Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" http://mathmod.esrae.ru/
URL статьи: **mathmod.esrae.ru/30-112**
Ссылка для цитирования этой статьи:
Кудачёва К.А., Сопенко А.А., Теряев А.Г. Колебания пластин и пологих оболочек под действием переменной во времени и несимметричной по плану нагрузки // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2020. №2

УДК 539.3; 541.1 DOI: 10.24411/2541-9269-2020-10203

КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИН И ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕМЕННОЙ ВО ВРЕМЕНИ И НЕСИММЕТРИЧНОЙ ПО ПЛАНУ НАГРУЗКИ

Кудачёва К.А.[1], Сопенко А.А.[2], Теряев А.Г.[3]
[1]Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, kudachevaks@mail.ru
[2]Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, saasar@mail.ru
[3]Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, te.a4@yandex.ru

OSCILLATIONS OF PLATES AND SHALLOW SHELLS UNDER THE ACTION OF VARIABLE IN TIME AND ASYMMETRICAL IN TERMS OF LOAD PLAN

Kudacheva. K.A.[1], Sopenko A.A.[2], Teryaev A.G.[3]
[1]Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov, kudachevaks@mail.ru
[2]Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov, saasar@mail.ru
[3]Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia, Saratov, te.a4@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматриваются колебания пластин и пологих оболочек под действием нагрузки, переменной во времени и несимметричной по плану оболочки по одной из осей. Рассмотрена связь между частотой вынуждающей нагрузки и колебаниями конструкций. Показано, как несимметричная нагрузка приводит к качественно различному деформированному состоянию гибких пластин и пологих оболочек.

Ключевые слова: сложные колебания, пологие оболочки, коэффициент демпфирования, переменная во времени и по плану нагрузка.

Abstract. The work deals with problem of complex oscillations of plates and shallow shells under the influence time and plan asymmetrical loading along one of the axes. Correlation between frequency of the compelling loading and oscillations is considered. Shows how an asymmetric load results in qualitatively different strained state of plates and shells.

Keywords: complex oscillations, shallow shells, damp coefficient, time and plan variable loading.

Задачи о динамической реакции пластин и пологих оболочек на переменную во времени и несимметрично распределённую по плану нагрузку встречаются во многих теоретических и практических исследованиях. Так, в [1]-[2] рассматриваются задачи флаттера тонких пластин под действием переменной во времени и несимметричной по пространственной координате нагрузки, при этом используется линейное одномерное уравнение колебаний для бесконечной пластины. В [3] рассматриваются задачи динамики конструкций под действием подвижных нагрузок, что также приводит к задачам с несимметричными нагружениями, при этом рассматривается большое количество приближенных методов решения задач для конструкций различной формы в геометрически линейной постановке. При численном решении подобных задач возможно использование геометрически нелинейных моделей, которые при малых нагрузках дают результаты, совпадающие с получаемыми при использовании линейных моделей. Возможность использования при численном решении задачи различных видов нагрузок, учет или не учет демпфирования конструкции могут привести к неожиданным эффектам, где прогибы конструкций выходят за рамки линейных моделей. Некоторые из таких случаев, связанных с учётом коэффициента демпфирования, рассматривались в [7]. Поэтому, на наш взгляд, представляет определённый интерес рассмотреть некоторые из задач с несимметричным нагружением в геометрически нелинейной постановке.

Рассматривается задача о колебаниях пологой оболочки под действием распределённой нагрузки интенсивности $q(x_2,t)$. Система уравнений, полученная для геометрически нелинейной пологой прямоугольной в плане оболочки в рамках модели Кирхгофа-Лява в смешанной форме [4], [7] приводится ниже в безразмерном виде

$$\begin{gathered}\frac{1}{12(1-\nu^2)}\nabla^4 w - L(w,F) - \nabla_k^2 F - q + \kappa(\ddot{w} + \varepsilon\,\dot{w}) = 0\\ \nabla^4 F + \nabla_k^2 w + \frac{1}{2}L(w,w) = 0.\end{gathered} \qquad (1)$$

Здесь F – функция усилий, w – прогиб в направлении, перпендикулярном срединной поверхности, E и ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона, ρ – плотность, ε – коэффициент демпфирования, значение κ приведено в (2).

При этом безразмерные переменные для (1) вводились следующим образом

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1}{a},\quad \bar{x}_2 = \frac{x_2}{b},\quad \bar{x}_3 = \frac{x_3}{h},\quad \bar{w} = \frac{w}{h},\quad \bar{F} = \frac{F}{Eh^3},\quad \lambda = \frac{a}{b},\quad \bar{t} = \frac{t\cdot\alpha}{h^2}, \qquad (2)$$

$$\bar{q} = q\frac{a^2b^2}{Eh^4}, \quad \bar{k}_1 = k_1\frac{a^2}{h}, \quad \bar{k}_2 = k_2\frac{b^2}{h}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon\frac{h}{\alpha}, \quad \kappa = \frac{a^2b^2\rho\alpha^2}{Eh^6}.$$

Здесь чёрточки, опущенные в (1) для удобства, стоят над безразмерными переменными. $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$ – безразмерные параметры кривизны, α – коэффициент температуропроводности, a, b, h – размеры оболочки вдоль осей x_1, x_2, x_3 соответственно. Отметим, что программа для численного решения системы уравнений (1) разрабатывалась на основе действующей программы, включающей в себя решение трехмерного уравнения теплопроводности с учетом эффекта связанности полей деформаций и температуры при широком наборе краевых условий. Этим объясняется использование коэффициента температуропроводности α в (2), хотя учет влияния температуры в данной задаче пока не планируется. Остальные обозначения, в том числе для известных дифференциальных операторов, приводятся в [7].

По контуру оболочка шарнирно опёрта на гибкие, нерастяжимые в касательной плоскости рёбра; для края $x_1 = 0;1$ граничные условия имеют вид

$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} = 0, \quad \varepsilon_{22} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_{22}}{\partial x_1} - \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x_2} = 0. \tag{3}$$

В начальный момент оболочка находится в покое.

В [7] рассматривались колебания пологих оболочек под действием переменной во времени и по координате x_2 распределенной по поверхности $x_3 = -h/2$ нагрузки интенсивности

$$q(x_2, t) = e^{\gamma t}\sin(kx_2 - \omega t),$$

где ω близка к частоте собственных колебаний конструкции, параметр k (волновое число) принимает ряд гипотетических значений, $\gamma << \omega$.

Многие задачи колебаний оболочек [5,6], [8] рассматривались в предположении, что нагрузка задается соотношением $q = q_0 \sin\omega t$.

Целью настоящей работы является исследование поведения некоторых тонкостенных конструкций под действием распределённой по поверхности $x_3 = -h/2$ гипотетической нагрузки интенсивности

$$q(x_2, t) = q_0 \sin(kx_2 - \omega t) \tag{4}$$

При исследовании колебаний различных конструкций встаёт вопрос о численном определении их частот собственных колебаний. Для этого был предложен следующий алгоритм. Рассматривались свободные колебания конструкций, выведенных из положения равновесия. Зависимость прогибов от времени (сигнал) подвергалась быстрому преобразованию Фурье, что давало значение частоты собственных колебаний ω. При необходимости значение ω можно было подтвердить или уточнить, рассматривая вынужденные колебания конструкции в некотором диапазоне значений ω, близких к полученной собственной частоте.

ISSN 2541-9269

Сравнение численно полученного результата для квадратной пластины $a = b = 0{,}1$ м. $h = 0{,}001$ м. с теоретическим, полученным из широко известной в механике формулы:

$$\omega_{m,n} = \pi^2\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)\sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho\left(1-\nu^2\right)}} \tag{5}$$

для низшей частоты $(m = n = 1)$ даёт следующие результаты: численное размерное значение $\omega_ч = 2978{,}73$ (что соответствует безразмерному значению $13{,}45$), теоретическое по (5) $\omega_T = 2965{,}27$. $\dfrac{\omega_ч}{\omega_T} = 1{,}0045$.

Для численного решения системы уравнений (1) использовался метод конечных разностей для дискретизации производных по пространственным переменным с использованием формул второго порядка точности. Полученная из второго уравнения системы (1) система линейных алгебраических уравнений решалась методом Гаусса, затем происходило интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений, полученной из первого уравнения (1). Численные эксперименты по использованию различных комбинаций явных и неявных одношаговых и многошаговых методов показали, что в данном случае достаточно использовать стандартных метод Рунге-Кутты 4 порядка.

Рассматривалась тонкостенная конструкция (пологая оболочка, цилиндрическая панель) изготовленная из сплава АМц с различными значениями a/b, при этом, менялся только параметр b, отношение $a/h = 100$ оставалось постоянным.

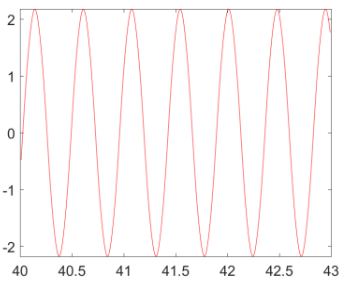
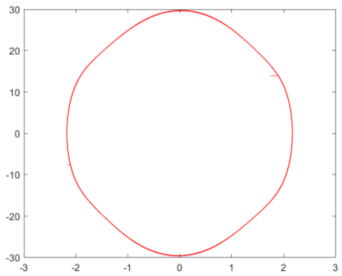
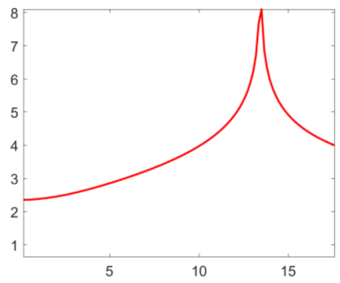
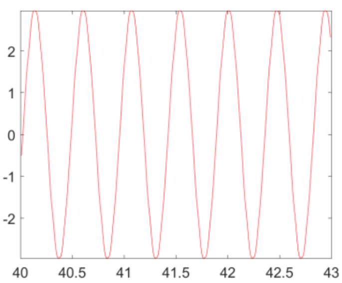
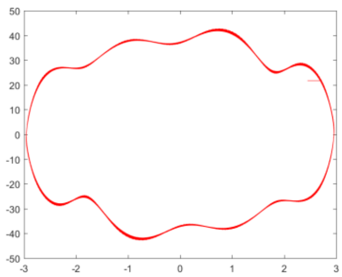
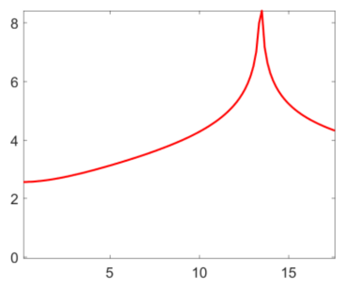
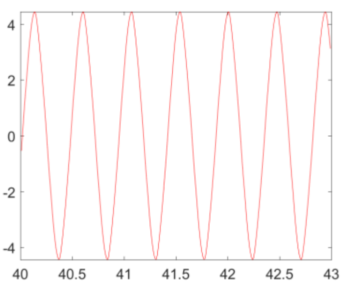
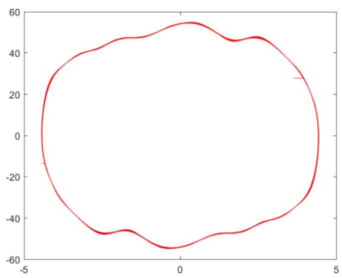
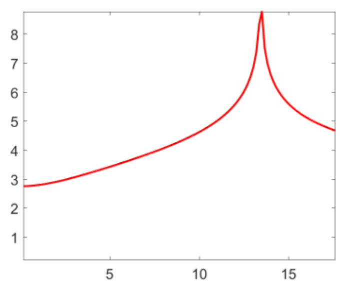
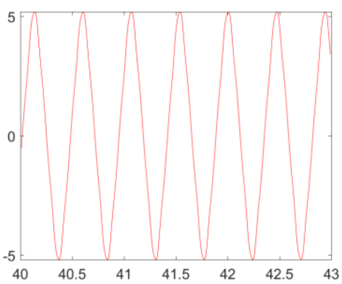
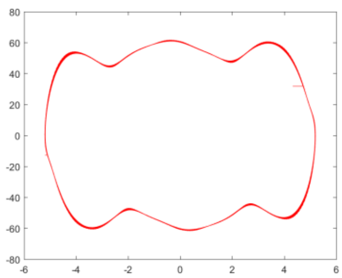
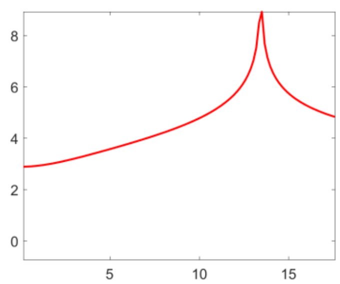
Оболочка имеет физические параметры: $E = 69$ ГПа, $\nu = 0{,}3$, $\rho = 2800$ кг/м^3, $\alpha = 6{,}4 \cdot 10^{-5}$ м^2/сек. Далее все результаты приводятся в безразмерном виде. На конструкцию на поверхности $x_3 = -h/2$ в начальный момент начинает действовать распределённая нагрузка (4).

Рассматриваются колебания квадратной пластины $a/b = 1$, $a/h = 100$ под действием несимметричной нагрузки q вида (4). В табл.1 собраны результаты численных экспериментов при воздействии на пластину нагрузки с различными значениями амплитуды q_0, значение частоты ω совпадает с численно определенной частотой собственных колебаний пластинки $\omega_0 = 13{,}45$. Волновое число $k = 2$ (отметим, что в таблицах вместо k, чтобы не возникало путаницы с параметрами кривизны, в заголовке использовано значение ukv). Как и ожидалось, при малом значении k полученные результаты были очень близки к результатам, полученным в [8], при $k = 0$. С ростом q_0 – в таблице приводятся результаты при $q_0 = 30$; 80; 200; 300 – монотонно возрастает амплитуда колебаний, форма колебаний – гармоническая. Здесь не приводятся результаты экспериментов со многими другими значениями q_0, т.к. они

ISSN 2541-9269

качественно подобны. Отметим только, что никаких иных колебаний, кроме гармонических, для данных параметров пластины и нагрузки получено не было.

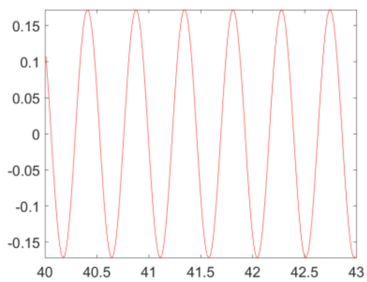
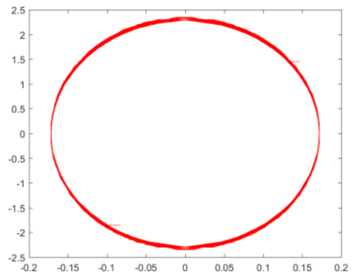
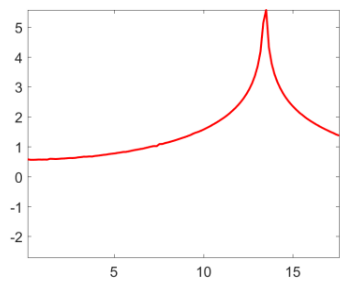
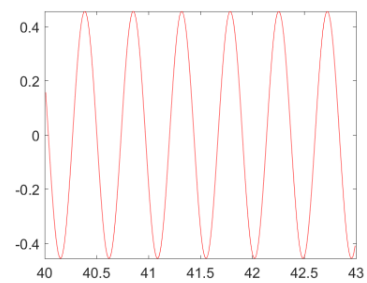
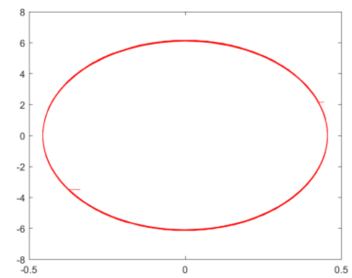
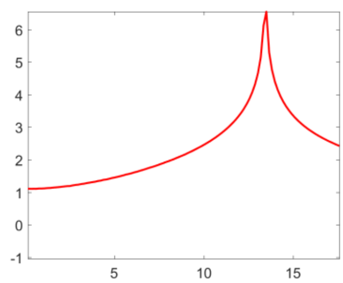
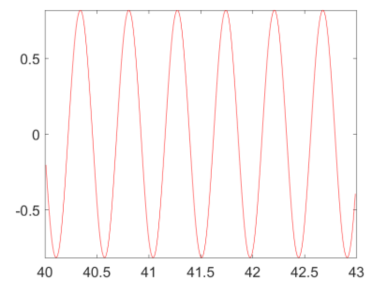
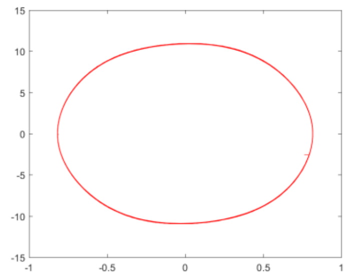
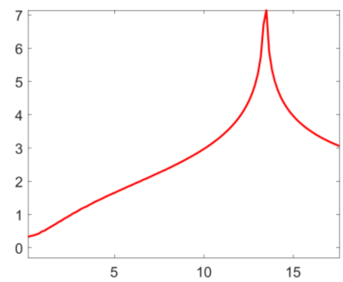
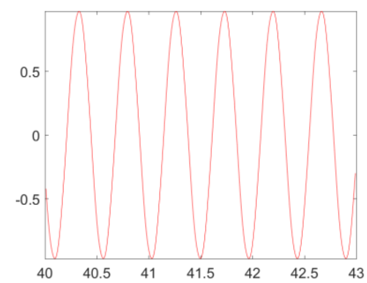
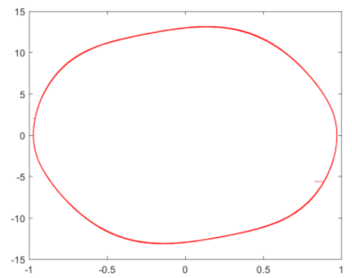
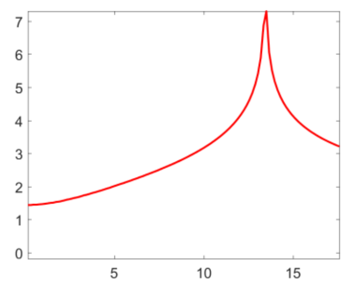
$k_1 = 0,\ k_2 = 0,\ a/b = 1,\ \omega = 13{,}45,$ волн. число $ukv = 2$ *Таблица 1*

q_0	Сигнал	Фазовый портрет	Спектр мощности
30			
80			
200			
300			

В табл.2 приводятся результаты расчетов пластины с теми же параметрами, что и в табл.1, кроме одного: принято, что волновое число $k = 50$. И тут получены интересные результаты. Как и во многих других задачах с несимметричной нагрузкой, существует некоторый диапазон значений k, при которых амплитуда колебаний резко уменьшается, так в табл.2 она меняется от 0,17 до 0,9 в центре пластины, тогда как в табл.1 показано, что при тех же значениях q_0 амплитуда меняется от 2,2 до 5, т.е. разница при некоторых значениях q_0 более, чем в 10 раз. При этом форма колебаний не меняется, они по-прежнему остаются гармоническими. Обычно с ростом значений k амплитуда возвращается в диапазон, полученный при малых значениях k. При этом, как и в [7], форма колебаний – гармоническая, что приводит к мысли, что смена форм колебаний очень сильно зависит от геометрии рассматриваемой конструкции.

Таблица 2

$k_1 = 0,\ k_2 = 0,\ a/b = 1,\ \omega = 13{,}45$, волн. число $ukv = 50$

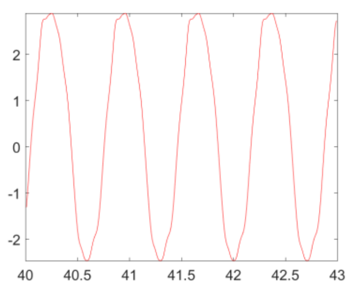
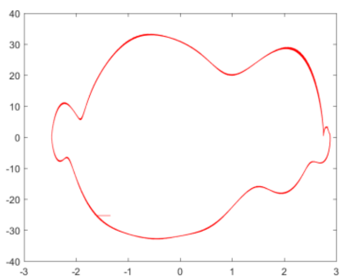
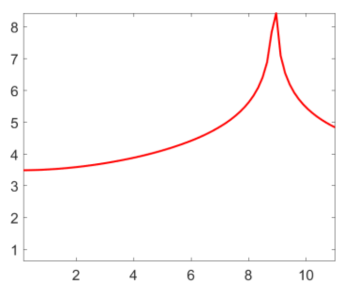
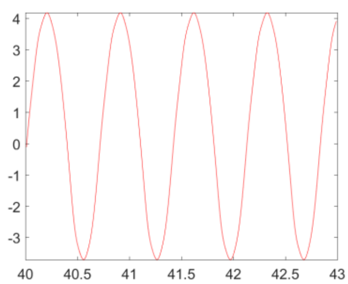
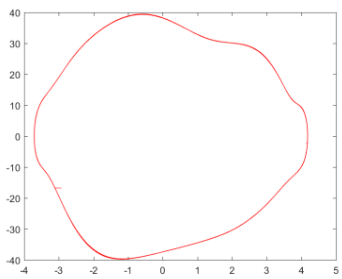
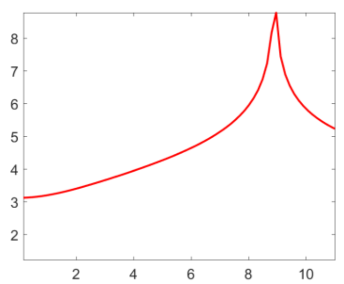
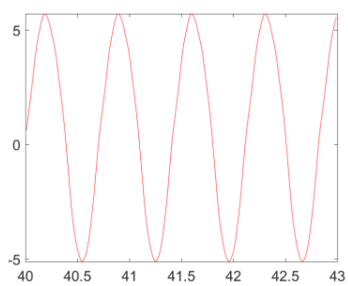
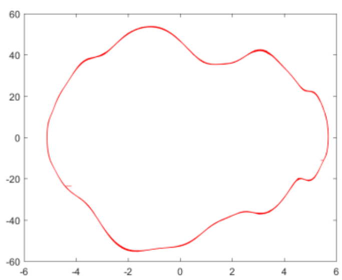
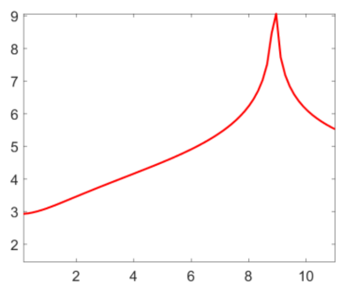
q_0	Сигнал	Фазовый портрет	Спектр мощности
30			
80			
200			
300			

Рассмотрим колебания цилиндрической панели с безразмерными параметрами кривизны $k_1 = 8$, $k_2 = 0$, $b/a = 2$, $a/h = 100$ под действием несимметричной нагрузки вида (4), при этом численно определенная собственная частота колебаний данной панели составила $\omega_0 = 8{,}90$. С такой же частотой

ISSN 2541-9269

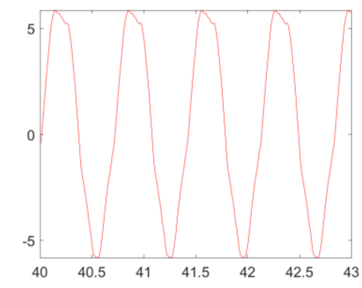
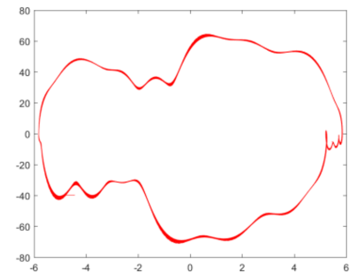
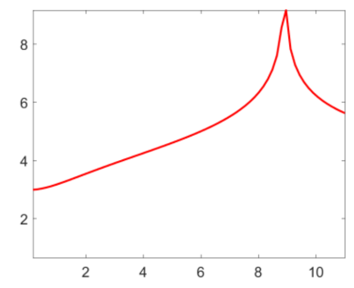
действовала вынуждающая нагрузка q вида (4). Отметим, что значение $k_1 = 8$ соответствует подъёму панели в центре плана всего на 1 толщину оболочки, т.е. на 0,01 от линейного размера. Как и ожидалось, при малом значении волнового числа $k = 2$, полученные результаты очень близки к приведенным в табл.1. В табл.3 показано, что амплитуда колебаний с ростом значений q_0, таких же, как и в случае колебания пластинки под действием несимметричной нагрузки, так же монотонно возрастает от 2,7 до 5,8. Чуть больший диапазон колебаний по сравнению с колебаниями пластинки под действием несимметричной нагрузки вызван тем, что панель в плане не квадратная, а прямоугольная. И при данных геометрических параметрах панели при $q_0 = 300$ можно увидеть усложнение формы фазового портрета и, соответственно, формы колебаний. Пожалуй, это можно назвать переходом к квазипериодическим колебаниям, но речи о хаотических колебаниях здесь идти не может.

$k_1 = 8,\ k_2 = 0,\ b/a = 2,\ \omega = 8{,}90,$ волн. число $ukv = 2$ *Таблица 3*

q_0	Сигнал	Фазовый портрет	Спектр мощности
30			
80			
200			

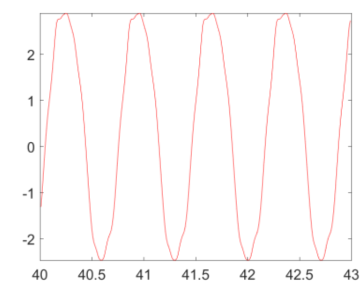
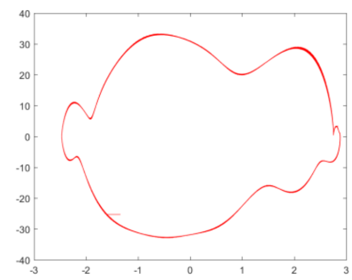
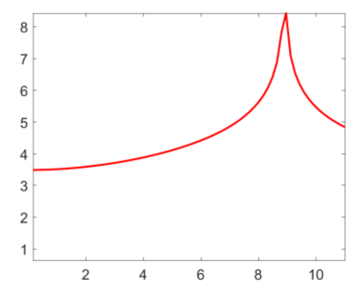
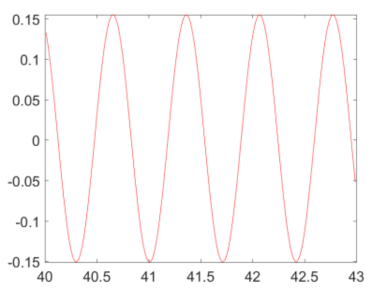
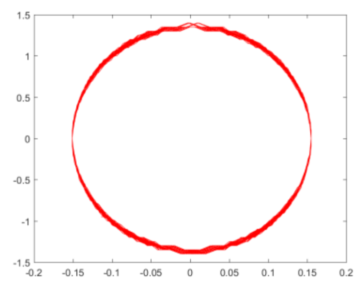
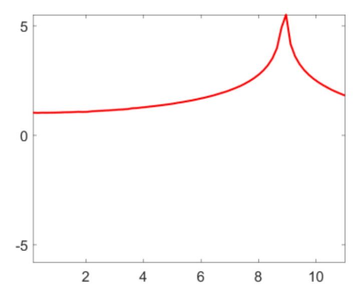
2020, №2
ISSN 2541-9269

Продолжение таблицы 3

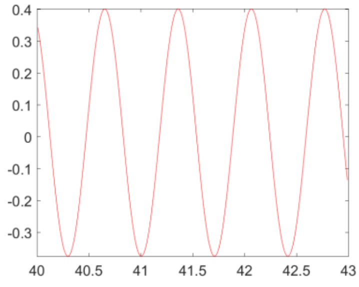
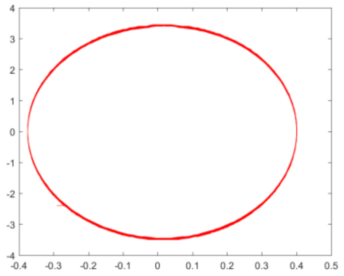
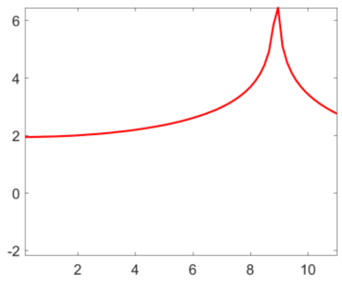
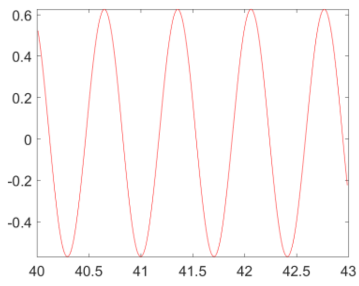
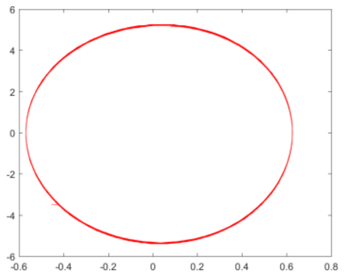
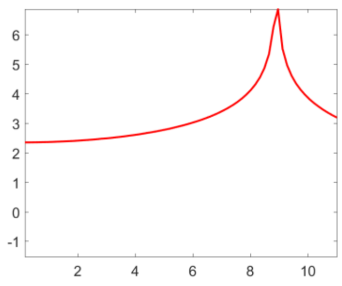
<table>
<tr><td>300</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

В табл.4 рассматриваются колебания той же цилиндрической панели, что и в табл.3, но при волновом числе $k = 50$, данное значение k практически во всех численных экспериментах попадало в диапазон значений k, где несимметричность очень сильно проявляла себя. И если при $q_0 = 30$ максимальное значение прогиба в центре панели были примерно 2,9 (табл.3) то с ростом значений q_0 амплитуда колебаний резко падала. $w_{max} = 0{,}15$ при $q_0 = 80$, далее – рост w_{max}, например, до 0,6 при $q_0 = 300$. Форма колебаний – гармоническая.

$k_1 = 8,\ k_2 = 0,\ b/a = 2,\ \omega = 8{,}90,$ волн. число $ukv = 50$ *Таблица 4*

<table>
<tr><td>q_0</td><td>Сигнал</td><td>Фазовый портрет</td><td>Спектр мощности</td></tr>
<tr><td>30</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>80</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

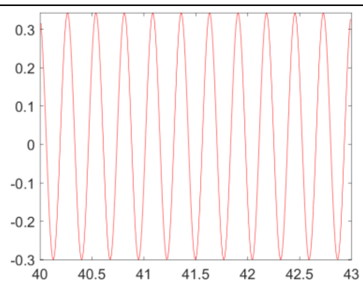
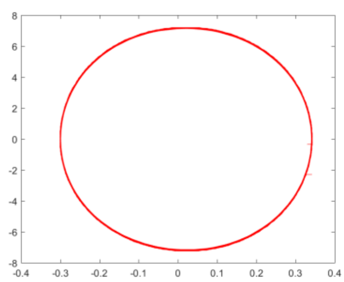
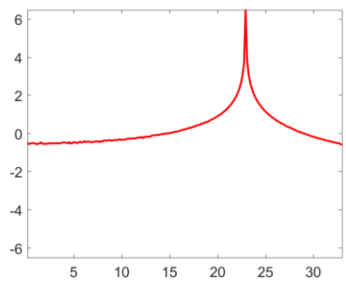
Продолжение таблицы 4

200			
300			

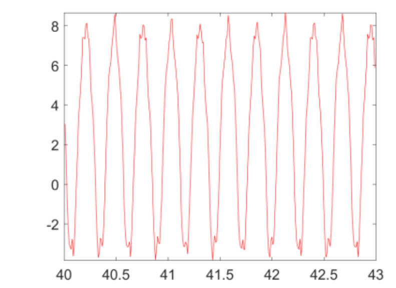
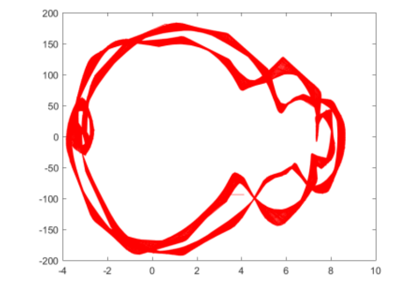
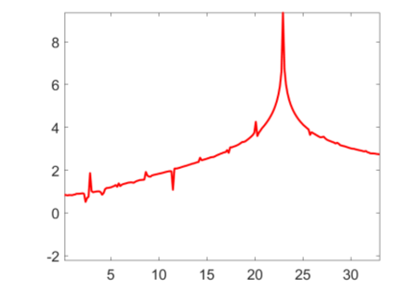
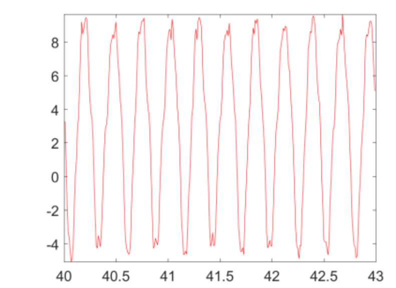
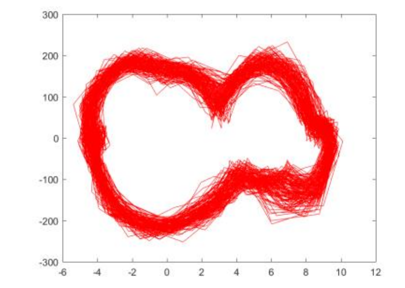
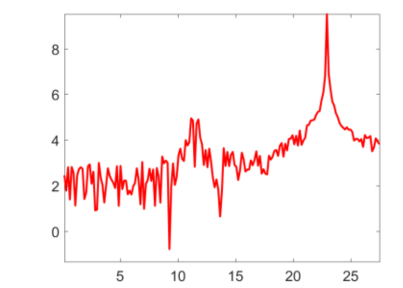
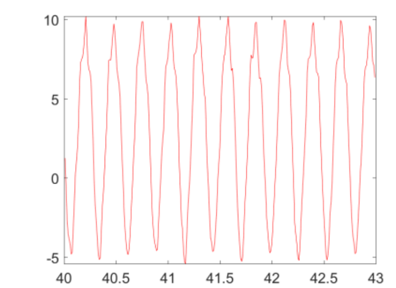
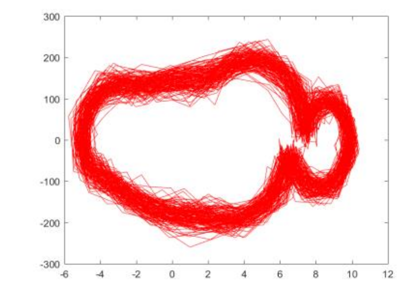
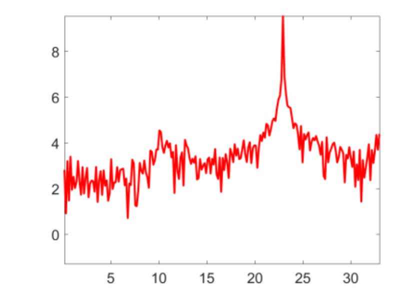
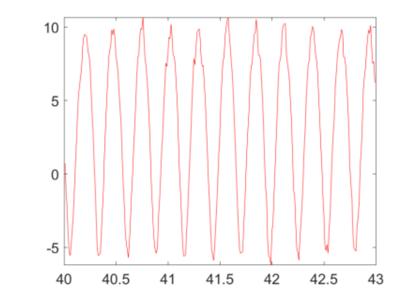
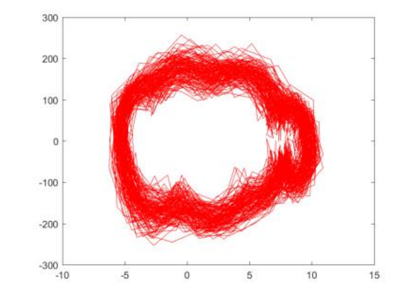
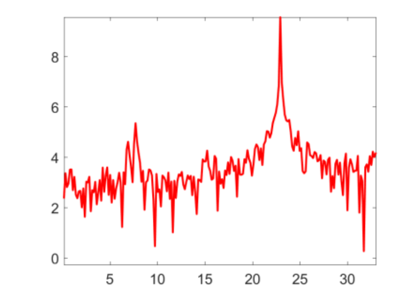
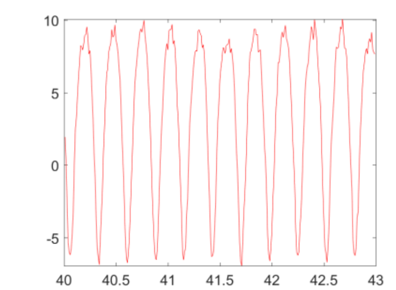
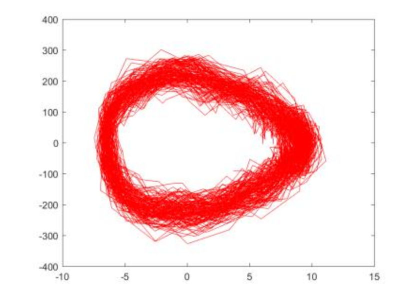
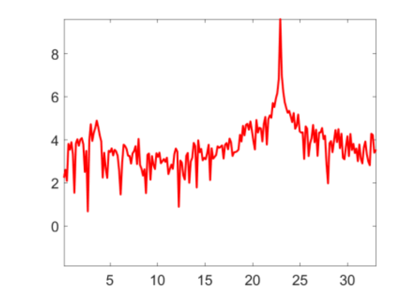
Рассмотрим колебания квадратной в плане пологой оболочки с параметрами $k_1 = 16,\ k_2 = 16,\ a/b = 1$. Численно найденная собственная частота колебаний данной оболочки равна $\omega = 22{,}95$. В табл. 5 собраны результаты численных экспериментов по изучению колебаний данной оболочки под действием нагрузки (4) при частоте воздействия, совпадающей с вышеприведённой собственной частотой колебаний конструкции, волновым числом $k = 1$ и различных амплитуды q_0 .

Как и ожидалось, колебания оболочки при малом значении k несущественно отличаются от колебаний при $k = 0$ [8]. Точно так же происходит переход формы колебаний от гармонических к квазипериодическим и далее к хаотическим колебаниям. Но следует отметить, что увеличение кривизны так же влияет на форму колебаний. Квазипериодические и хаотические колебания поступают при значении амплитуды q_0 в (4) гораздо меньшем, чем для $k_1 = k_2 = 8$.

$k_1 = 16,\ k_2 = 16,\ a/b = 1,\ \omega = 22{,}95,$ волн. число $ukv = 1$ *Таблица 5*

q_0	Сигнал	Фазовый портрет	Спектр мощности
1			

Продолжение таблицы 5

80			
400			
500			
700			
1000			

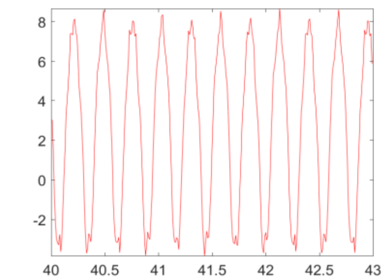
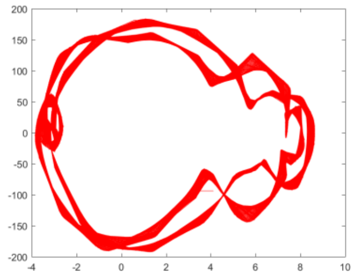
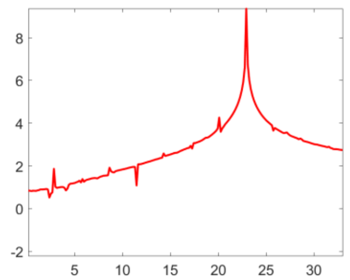
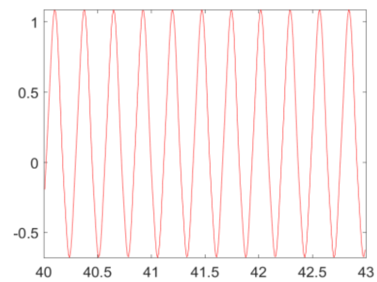
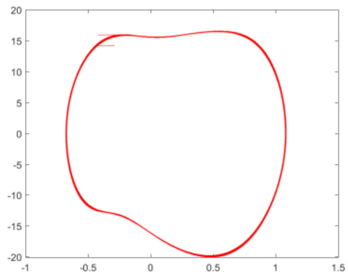
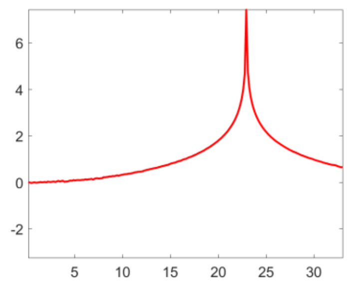
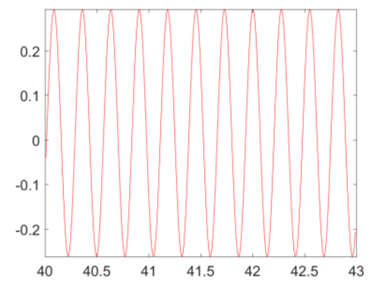
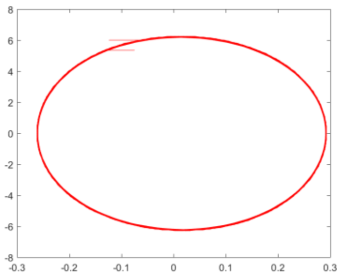
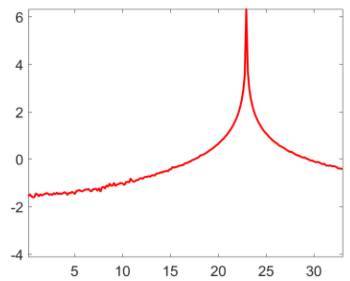
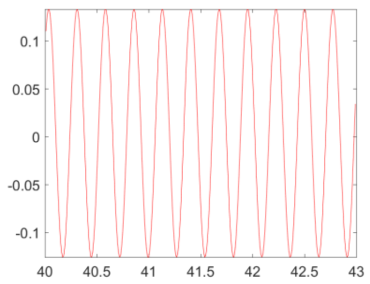
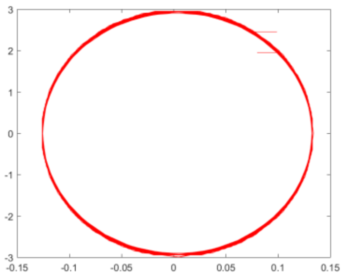
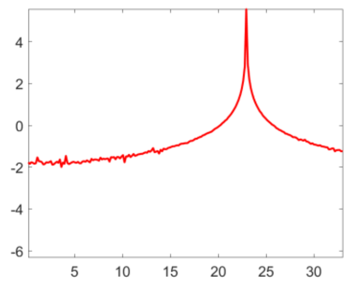
В табл. 6 собраны результаты по изучению колебаний оболочки с параметрами $k_1 = k_2 = 16$ при одном значении $q_0 = 80$ и при различных значениях волнового числа. Наблюдаются квазипериодические колебания при $k = 1$, зашумливание при $k = 300$, $k = 310$ и гармонические при остальных приведённых значениях k, но самое интересное заключается в том, что

ISSN 2541-9269

значение k очень сильно влияет на амплитуду колебаний, следовательно, на напряженно-деформированное состояние оболочки.

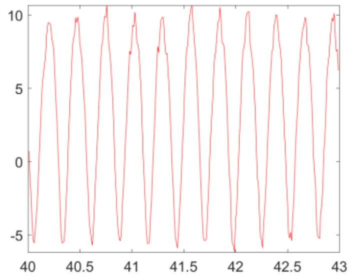
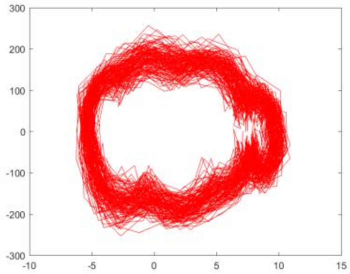
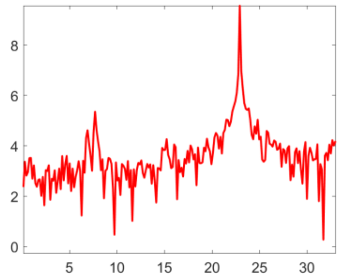
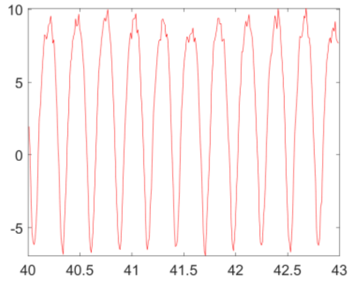
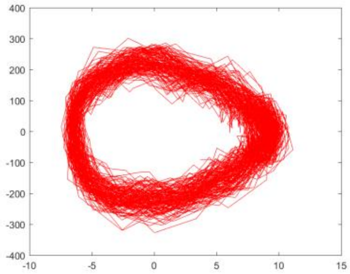
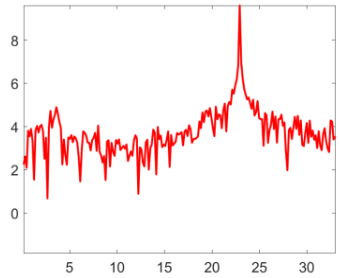
Так, при $k=1$ максимальные прогибы в центре плана оболочки составляют $w_{max}=8{,}2$, тогда как при $k=10$ уже $w_{max}=1{,}2$, при $k=150$ $w_{max}=0{,}3$, при $k=280$ $w_{max}=0{,}12$ и далее опять возвращаются к значению $8{,}2$ и далее к $1{,}2$. На наш взгляд, это свидетельствует о крайне необычных эффектах, которые может вызвать несимметричное нагружение конструкции.

$k_1=16,\ k_2=16,\ a/b=1,\ \omega=22{,}95,\ q_0=80$ *Таблица 6*

ukv	Сигнал	Фазовый портрет	Спектр мощности
1			
10			
150			
280			

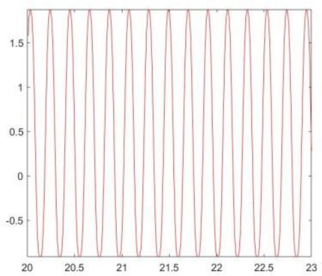
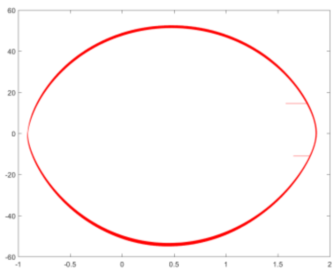
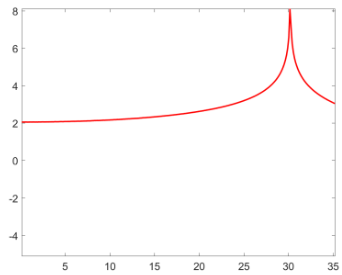
2020, №2
ISSN 2541-9269

Продолжение таблицы 6

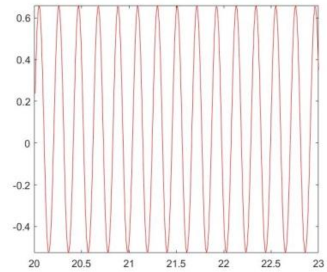
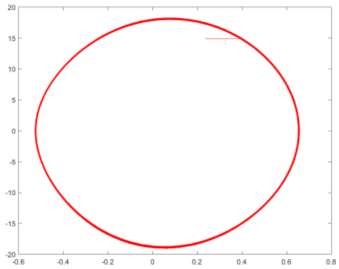
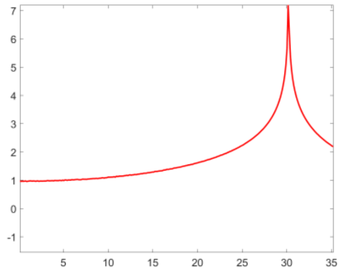
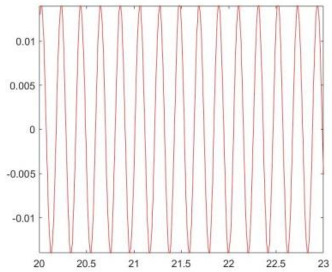
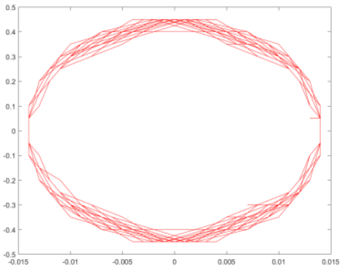
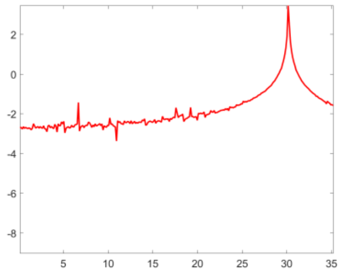
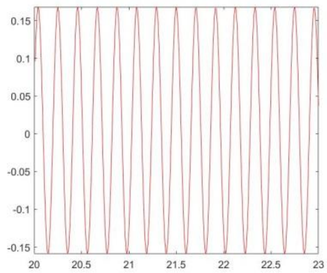
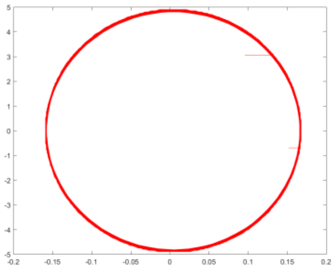
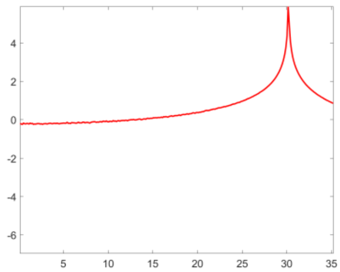
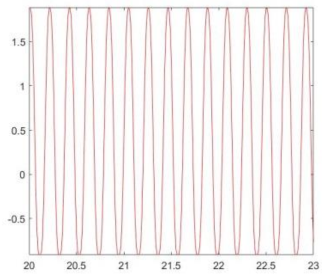
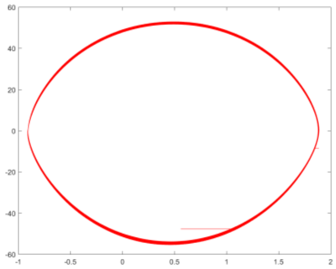
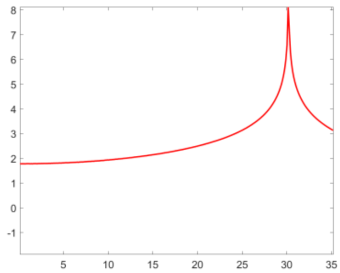
300			
310			

Рассмотрим колебания квадратной в плане пологой оболочки при $k_1 = k_2 = 24$ и одном значении $q_0 = 30$ и при различных значениях волнового числа. Результаты собраны в таблице 7. Наблюдаются гармонические колебания при всех приведённых значениях k, стоит отметить, что существует некоторый диапазон значений k, при которых амплитуда колебаний резко уменьшается. Так, при $k = 1$ максимальные прогибы в центре плана оболочки составляют $w_{max} = 2$, тогда как при $k = 10$ уже $w_{max} = 0{,}7$, при $k = 60$ $w_{max} = 0{,}015$, и далее опять увеличиваются.

$k_1 = 24,\ k_2 = 24,\ a/b = 1,\ \omega = 32,\ q_0 = 30$ *Таблица 7*

ukv	Сигнал	Фазовый портрет	Спектр мощности
1			

Продолжение таблицы 7

10			
60			
80			
100			

Вывод

1. При несимметричном нагружении изменение волнового числа k может очень необычно влиять на амплитуды возникающих колебаний, вызывая изменение этих амплитуд в десятки и даже сотни раз.
2. При выборе волнового числа k можно получить качественно разные модели поведения пластин или оболочек. Численное решение задач очень часто

приводит к результатам, выходящим за рамки геометрически линейной модели.

3. Показано, что на форму колебаний существенно влияет геометрия оболочек, в частности, кривизны оболочек. Для пластинок не наблюдались хаотические колебания, тогда как для оболочек таковые при соответствующем нагружении имели место.

Литература

1. Бондарев В. О., Веденеев В. В. Флаттер бесконечных упругих пластин с учетом пограничного слоя при конечных числах Рейнольдса // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2017. №. 6. С. 89-107.
2. Gestrin S.G., Gorbatenko B.B.,Mezhonnova, A.S. Wind Instability and Interaction of Vibrations of a Thin Plate with a Magnetohydrodynamic Hypersonic Flow // Russian Physics Journal. 2016. vol. 59. P. 76–83. https://doi.org/10.1007/s11182-016-0740-9
3. Коноплев Ю.Г., Якушев Р. С. Лекции по динамике сооружений с подвижными нагрузками. Казань: Отечество, 2003. 208 с.
4. Вольмир А.С. Гибкие пластины и оболочки. М.: Гос. изд. Техн.-теор. лит., 1956, 419с.
5. Awrejcewicz J., Erofeev N.P., Krysko V.A. Non-symmetric and chaotic vibrations of Euler-Bernoulli beams under harmonic and noisy excitations // Journal of Physics: Conference Series. 2016. Vol. 721. 012003. https://doi.org/10.1088/1742-6596/721/1/012003
6. Awrejcewicz J., Krysko A.V., Papkova I.V., Zakharov V.M., Erofeev N.P., Krylova E.Yu., Morozowski J., Krysko V.A. Chaotic dynamic of flexible beams driven by external while noise // Mechanical System and Signal Processing. 2016. Vol. 79. P. 225-253.
7. Сопенко А.А., Кудачёва К.А. Сложные колебания пологих оболочек под действием переменной во времени и по плану нагрузки // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2019. № 4; URL: mathmod.esrae.ru/27-101
8. Майорова О.А., Сопенко А.А., Тебякин А.Д. Математическое моделирование сложных колебаний нелинейной пологой оболочки в задаче связанной термоупругости // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2017. – № 2; С. 48-56. URL: mathmod.esrae.ru/12-39