Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" http://mathmod.esrae.ru/
URL статьи: mathmod.esrae.ru/29-105
Ссылка для цитирования этой статьи:
Ивахненко Н.Н., Бадекин М.Ю. Модели и методы исследования систем массового обслуживания марковского типа в условиях стохастической периодичности и их применение в энергетике // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2020. №1. DOI: 10.24411/2541-9269-2020-10101

УДК 519.217: 621.311 DOI: 10.24411/2541-9269-2020-10101

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ МАРКОВСКОГО ТИПА В УСЛОВИЯХ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ПЕРИОДИЧНОСТИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЭНЕРГЕТИКЕ

Ивахненко Н.Н.[1], Бадекин М.Ю.[2]
[1]Донецкий национальный университет им. Михаила Туган-Барановского (ДонНУЭТ), ДНР, Донецк, yulduz19.77@mail.ru
[2] Донецкий национальный университет им. Михаила Туган-Барановского (ДонНУЭТ), ДНР, Донецк, korund2002@list.ru

MODELS AND METHODS OF INVESTIGATION FOR MARKOV TYPE QUEUING SYSTEMS UNDER CONDITIONS OF STOCHASTIC PERIODICITY AND ITS APPLICATION IN ENERGETICS

Ivakhnenko N.N.[1], Badekin M.Y.[2]
[1] Donetsk National University of Economics and Trade named after Mikhail Tugan-Baranovsky (DonNUET), DPR, Donetsk, yulduz19.77@mail.ru
[2] Donetsk National University of Economics and Trade named after Mikhail Tugan-Baranovsky (DonNUET), DPR, Donetsk, korund2002@list.ru

Аннотация. Освещены особенности этапов развития теории систем массового обслуживания и приведены критерии их разделения на системы марковского и немарковского типа. С этих позиций установлено, что энергосистемы и системы электропотребления могут рассматриваться как системы массового обслуживания марковского типа. Обоснована модель графиков потребления электроэнергии в виде периодического цепи Маркова. Рассмотрен метод оценки матриц переходов и на конкретном примере графиков энергопотребления такие оценки найдены.

Ключевые слова: система массового обслуживания, статистическая периодичность, периодические цепи Маркова

Abstract. The main stages of queuing systems development are highlighted and represented the criteria of division of these systems onto Markov and non-Markov types. On the base of these positions we have established that power systems and power consumption systems can be treated as queuing systems of Markov type. The model of graphs of electrical power consumption as periodical Markov chain is grounded. The method of evaluation of transitional matrices is examined, and on concrete example of power consumption, such evaluations are retrieved.

Keywords: queuing system, statistical frequency, Markov periodic chains

Введение. В прикладных отраслях народного хозяйства часто приходится исследовать различные системы массового обслуживания (СМО) и их отдельные составляющие. Многие объекты в энергетике, в частности электроэнергетике, тоже можно рассматривать как СМО. Основная задача исследования таких систем - оптимизация их работы. Эта задача порождает целый ряд производных задач, большинство из которых связана с анализом процессов, содержащих информацию о тех или иных стороны системы. Специфику задач анализа влияют ряд факторов. Во-первых, электроэнергию нельзя «складировать», так как избыточно сгенерированая энергия ведет к ее потере, недопроизводство сказывается на ее качестве. Во-вторых, упомянутые выше системы функционируют в условиях случайности и ритмики, причем четко проявляется суточная, недельная, летняя периодичности. Это приводит к тому, что основные параметры, характеризующие состояние изучаемых систем, имеют стохастически-периодический характер. В первую очередь, это графики энергопотребления (энергонагрузку). Результаты их анализа являются базовыми для задачах прогноза на потребление электроэнергии, оптимизации режимов электроснабжения. Долгое время при решении задач анализа и прогноза потребления электроэнергии использовались модели и методы стационарных и кусочно-стационарных процессов. Начиная с 90-х годов прошлого века, появился ряд работ, в которых при обосновании модели энергонагрузку учитываются как их стохастическая периодичность, так и причины, которые эту периодичность порождают. Такими моделями оказались периодические и линейные периодические процессы и последовательности [1, 4-6]. Если же энергосистемы, системы электроснабжения рассматривать как СМО, в частности как системы марковского типа, то работы математического характера, в которых бы рассматривались модели энергонагрузок, что кроме стохастической периодичности учитывают их марковость, практически отсутствуют. Поэтому актуальным является обоснование модели энергонагрузки в виде периодической цепи Маркова и разработка на базе этой модели соответствующих методов их анализа. Перед тем, как перейти к рассмотрению этих вопросов, предварительно остановимся на некоторых общих вопросах СМО, истоках и развитии теории массового обслуживания (ТМО), поскольку такой путь к рассмотрению обозначенных выше вопросов будет более логичным и понятным.

Цель работы - исследовать возможность рассмотрения энергосистемы и системы электропотребления как системы массового обслуживания марковского типа. Обосновать модель графиков потребления электроэнергии в виде периодического цепи Маркова и на конкретном примере графиков электропотребления найти оценки его матриц переходов.

Теория систем массового обслуживания и ее современное состояние. В течение достаточно длительного времени, начиная с работ А.К. Эрланга (A.K. Erlang), которые приходятся в основном на 1908-1922 гг. и касается организации телефонных сетей, не проходит интерес ученых к исследованию систем массового обслуживания. Оказалось, что задачи типа телефонных возникают в различных областях исследований - в технике, экономике, транспорте, организации производства. Проблемами СМО заинтересовались математики, а методы их исследований сформировались в научное направление, получивший название «теория массового обслуживания», хотя в зарубежной литературе (английский) теорию массового обслуживания называют теорией очередей. В последние годы все чаще встречается название теория потоков (ТП). Об уровне заинтересованности СМО и соответственно ТМО свидетельствуют приведенные в [8] следующие статистические данные. Научные работы, в которых одновременно встречаются слова «очередь», «случайность», по 1980 - 1995 годы составили в мире: среди математических статей - 13%, среди диссертаций - 24%, среди работ, опубликованных в научных и инженерных журналах и сборниках в области физики, электроники, вычислительных методов и информационных технологий - 60% (данные по индексу INSPEC, разработанным американскими и немецкими обществами электронной инженерии).

Среди самих СМО, которые привлекают внимание ученых, встречаются системы, для которых характерны одновременно два свойства – **марковость и стохастическая периодичность**.

Напомним, что понимается под этими понятиями. Считается, что система обладает марковским свойством, если поведение системы в будущем зависит от ее положения (состояния), в котором она находится в некоторый фиксированный момент времени t, и не зависит от положения, в котором система находилась до этого момента. Иногда свойство марковости описывают более кратко: будущее системы зависит от ее нынешнего состояния и не зависит от прошлого. Под понятием «стохастическая периодичность» понимается, что для сигналов, полученных в результате наблюдения за системой, детерминированная периодичность отсутствует, но при этом предполагается, что периодически меняются определенные вероятностные характеристики. Есть такие СМО в энергетике, для которых одновременно характерные свойства марковости и стохастической периодичности, рассмотрим более детально.

Стохастическую периодичность систем в электроэнергетике рассмотрим для системы электроснабжения. На рис. 1 показан график потребления электроэнергии в г. Донецке за семь дней недели в январе 2020 года, причем с 1-го по 5-й являются рабочими днями, а 6-й и 7-й дни - выходные.

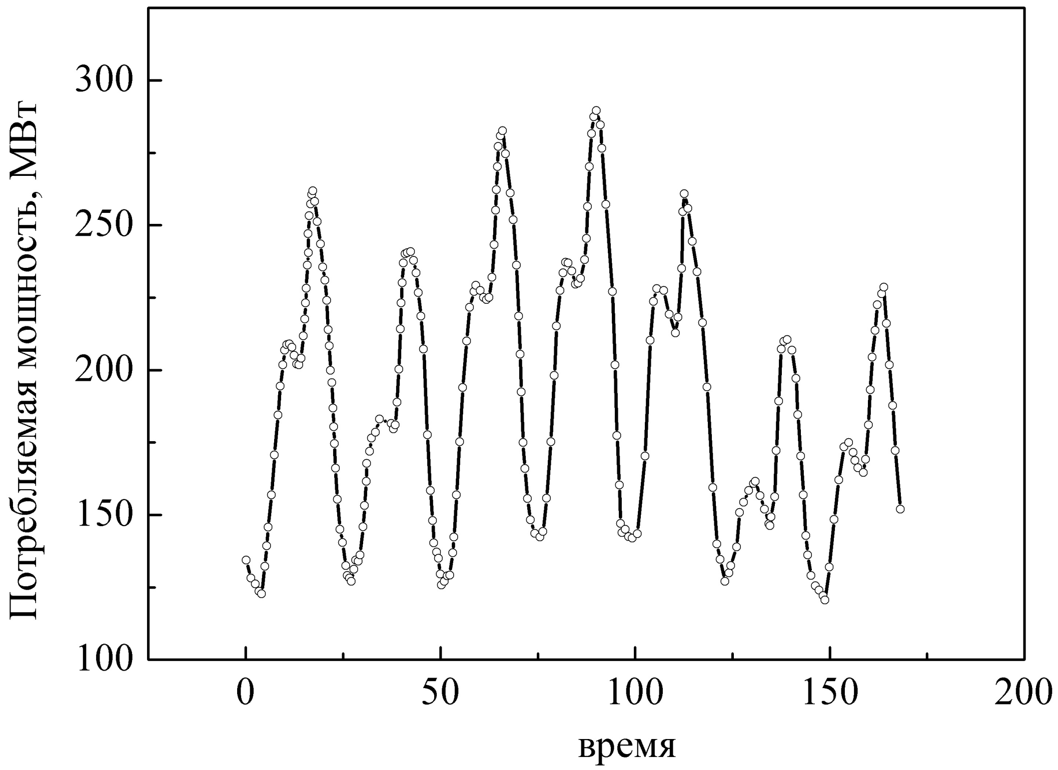

Рис. 1

Визуальный анализ графика позволяет сделать предварительные выводы. Наблюдается «приблизительная повторяемость» значений нагрузки через период Т = 24 ч .; «Повторяются» скорости возрастания и убывания нагрузок на соответствующих интервалах времени; значения нагрузок в ночные часы тоже близки между собой. Вместе с тем привлекает внимание определенная разница между нагрузками в рабочие и выходные дни. Так, нагрузки в рабочие дни в течение примерно от 7 до 20 часов превышают соответствующие нагрузки в выходные дни. Среди рабочих дней выделяются графики нагрузок за понедельник и вторник. В определенной степени они занимают промежуточное положение между графиками за следующие три рабочих дня, с одной стороны, и графиками за выходные дни - с другой. Однако, давая качественную характеристику нагрузки, актуальным является вопрос, каким образом упомянутые и другие свойства нагрузок охарактеризовать количественно.

Выше было отмечено, что в настоящее время существует ряд моделей [1, 4-6], которые позволяют учесть стохастическую периодичность сигналов, в нашем случае - графиков электропотребления. Прежде всего, это периодические и периодически коррелированные процессы и последовательности, линейные периодические процессы. На основе этих моделей разработаны [5, 6] методы их статистического анализа и прогноза с использованием только одной реализации. Применяя эти методы, была проведена обработка электропотребления в г. Донецке за январь 2020 года. График оценки математического ожидания показан на рис. 2, оценки среднеквадратичного отклонения - на рис. 3.

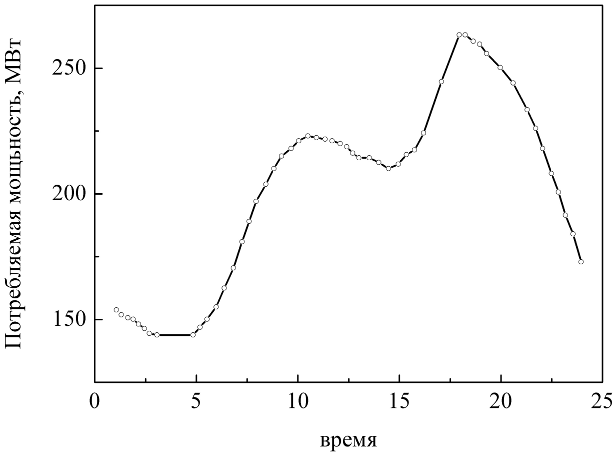

Рис. 2

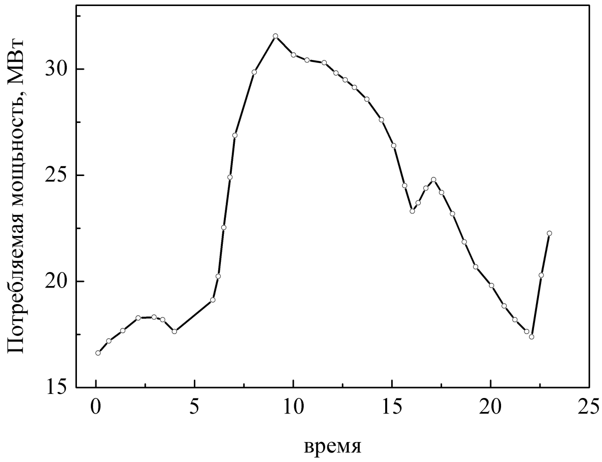

Рис.3

Анализ результатов оценки показывает, что оценка математического ожидания электропотребления с 23 часов ночи до 7 часов утра значительно меньше, чем значение оценок с 8 до 22 часов. Максимальное электропотребления приходится на период с 17 до 19 часов. По оценке среднеквадратичного отклонения можно сделать вывод, что потребление электроэнергии более регулярное в ночные часы, больше рассеивания электропотребления относительно средних значений приходится на интервал с 9 до 11 часов.

Условие марковости СМО.

Рассмотрим теперь вопрос о возможности считать электроснабжение системы системами массового обслуживания марковского типа. Как известно [3], в основных структурных составляющих СМО относятся: входной поток заказов; длительности обслуживания заказов; организация (правила) обслуживание заказов; качественные показатели обслуживания заказов.

Согласно [2, 3], СМО могут принадлежать к системам марковского типа, если свойства марковости имеют входной поток заказов и продолжительности их обслуживания. Начнем с потока заказов. Известно [2, 3], что поток заказов может быть описан несколькими способами, но для нашего случае нас интересуют только два из них, а именно: последовательность случайных моментов времени $\tau_i, i = 0,1,2,...,t_0 = 0$, в которые поступают заказы, или последовательностью интервалов $\tau_i, i = 1,2,...$, где $\tau_i = t_i - t_{i-1}$ - интервал между $(i-1)$ -м и i -м заказами.

Длительности обслуживания заказов описываются последовательностью случайных величин $s_i, i = 1,2,...$, где s_i - продолжительность обслуживания i -го заказа. Если последовательности интервалов $\tau_i, i = 1,2,...$, и $s_i, i = 1,2,...$, распределены по степенному закону распределение с параметрами

ISSN 2541-9269

λ_1 и λ_2 соответственно, то такую СМО можно считать системой марковского типа [2, 3].

Электроснабжающая система как СМО марковского типа. По обоснованию марковости систем электроснабжения, на примере системы электроснабжения г. Донецка рассмотрим вопрос ее входного потока. Очевидно, что исследовать во всех деталях входной поток системы электроснабжения города (как и других СМО подобного типа) практически невозможно. Но здесь можно воспользоваться другим подходом - исследовать этот процесс сначала на небольшой подсистеме системы электроснабжения. Если полученные результаты будут удовлетворять определенным условиям (об этих условиях будет сказано несколько позже), то для вынесения окончательных решений достаточно будет воспользоваться одной из теорем Хинчина о сумме большого числа потоков с определенными свойствами. Для реализации этого подхода подсистемой была выбрана локальная электросеть - сеть одного из учебных заведений Донецка. Были проведены соответствующие исследования, которые показали, что входной поток заказов удовлетворяет условиям отсутствия последствий и ординарности, а на определенных промежутках времени (продолжительность которых в зависимости от времени суток можно меняться от 5-10 мин. До 2-3 часов) - и условии стационарности. Можно предположить, что такие же условия выполняются для всех локальных электросетей г. Донецка.

Чтобы сделать выводы относительно входного потока системы в целом, воспользуемся теоремой Хинчина [2, 3], суть которой заключается в следующем. Если поток $\xi(t)$ представляет собой сумму большого числа независимых между собой стационарных и ординарных потоков, каждый из которых вносит малый вклад в общую сумму, то при одном условии аналитического характера поток $\xi(t)$ будет близким к простейшему. Для него последовательность интервалов $\tau_i, i=1,2,...$, описывающий входной поток, имеет [7] показательное распределение

$$F_i(x) = P\left(\tau_i < x\right) = 1 - e^{-\lambda_i x} \qquad (1)$$

В частном случае, если все интервалы одинаково распределены, то их функция распределения $F\left(x\right) = 1 - e^{-\lambda x}$. Одна из основных свойств этого распределения - это отсутствие последствий [2, 3] или, другими словами, - марковость. Это является основанием утверждать, что моделью входного потока системы электроснабжения г. Донецка есть марковский процесс $\xi(t)$, $t \ge 0$.

Используя подобные рассуждения, может быть обоснована и модель последовательности $s_i, i=1,2,...,$- длительностей обслуживания заказов. Не рассматривая в данной работе этот вопрос в деталях, предполагаем, что моделью последовательности $s_i, i = 1, 2, ...,$ тоже является последовательность без последствий.

Кроме обоснования марковости системы электроснабжения нужно определенным образом учесть стохастическую периодичность ее структурных составляющих - входного потока заказов и длительностей их обслуживания. Для этого могут быть использованы периодические марковские процессы, а в случае дискретного аргумента - периодические цепи Маркова. Напомним их определения.

Периодические марковские процессы. В основе понятия марковского процесса лежит идея о процессах «без последствий». Представим систему, которая может находиться в разных состояниях. Возможные состояния системы образуют некоторое множество X, которую называют фазовым пространством. Пусть система эволюционирует во времени. Ее состояние в момент времени t обозначим через x_t. Если $x_t \in B$, $B \subset X$, то говорят, что система в момент t находится в множестве B. Предположим, что эволюция системы имеет стохастический характер, то есть состояние системы в момент времени t, вообще говоря, не определяется однозначно по состоянию системы в предыдущие моменты времени s, где $s < t$, а случайно и описывается вероятностным законом. Обозначим через $P(s, x, t, B)$ вероятность события $x_t \in B$ при условии, что $x_s = x$, $s < t$. Вероятностную меру $P(s, x, t, B)$ называют вероятностью перехода (иногда переходной функцией; переходной вероятностью; условной вероятностью перехода) системы, рассматривается.

Под системой без последствий понимают систему, для которой вероятность попадания в момент времени t в множество B при полностью известном двигательные системы до момента времени s $(s < t)$, как и ранее, равна $P(s, x, t, B)$ и, таким образом, зависит только от состояния системы в последний известный момент времени. Другими словами, состояние некоторой системы в текущий момент времени s определяет вероятность будущего развития процесса при $t > s$, а дополнительная информация о прошлое поведение процесса в моменты $t < s$ не влияет на эту вероятность, не меняет ее или, как говорят, не имеет никакого воздействия, то есть остается без последствий.

Свойство, которое характеризует поведение стохастических систем без последствий, называют свойством отсутствия последствий или марковским свойством, а вероятностную меру $P(s, x, t, B)$ в этой связи еще называют марковской переходной функцией (вероятностью).

Случайный процесс $\{\xi(t), t \in (-\infty, \infty)\}$ называется марковским, если для двух произвольных моментов времени t_0 и $t_1, t_0 < t_1$ условное деление $\xi(t_1)$ при условии, что заданы все значения $\xi(t)$ при $t \le t_0$ зависит только от $\xi(t_0)$.

2020, №1
ISSN 2541-9269

Дадим определение периодического марковского процесса и периодической цепи Маркова.

Определение 1. Марковский процесс $\{\xi(t), t \in (-\infty, \infty)\}$ называется периодическим марковским процессом, если периодической по совокупности временных переменных является его условная вероятность перехода, то есть существует такое число T, $P(s,x,t,B) = P(s+T,x,t+T,B)$.

Если для переходной вероятности $P(s,x,t,B)$ множество $B = (-\infty, y)$, то функция $F(s,x,t,y) = P(s,x,t,B)$ называется переходной функцией распределения. Для периодического марковского процесса его функция распределения является периодической, то есть

$$F(s,x,t,y) = F(s+T,x,t+T,y) \qquad (2)$$

Периодические цепи Маркова. Последовательность целочисленных случайных величин $\{\xi_n\}$, $n = 0,1,2,...,$ принимающих значения из фазового пространства $X = (1,2,...,h,....,i,...)$, называется цепью Маркова, если для всех $n \geq 0$ условная вероятность

$$P\{\xi_{n+1} = j \mid \xi_0 = h,...,\xi_{n-1} = k, \xi_n = i\} = P\{\xi_{n+1} = j \mid \xi_0 = i\} \stackrel{df}{=} p_{ij} \qquad (3)$$

Условные вероятности $p_{ij}(n)$ в совокупности образуют матрицы

$$\Pi(n) = \|p_{ij}(n)\|, i, j \in X, n = 0,1,2,..., \qquad (4)$$

которые называют матрицами переходов (переходных вероятностей, вероятностей переходов) цепи.

Определение 2. Цепь Маркова $\{\xi_n\}$, $n = 0,1,2,...,$ называется периодическим, если периодическими является его вероятности переходов, то есть существует целое $L > 1$, что $p_{ij}(n) = p_{ij}(n+L)$, где i, j - состояния, $i, j \in X$. Очевидно, что для периодического цепи Маркова его матрицы переходов $\Pi(n) = |p_{ij}(n)|$ тоже меняются периодически с этим же периодом L:

$$\Pi(n) = \Pi(n+L), n = 0,1,2,..., \qquad (5)$$

Периодическая цепь также определяется первыми L матрицами переходов

$$\Pi(0),...,\Pi(k),...,\Pi(L-1) \tag{6}$$

Для периодических цепей Маркова разработаны методы их статистического анализа, в частности, метод оценки матриц переходов (6), исследованы свойства этих оценок, предложено метрики для определения точности этих оценок [7]. Разработан также метод имитационного моделирования периодических цепей Маркова. Метод оценки матриц переходов проверено с использованием реализаций периодических цепей, полученных путем их имитационного моделирования [7].

Оценивания матриц переходов системы электроснабжения. Метод оценки матриц переходов применимо к графиков потребления электроэнергии. Для этого предварительно для некоторых параметров были выбраны следующие значения. Интервал, через который фиксировалась количество потребленной энергии, или шаг дискретизации $\Delta t = 3$ часа. Поскольку мы исследуем суточную периодичность с периодом $T = 24$ часа, период цепи $L = 24/3$ августа. При этом условии цепь Маркова полностью определяется матрицами переходов $\Pi(0)$, $\Pi(1)$, ..., $\Pi(7)$. По количеству состояний, в которых может находиться цепь, то было выбрано три состояния. Сами состояния определялись следующим образом. Пусть $P_{\min}$ и $P_{\max}$ - минимальное и максимальное количество энергии, которая потреблялась за выбранный интервал времени $\Delta t = 3$ часа.

Разделим интервал $[P_{\min}, P_{\max}]$ на три равных отрезка, а точки деления и крайние точки интервала обозначим через a_0, a_1, a_2, a_3 где $a_0 = P_{\min}$, $a_3 = P_{\max}$. Первым состоянию S_1 считается интервал $[a_0, a_1)$, второе состояние S_2 отождествляется с интервалом $[a_1, a_2)$, третье сословие S_3 - это интервал $[a_2, a_3]$. Понятно, что когда количество потребленной энергии за время $\Delta t = 3$ часа принадлежит одному из интервалов $[a_{i-1}, a_i)$, $i = 1,2,3,...$ то «на языке цепей Маркова» это означает, что система находится в соответствующем состоянии S_i $i = 1,2,3,...$.

$$\tilde{\Pi}(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad \tilde{\Pi}(1) = \begin{vmatrix} 0.259 & 0.741 & 0 \\ 0.259 & 0.741 & 0 \\ 0.259 & 0.741 & 0 \end{vmatrix}$$

ISSN 2541-9269

$$\tilde{\Pi}(2)=\begin{vmatrix} 0 & 0.929 & 0.071 \\ 0 & 0.200 & 0.800 \\ 0 & 0.564 & 0.436 \end{vmatrix} \qquad \tilde{\Pi}(3)=\begin{vmatrix} 0 & 0.589 & 0.411 \\ 0 & 0.905 & 0.095 \\ 0 & 0.273 & 0.727 \end{vmatrix}$$

$$\tilde{\Pi}(4)=\begin{vmatrix} 0.143 & 0.767 & 0.233 \\ 0.286 & 0.714 & 0 \\ 0 & 0.615 & 0.385 \end{vmatrix} \qquad \tilde{\Pi}(5)=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\tilde{\Pi}(6)=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad \tilde{\Pi}(7)=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Для оценки матриц переходов $\Pi(0)$, $\Pi(1)$, ..., $\Pi(7)$были использованы графики потребленной электроэнергии в г. Донецке в течение осени 2019 года. Оценки матриц $\tilde{\Pi}(0)$, $\tilde{\Pi}(1)$, ..., $\tilde{\Pi}(7)$ приведены в таблице. Анализ оценок матриц характеризует закономерности потребления электроэнергии в течение суток осеннего периода и вероятности изменения (вероятности переходов) по количеству ее потребления в каждый последующий интервал времени. По дальнейшему развитию этой тематики, то рассматривается вопрос об использовании матриц переходов периодического цепи для задач оперативного прогноза потребления энергии в каждый последующий интервал времени τ_{i+1} в зависимости от количества потребленной энергии в течение нынешнего интервала τ_i и расположение этого интервала в пределах суток.

Таким образом, в работе обоснована возможность использования в энергетике периодических цепей Маркова (в случае непрерывного аргумента - периодических марковских процессов) для исследования стохастической-периодических СМО марковского типа, а именно объединенной энергосистемы, отдельных энергосистем, их энергорайона, энергогенерирующих компаний, систем электроснабжения различных уровней.

Литература

1.Баранов Г.Л., Марченко Б.Г., Приймак Н.В. Построение модели и анализ стохастически периодических нагрузок энергосистем // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1991. - №2. - С. 12-21.

2. Гнеденко Б.В. Беседы о теории массового обслуживания. - М .: Знание, 1973. - 64 с.

3. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. - М .: Наука, 1987. - 336 с.

4. Марченко Б.Г., Мислович М.В., Приймак М.В. Статистический анализ енергонавантажень с учетом их стохастической периодичности // Техническая электродинамика. - 2003. - №4. - С. 61-65.

5. Марченко Б.Г., Приймак М.В. Построение модели и анализ стохастических периодических нагрузок энергосистем // Труды Института Электродинамики. Сб. наук. пр. - 1999. - Вып.1. - С. 129-153.

6. Советов Б. Я. Моделирование систем: учебник для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. 3-е изд., перераб и доп. Москва: Высшая школа, 2001. 343 с.

7. Харин, Ю.С. Цепь Маркова с частичными связями ЦМ (s, r) и статистические выводы о ее параметрах / Ю.С. Харин, А.И. Петлицкий // Дискретная математика. – 2007. – Т. 19, № 2. – С. 109–130.

8. Фосс С. Стохастические системы и сети обслуживания. - Новосибирск: Новосибирский государственный университет. - 14 с.