $y_1(x), y_2(x), \dots, y_m(x)$ к изменениям x в точке $x = x_0$ достаточно провести ранжирование по величине значений модуля коэффициента эластичности $\delta_i = |E_x(y_i)|$ функций $y_i(x)$, $i = \overline{1, m}$, вычисленных в точке x_0 . Функции с большим значением модуля коэффициента эластичности δ_i более чувствительны к изменениям параметра x в точке x_0 . Знак величины $E_x(y_i)$ дает информацию о том, увеличивается либо уменьшается значение функции $y_i(x)$ в точке x_0 .

Поскольку коэффициент эластичности $E_x(y)$ зависит от конкретного значения переменной x , то изменчивость функции $y(x)$ при изменении аргумента x в пределах отрезка $a \leq x \leq b$ может характеризоваться различными величинами [3, 4], например, максимальным значением, разбросом или средним значением эластичности (или модуля эластичности) на отрезке $a \leq x \leq b$.

Оценка чувствительности характеристик МТ-поля к малым изменениям параметров горизонтально-слоистой среды

Предположим, что имеется принципиальная возможность регистрации m характеристик геофизических полей: $g_i = g_i(t_1^{(i)}, t_2^{(i)}, \dots, t_{k_i}^{(i)})$, $i = \overline{1, m}$, где

$t_1^{(i)}, t_2^{(i)}, \dots, t_{k_i}^{(i)}$ – набор параметров (частота измеряемого поля, толщины пластов и т.д.) определяющих величину g_i . Следует обратить внимание, что к характеристикам g_i могут быть отнесены, как компоненты геофизических полей, так и различные функционалы этих компонент. Поставим задачу определения среди характеристик $g_i, i = \overline{1, m}$ тех, что наиболее чувствительны к малым изменениям параметра $t \in \{t_1^{(i)}, t_2^{(i)}, \dots, t_{k_i}^{(i)}\}, i = \overline{1, m}$.

Решение поставленной задачи можно провести на основе сравнения локальных или средних значений коэффициентов эластичности. На первом шаге строится новое, либо используется уже известное решение для расчета компонент рассматриваемых геофизических полей в рамках той модели среды, что соответствует решаемой геологической задаче. На следующем шаге выполняется расчет локальных и/или средних коэффициентов эластичности характеристик g_i по переменной t . По итогам расчетов проводится ранжирование коэффициентов эластичности и выделение характеристик геофизических полей наиболее чувствительных к изменению параметра t .

Среднее значение эластичности может быть вычислено по формуле:

$$\langle |E_t(g_i)| \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\{t_j^{(i)}\}} |E_t(g_i)|, \quad i = \overline{1, m}, \quad (1)$$

где N – количество комбинаций значений параметров $\{t_j^{(i)}\}$ по которым проводится осреднение. Заметим, что при расчете $\langle |E_t(g_i)| \rangle$ выбор параметров $\{t_j^{(i)}\}$ для осреднения и пределы их изменений определяются постановкой решаемой геологической задачи. Т.е., даже для одной и той же модели геологической среды, но для разных пород (или разных регионов) возможны отличия в чувствительности характеристик геофизических полей к изменениям одного и того же параметра.

Рассмотрим в качестве примера оценку чувствительности МТ-поля, измеряемого при магнитотеллурических зондированиях (МТЗ), к изменениям одного из параметров горизонтально-слоистой среды.

В основе метода МТЗ лежит анализ величины импеданса $Z_{xy} = E_x / H_y$ МТ-поля [5] измеряемого на поверхности Земли (плоскость $z = 0$, рис. 1), где E_x и H_y – комплексные амплитуды компонент напряженностей электрического и магнитного полей, соответственно.

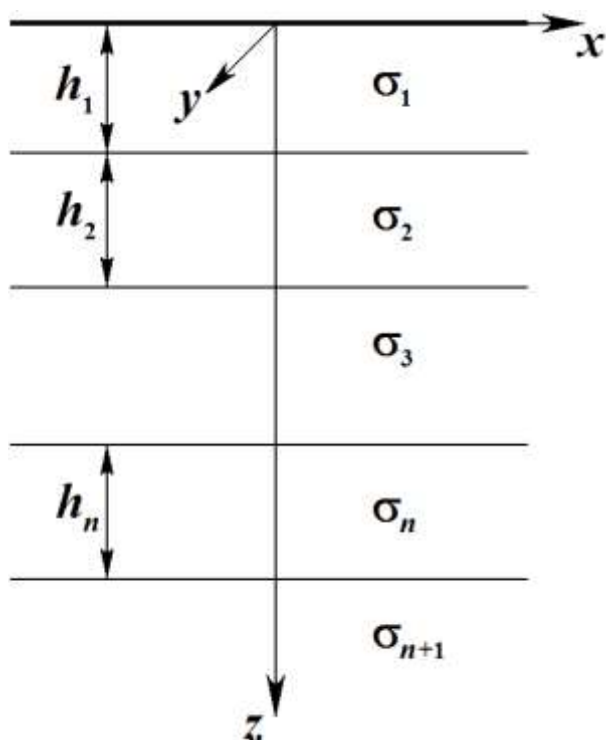


Рис. 1. Горизонтально-слоистая модель геологической среды

Рассмотрим горизонтально-слоистую модель среды (рис. 1) состоящую из n слоев конечной мощности (h_j – толщина, σ_j – электропроводность j -го слоя, $j = \overline{1, n}$) и подстилающего полупространства с электропроводностью σ_{n+1} . Импеданс Z_{xy} МТ-поля на дневной поверхности определяется из соотношения [5]:

$$Z_{xy} = \frac{k_1}{\sigma_1} \cdot \frac{1 + C_1}{1 - C_1}, \quad (2)$$

где $C_1 = \frac{s_1 + C_2}{1 + s_1 C_2} \cdot e_1, \dots, C_{n-1} = \frac{s_{n-1} + C_n}{1 + s_{n-1} C_n} \cdot e_{n-1}, C_n = s_n \cdot e_n;$

$$s_j = \frac{\sqrt{\sigma_j} - \sqrt{\sigma_{j+1}}}{\sqrt{\sigma_j} + \sqrt{\sigma_{j+1}}}; e_j = e^{-2k_j h_j}; k_j = \sqrt{-i\omega\mu_0\sigma_j} \quad (\text{Re } k_j > 0) \text{ – волновое число}$$

j -го слоя ($j = \overline{1, n}$); $\omega = 2\pi f$ – круговая частота поля; f – частота; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; i – мнимая единица.

Оценку чувствительности МТ-полей к изменениям параметров геоэлектрического разреза проведем для следующих функций:

$$y_1[Z_{xy}] = \text{Re } Z_{xy}, \quad y_2[Z_{xy}] = \text{Im } Z_{xy}, \quad y_3[Z_{xy}] = |Z_{xy}|, \quad y_4[Z_{xy}] = \arg Z_{xy}. \quad (3)$$

Параметром t , чувствительность к изменениям которого требуется найти, может выступать: электропроводность или толщина одного из слоев разреза, глубина залегания кровли определенного пласта и т.д.

Алгоритм оценки чувствительности МТ-поля к малым изменениям параметра t будет включать следующую последовательность действий.

1. Расчет импеданса МТ-поля $Z_{xy}(t_0)$ на дневной поверхности по формуле (2) для фиксированного набора параметров горизонтально-слоистой среды (параметр $t = t_0$).

2. Определение импеданса $Z_{xy}(t_0 + \Delta t)$ для тех же значений параметров среды, за исключением значения параметра t , его положить $t = t_0 + \Delta t$ (где Δt можно выбрать $\Delta t = \varepsilon \cdot t_0$, ε – малое значение, например, $\varepsilon = 0.01$).

3. Расчет для каждой из функций y_1, y_2, y_3, y_4 значения модуля эластичности:

$$|E_t(y_i)| = \left| \left(\frac{y_i[Z_{xy}(t_0 + \Delta t)] - y_i[Z_{xy}(t_0)]}{y_i[Z_{xy}(t_0)]} \right) / \left(\frac{\Delta t}{t_0} \right) \right|, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

4. Если часть параметров среды изменяются в заданных пределах, то для оценки чувствительности МТ-поля определяются средние значения модуля эластичности $\langle |E_t(y_i)| \rangle$ ($i = 1, 2, 3, 4$), для этого расчеты по пунктам 1-3 повторяются для каждого набора варьируемых параметров, после чего выполняется осреднение по формуле (1).

5. Сравнительный анализ локальных $|E_t(y_i)|$ или средних значений $\langle |E_t(y_i)| \rangle$ модуля эластичности, заключающийся в ранжировании функций y_1, y_2, y_3, y_4 по возрастанию их коэффициентов эластичности.

Результаты оценки чувствительности МТ-полей к малым изменениям параметра t могут быть использованы, как обоснование эффективности применения того или иного алгоритма интерпретации полевых данных МТЗ.

Результаты расчетов оценки чувствительности характеристик МТ-поля к малым изменениям электропроводности второго слоя в трехслойной модели среды

Для трехслойной модели горизонтально-слоистой среды по описанному выше алгоритму проведен расчет зависимости модуля эластичности $|E|$ функций (3) от электропроводности второго слоя σ_2 для разных значений частоты f электромагнитного поля. На рис. 2 показаны результаты расчетов для геологической среды с параметрами: $h_1 = h_2 = 100$ м, $\sigma_1 = 10^{-4}$ См/м, $\sigma_2 = 10^{-6} \div 10^1$ См/м, $\sigma_3 = 10^{-1}$ См/м.

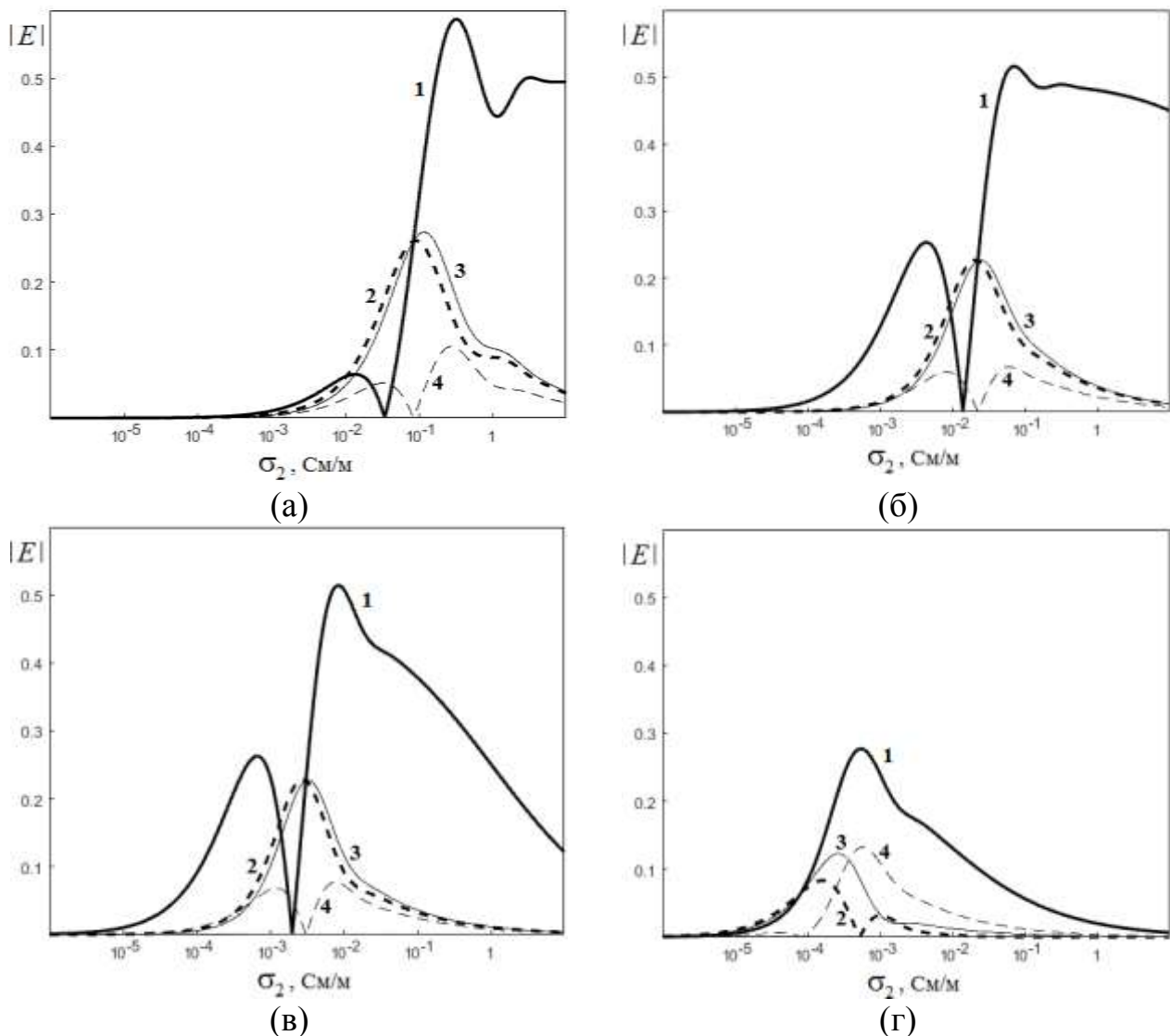


Рис. 2. Зависимость модуля эластичности $|E|$ от электропроводности второго слоя σ_2

(1 – $\text{Re}Z_{xy}$, 2 – $\text{Im}Z_{xy}$, 3 – $|Z_{xy}|$, 4 – $\arg Z_{xy}$):

(а) – $f = 10^2$ Гц, (б) – $f = 10^3$ Гц, (в) – $f = 10^4$ Гц, (г) – $f = 10^5$ Гц

Результаты численного эксперимента (рис. 2) показывают, что относительное изменение каждой из функций ($\text{Re}Z_{xy}$, $\text{Im}Z_{xy}$, $|Z_{xy}|$, $\arg Z_{xy}$) при малом (1%) изменении σ_2 меняется в широких пределах в зависимости от значений электропроводности σ_2 и частоты электромагнитного поля f . В зависимости от значения электропроводности второго слоя (при неизменных значениях других параметров среды) наибольшей чувствительностью может обладать либо $\text{Re}Z_{xy}$ (кривая 1 на графиках рис. 2), либо $\text{Im}Z_{xy}$ и $|Z_{xy}|$ (кривые 2 и 3 на графиках рис. 2).

Для трехслойной среды с параметрами ($h_1 = h_2 = 100$ м, $\sigma_1 = 10^{-4}$ См/м, $\sigma_2 = 10^{-6} \div 10^1$ См/м, $\sigma_3 = 10^{-1}$ См/м) проведен расчет (рис. 3) зависимости среднего значения $\langle |E| \rangle$ модуля эластичности функций (3) от электропроводности второго слоя при изменении частоты электромагнитного поля от 10^2 до 10^5 Гц. Т.е. осреднение при расчете $\langle |E| \rangle$ выполнялось по частоте f .

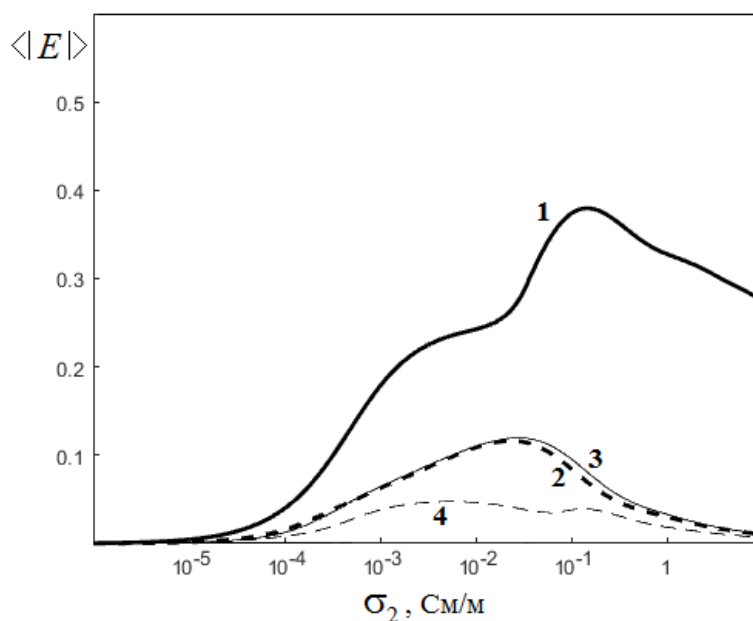


Рис. 3. Зависимость среднего значения $\langle |E| \rangle$ модуля эластичности от электропроводности второго слоя σ_2 при изменении частоты электромагнитного поля от 10^2 до 10^5 Гц (1 – $\text{Re} Z_{xy}$, 2 – $\text{Im} Z_{xy}$, 3 – $|Z_{xy}|$, 4 – $\arg Z_{xy}$)

Из результатов расчетов (рис. 3) следует, что наиболее чувствительным к изменению электропроводности второго слоя при измерении полей на частотах в диапазоне от 10^2 до 10^5 Гц (для указанных значений параметров среды) является $\text{Re} Z_{xy}$.

Также проведены расчеты (рис. 4) для двух трехслойных моделей среды, в которых значения электропроводности первого и третьего слоев одинаковые. В первом случае вмещающая среда плохо проводящая электрический ток – $\sigma_1 = \sigma_3 = 10^{-4}$ См/м, во втором случае вмещающая среда хорошо проводящая – $\sigma_1 = \sigma_3 = 10^{-1}$ См/м. Другие параметры варьировались в пределах: $h_1 = 100 \div 400$ м, $h_2 = 100 \div 400$ м, $\sigma_2 = 10^{-6} \div 10^1$ См/м, $f = 10^2 \div 10^5$ Гц.

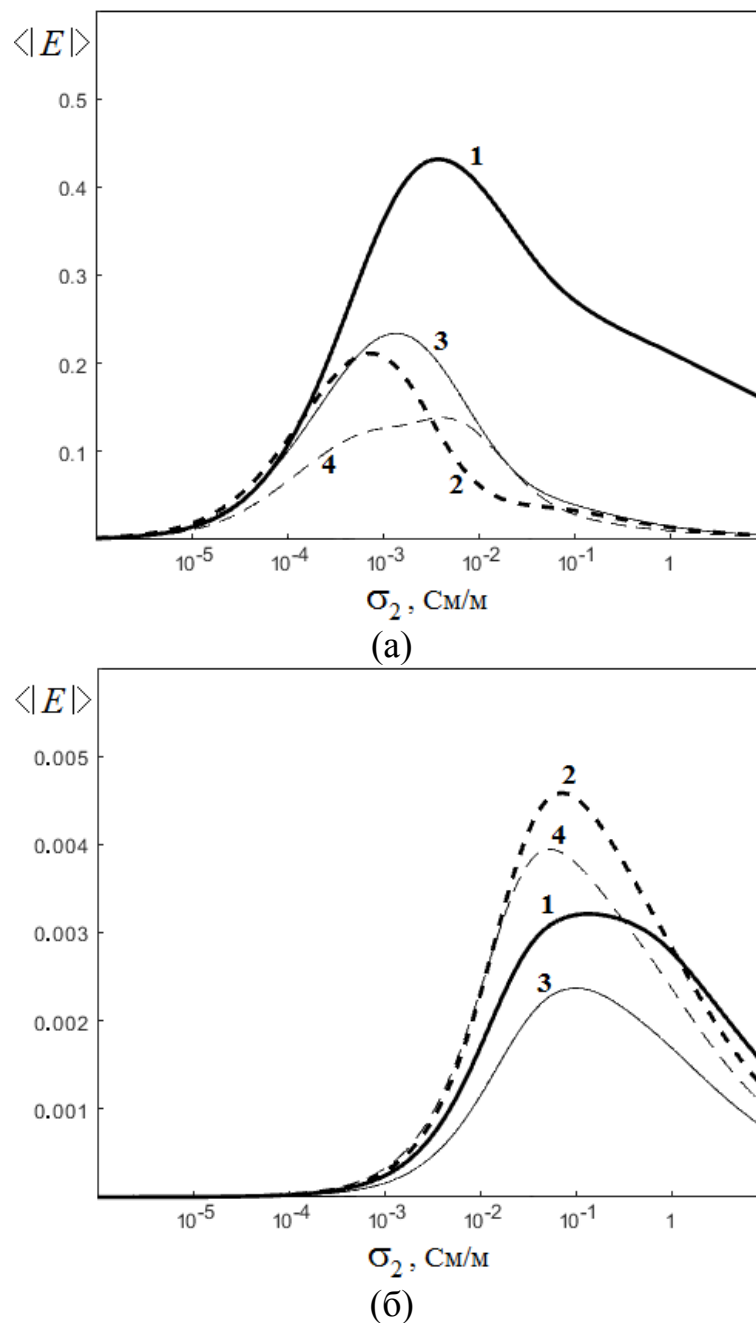


Рис. 4. Зависимость среднего значения $\langle |E| \rangle$ модуля эластичности от электропроводности второго слоя σ_2 при $f = 10^2 \div 10^5$ Гц, $h_1 = 100 \div 400$ м, $h_2 = 100 \div 400$ м

(1 – $\text{Re}Z_{xy}$, 2 – $\text{Im}Z_{xy}$, 3 – $|Z_{xy}|$, 4 – $\arg Z_{xy}$):

(а) – $\sigma_1 = \sigma_3 = 10^{-4}$ См/м, (б) – $\sigma_1 = \sigma_3 = 10^{-1}$ См/м

Из результатов расчетов (рис. 4) можно сделать следующие выводы. Чувствительность к изменениям электропроводности второго слоя расположенного в плохо проводящей среде ($\sigma_1 = \sigma_3 = 10^{-4}$ См/м) на три порядка выше по сравнению с чувствительностью в хорошо проводящей среде

($\sigma_1 = \sigma_3 = 10^{-1}$ См/м). В первом случае (рис. 4а) для $\sigma_2 > 10^{-4}$ См/м наиболее чувствительным к изменению электропроводности второго слоя является $\operatorname{Re} Z_{xy}$, для $\sigma_2 < 10^{-4}$ См/м – $\operatorname{Im} Z_{xy}$. Во втором случае (рис. 4б) при $\sigma_2 > 1$ См/м наиболее чувствительным к изменению электропроводности второго слоя является $\operatorname{Re} Z_{xy}$, при $10^{-2} < \sigma_2 < 1$ См/м – $\operatorname{Im} Z_{xy}$, а при $\sigma_2 < 10^{-2}$ См/м – $\arg Z_{xy}$.

Таким образом, результаты численных экспериментов показывают, что наиболее чувствительной к малым изменениям электропроводности второго слоя трехслойной модели может являться любая из функций набора ($\operatorname{Re} Z_{xy}$, $\operatorname{Im} Z_{xy}$, $|Z_{xy}|$, $\arg Z_{xy}$) в зависимости от значений параметров среды и диапазона частот, измеряемых электромагнитных полей.

Выводы

1. Предложен новый подход оценки чувствительности геофизических полей к малым изменениям параметров геоэлектрического разреза, основанный на сравнительном анализе локальных и средних коэффициентов эластичности.

2. На примере анализа магнитотеллурических полей в трехслойной модели геологической среды показана возможность выделения характеристик МТ-полей наиболее чувствительных к малым изменениям электропроводности второго слоя при заданных пределах изменения параметров среды и диапазона частот электромагнитного поля.

Литература

1. Светов Б.С. Основы геоэлектрики. М.: Издательство ЛКИ, 2008. 656 с.
2. Губатенко В.П., Московский И.Г. Аналитические решения трехмерных задач геоэлектрики // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Науки о Земле. 2012. Т. 12. Вып. 2. С. 62-68.
3. Московский И.Г. Методика оценки значимости входных параметров на результаты прогноза устойчивости стенок скважины // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2018. № 4. С. 21-27.
4. Головин Б.А., Московский И.Г., Головин К.Б. Методика выбора контролируемых параметров при бурении нефтегазовых скважин // Недра Поволжья и Прикаспия. Вып. 99. Август 2019. С. 70-74.
5. Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. Магнитотеллурическое зондирование горизонтально-однородных сред. М.: Недра, 1992. – 250 с.