

Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" <http://mathmod.esrae.ru/>

URL статьи: [mathmod.esrae.ru/31-117](http://mathmod.esrae.ru/31-117)

Ссылка для цитирования этой статьи:

Иляхинский А.В., Родюшкин В. М. О применении методики вычисления информационной энтропии при деформировании образцов из металла // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2020. №3

*Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований по теме № 0035-2019-0027, № госрегистрации 01201458047 и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 18-08-00715, 19-08-00965)*

УДК 534.2

DOI: 10.24411/2541-9269-2020-10304

## О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДИКИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ ЭНТРОПИИ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ ОБРАЗЦОВ ИЗ МЕТАЛЛА

Иляхинский А.В.<sup>1</sup>, Родюшкин В. М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук», (ИПМ РАН), Нижний Новгород, Россия, [ilyahinsky-aleks@bk.ru](mailto:ilyahinsky-aleks@bk.ru)

<sup>2</sup> Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук», (ИПМ РАН), Нижний Новгород, Россия, [vlkn2005@yandex.ru](mailto:vlkn2005@yandex.ru)

## ABOUT THE APPLICATION OF THE TECHNIQUE CALCULATION OF INFORMATION ENTROPY DURING DEFORMATION OF METAL SAMPLES

Ilyahinsky A.V.<sup>1</sup>, Rodyushkin V.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia, [ilyahinsky-aleks@bk.ru](mailto:ilyahinsky-aleks@bk.ru)

<sup>2</sup> Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia, [vlkn2005@yandex.ru](mailto:vlkn2005@yandex.ru)

**Аннотация.** Представлены результаты применения методики вычисления информационной энтропии при статическом испытании образцов металла на растяжение. Диаграмма нагружения анализируется путем разложения на сумму нелинейных элементов распределения Дирихле. На базе этого разложения сформулирована и разработана методика оценки параметров самоорганизации. Разработано программное обеспечение для обработки данных по предлагаемой методике. Проведено сравнение полученных данных о состоянии металла с методом, использующим измерения коэрцитивной силы. Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных

исследований по теме № 0035-2019-0027, № госрегистрации 01201458047 и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-08- 00715, 19-08-00965)

**Ключевые слова:** деформирование, образец, распределение Дирихле, параметр самоорганизации, измерение, контроль.

**Abstract.** The results of applying the methodology for calculating the information entropy in static tensile testing of metal samples are presented. The loading diagram is analyzed by decomposing the Dirichlet distribution into the sum of nonlinear elements. On the basis of this decomposition, a technique for assessing the parameters of self-organization was formulated and developed. Software has been developed for data processing according to the proposed method. The obtained data on the state of the metal are compared with the method using measurements of the coercive force. The work was carried out within the Russian state task for conducting fundamental scientific research on the topic № 0035-2019-0027, state registration number 01201458047 and the work was supported by RFBR (projects 19-08-00965a, 18-08-00715)

**Key words:** deformation, sample, Dirichlet distribution, self-organization parameter, measurement.

Различные процессы пластической деформации характеризуются четко выраженными стадиями процесса. В настоящее время выявлено, что стадийность пластической деформации обусловлена в значительной мере эволюцией дефектной структуры металлов и сплавов [1]. К сожалению, представление стадий пластической деформации зависимостями  $\sigma = f(\varepsilon)$  (напряжение-деформация),  $\theta = f(\varepsilon)$  и  $\theta = f(\sigma)$ , где  $\theta = d\sigma/d\varepsilon$ , не дает однозначного ответа на вопрос о механизме деформации, а аппроксимация зависимости  $\sigma = f(\varepsilon)$  набором парабол [2] не позволила однозначно идентифицировать эти стадии. Описание стадий пластической деформации и разрушения твердых тел в рамках линейных приближений механики сплошной среды и физики деформационных дефектов [3,4] не решает проблему, связанную с выяснением механизмов генерации деформационных дефектов.

**1.Методика вычисления.** В последние десятилетия стало очевидно, что деформируемое твердое тело есть многоуровневая иерархически организованная система, которая должна описываться в рамках нелинейной механики и неравновесной термодинамики [5,6]. В рамках этой методологии деформируемое твердое тело рассматривается как открытая, сильнонеравновесная в локальных зонах концентраторов напряжений система, в которой в ходе нагружения протекают неравновесные локальные структурные превращения. Их самоорганизация, в заданных граничных условиях нагружения, обуславливает формирование диссипативных структур, эволюция которых определяет характер пластического течения и разрушения материала. Помимо целого ряда факторов, обусловленных в каждом конкретном случае протеканием указанных выше деформационных процессов, каждый из них можно представить как процесс образования – исчезновения элементов свободного объема со статистической моделью распределением Дирихле [7], определенным на  $k$  – мерном симплексе функцией плотности вероятности

$$D(x_1, \dots, x_k) = \frac{\Gamma(a_n)}{\prod_{i=1}^n \Gamma(v_i)} \prod_{i=1}^k x_i^{v_i-1} (1 - \sum_{i=1}^k x_i)^{v_n-1} \quad (1)$$

$$0 \leq \sum x_i \leq 1; v_i \geq 0, \dots, v_n \geq 0; \sum_{i=1}^n v_i = a_n; n = k + 1$$

где  $x_i$  относительное значение концентрации элементов свободного объема, а  $v_i$  имеет смысл скоростей противоположно направленных независимых процессов рождения гибели элементов свободного объема (деформационных дефектов). Такое представление, согласно предложенной Клодом Шенноном [8] термодинамической концепции информации, позволяет рассматривать процессы, протекающие в анализируемой системе, с позиции термодинамики и одного из важнейших ее понятий - энтропии. Для нашего обсуждения важно, что энтропия, как универсальная функция состояния материи, состоит из производства и потока [9]. Энтропия распределения Дирихле, определенная, как

$$H = - \int_x \varphi(x) \log_{\alpha} \varphi(x) dx \quad (1)$$

составляет с точностью до основания логарифма

$$H(v_1, \dots, v_n) = \prod_{i=1}^n \Gamma(v_i - \ln \Gamma(\alpha_n) + (\alpha_n - n)\psi(\alpha_n) - \sum_{i=1}^n (v_i - 1)\psi(v_i) \quad (2)$$

и может быть представлена в виде суммы [7]

$$H(D) = H_i(v_1, \dots, v_n) + H_e(a_n), \quad (3)$$

в которой всегда положительное слагаемое

$$H_i(v_1, \dots, v_n) = \ln \prod_{i=1}^n \Gamma(v_i) - \sum_{i=1}^n (v_i - 1)\psi(v_i) \quad (4)$$

представляет собой, производство энтропии, обусловленное протеканием необратимых процессов. а слагаемое

$$H_e(a_n) = -\ln \Gamma(a_n) + (a_n - n)\psi(a_n) \quad (5)$$

характеризует поток энтропии, отвечающий за процессы взаимодействия с внешней средой путем обмена веществом или энергией. Здесь в (3) и (4)  $\Gamma(x)$  -

гамма функция, а  $\psi(x) = \frac{d}{dx} \ln \Gamma(x)$  - логарифмическая производная гамма

функции. Поскольку распределение (1) полностью определено скоростями независимых процессов  $v_i$ , то представленная им статистическая модель инвариантна не только к виду напряженно-деформированного состояния, но и типу процессов, связанных с пластической деформацией. При  $n \geq 3$  поток энтропии (4) может принимать как положительные, так и отрицательные значения, что в терминах модели распределения Дирихле позволяет рассматривать  $H_e(a_n) < 0$  как одно из условий самоорганизации [9] и, как было показано в [6], может свидетельствовать о процессах упорядочения в зоне локальной дисторсии кристалла в результате возникновения метастабильных дефектных фаз.

**2. Порядок вычисления.** Результат вычисления параметра самоорганизации на основе статистической модели распределения Дирихле (1) достигается тем, что предварительно оцифрованная диаграмма нагружения объема  $N$  значений непрерывно-скользящим методом при шаге смещения на одно значение базовой выборки  $m$  равной 24 значения разбивается на последовательность выборок  $m_i$ , где  $i = 1, \dots, N-m$ . Для каждой выборки  $m_i$  определяются выборочные значения коэффициента асимметрии  $\beta_1$  и показателя эксцесса  $\beta_2$ , по которым находятся параметры формы  $v_i$  последовательности бета-распределений (одномерных распределений Дирихле) [24]. Используя свойства распределения Дирихле, согласно которого, если  $(x_1, \dots, x_k)$  - векторная случайная величина, имеющая  $k$ -мерное распределение Дирихле  $D(v_1, \dots, v_k; v_{k+1})$ , то сумма  $x_1 + \dots + x_k$  имеет бета-распределение  $Be(v_1 + \dots + v_k; v_{k+1})$  [25], проводится свертка следующих друг за другом бета-распределений к последовательности распределений Дирихле. В соответствии с правилами информационно-статистической теории [26], ограничившись десятимерной моделью, проводится определение параметров  $a_i$  распределений Дирихле каждой  $i$ -размерности как

$$\alpha_i = \frac{6(\beta_{2(i)} - \beta_{1(i)} - 1)}{6 + 3\beta_{1(i)} - 2\beta_{2(i)}}, \quad (7)$$

по значению которых вычисляются значения внешней энтропии (3).

По количеству распределений Дирихле в анализируемой выборке  $N$ , имеющих положительное и отрицательное значение внешней энтропии оценивают значение параметра самоорганизации  $S_k$ , в качестве которого принята величина

$$S_k = \frac{\sum iQ_{D-}^i}{\sum iQ_{D+}^i} \quad (8)$$

- отношение суммарного взвешенного  $\sum iQ_{D-}^i$  количества  $Q$  выявленных в анализируемом числовом ряде зарегистрированного сигнала моделей Дирихле  $i$ -ой размерности, имеющих отрицательное значение внешней (потока) энтропии, к суммарному взвешенному  $\sum iQ_{D+}^i$  количеству моделей Дирихле, имеющих положительное значение внешней энтропии.

**3. Эксперимент. Испытания образцов.** Методика вычисления информационной энтропии апробирована при статическом испытании образцов металла на растяжение. При проведении испытаний на растяжение внешнее воздействие заключается в приложении к образцу известной, контролируемой нагрузки [13]. Современные испытательные стенды контролируют прикладываемую к образцу нагрузку с существенно более высокой точностью, чем существующие ранее. Таким образом, можно надеяться, что испытания на растяжения позволят вычислять помимо регламентированных ГОСТ параметров, более тонкую структуру зависимости  $\sigma = f(\varepsilon)$ .

Испытательный стенд представлял собой универсальную испытательную машину фирмы Tinius OIlsen Ltd, модель H100KU.

Попытаемся рассмотреть процессы, протекающие в нагружаемом образце, применив для этого вышеизложенную методику [ 14]. Кривая нагружения с высокой точностью фиксировалась на компьютере испытательного стенда. В качестве индикатора структурного состояния металла вычислялась величина  $S_k$ . Для вычисления разработано соответствующее программное обеспечение.

**4. Результаты.** Диаграмма нагружения представлена на рис.1, где также представлена вычисленная для металла Ст20 величина  $S_k$ .

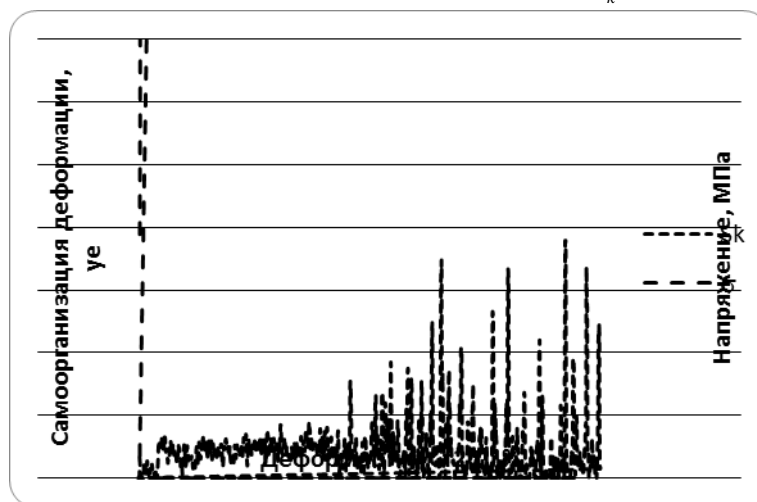


Рис.1. Диаграмма нагружения. Зависимости  $\sigma = f(\varepsilon)$

Исследования проведены на трех плоских образцах разных сплавов: 12X18H10T; 12X17T9АН4 и Ст20 в виде полосы шириной 20 мм с длиной рабочей части 400мм.

Параллельно контролю структурного состояния металла образцов по величине  $S_k$ , проводился контроль по магнитной методике, являющейся традиционной для структурного анализа и неразрушающего контроля [15]. Например, рост коэрцитивной силы  $H_c$  служит индикатором присутствия в материале мартенсита деформации [16]. Значение коэрцитивной силы определяется факторами, препятствующими перемагничиванию образца.  $H_c$  повышается при наличии в образце примесей и других дефектов кристаллической решетки, затрудняющих движение границ доменов.

В проводимом эксперименте изменение коэрцитивной силы в металле при его деформировании измерялось с помощью коэрцитиметра КРМЦ. На рис.2. представлена зависимость между параметром самоорганизации  $S_k$ , коэрцитивной силы и деформаций испытуемого образца.

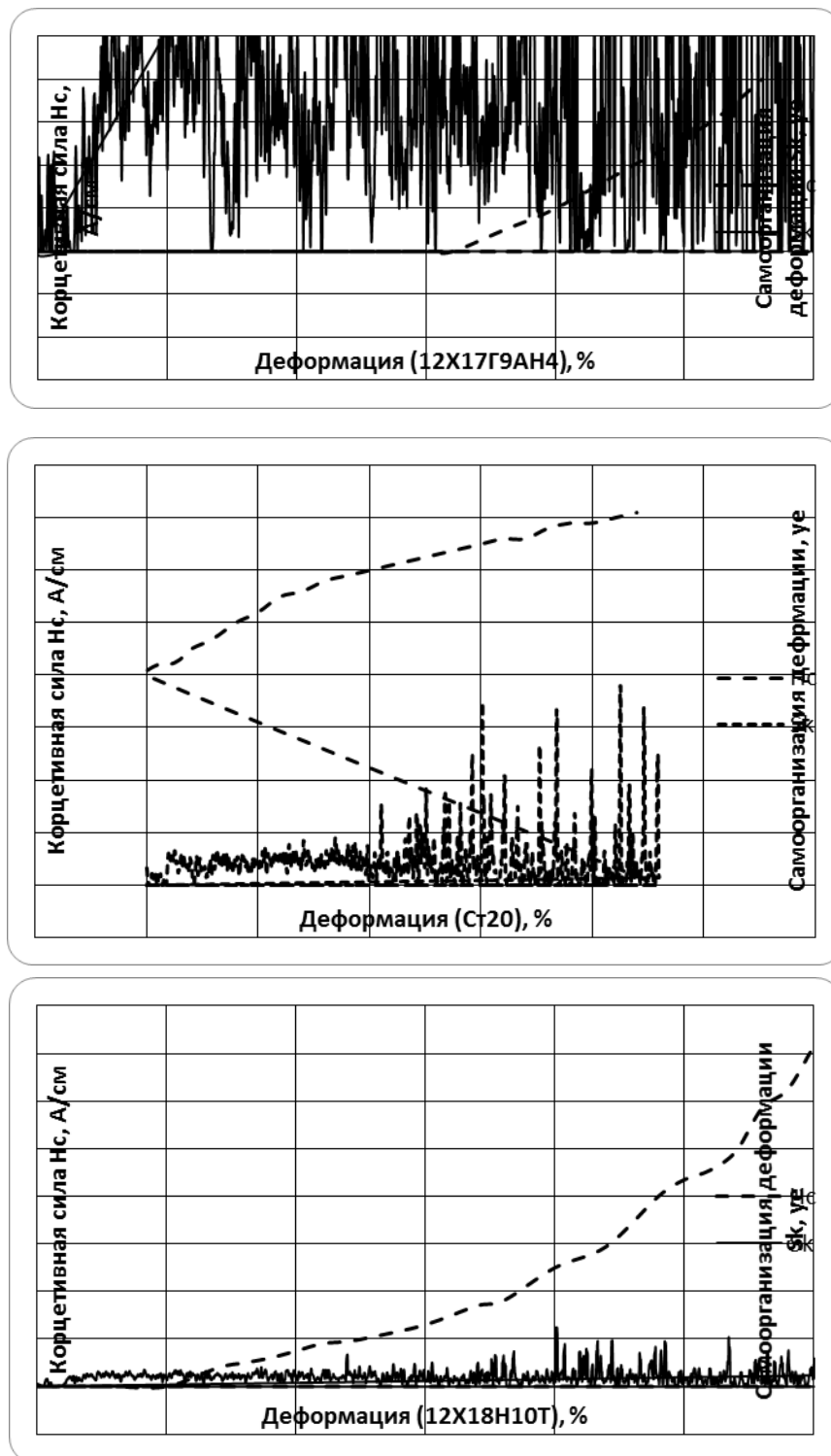


Рис.1. Зависимость между параметром самоорганизации  $S_k$ , коэрцитивной силы и деформаций образца

Увеличение значения параметра самоорганизации свидетельствует об поэтапной перестройки структуры в металле в процессе деформирования.

Наглядно видно, что параметр самоорганизации более подробно отражает процесс пластического деформирования, чем магнитный параметр  $H_c$ .



Поведение параметра самоорганизации отражает сложную стадийность эволюции дефектной структуры, чем традиционный, метод основанный на измерение  $H_c$ . Наглядно этот факт демонстрирует график для образца из Ст20. При деформирование этого образца эволюция структуры практически не отражается в поведение коэрцитивной силы, в то время, как показатель  $S_k$  начиная с 10% деформации фиксирует протекающие структурные превращения вплоть до разрушения.

Полученные данные как магнитных, так и акустических измерений позволяют оперативно проводить контроль конкретного материала и прогнозировать степень его необратимых структурных изменений, что особенно важно на начальных стадиях разрушения конструкционных материалов для предотвращения аварийных ситуаций.

### **Заключение**

Показано применимость распределения Дирихле в качестве статистической модели отражающей стадии эволюции дефектной структуры. Вычисляемый параметр самоорганизации при испытаниях на растяжения может служить помимо регламентированных ГОСТ, дополнительной характеристикой описания стадий пластической деформации и разрушения твердых тел.

*Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований по теме № 0035-2019-0027, № госрегистрации 01201458047 и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 18-08-00715, 19-08-00965)*

### **Литература**

1. Конева Н.А., Козлов Э.В. Современная картина стадий пластической деформации // Вестник ТГУ. 2003. Т. 8. Вып. 4. С. 514-518.
2. Фирстов С.А., Печковский Э.П. Стадийность деформационного упрочнения поликристаллов // Вопросы материаловедения. 2002. № 1(29). С. 70-86.
3. Ишлинский А.Ю., Ивлиев Д.Д. Математическая теория пластичности. М.: Физмамгиз, 2003. 704 с.
4. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
5. Панин В.Е., Егорушкин В.Е., Макаров П.В. и др. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов: Т. 1. Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 1995. 298 с.
6. Панин В.Е., Егорушкин В.Е. Основы физической мезомеханики пластической деформации и разрушения твердых тел как нелинейных иерархически организованных систем // Физическая мезомеханика. 2015. Т. 18. № 5. С. 100-113.

7. Иляхинский А.В., Серeda Ю.С. Статистические модели в задачах зондирования // Известия ВУЗов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 12. С.1502-1505.
8. Shannon C.E.S., Weaver W. The Mathematical Theory of Communications. University of Illinois Press. Urbana, 1949.
9. Пригожин И. Время, структура и флуктуации // Успехи физических наук. 1980. Т. 131. Вып. 2. С. 185-207.
10. Хан Г., Шапиро С. Статистические модели в инженерных задачах. М.: Мир, 1989. 344 с.
11. Уилкс С. Математическая статистика. М.: Наука, 1967. 632 с.
12. Серeda Ю.С. Основы информационно-статистической теории. Н. Новгород: ООО "Типография "Поволжье", 2007. 356 с.
13. ГОСТ 1497-84. Металлы. Методы испытаний на растяжение (с Изменениями N 1, 2, 3)
14. Иляхинский А.В., Родюшкин В.М. Распределение Дирихле в задаче оценки состояния металла методом акустического зондирования // Дефектоскопия. 2015. № 7. С. 13-17.
15. Михеев М.Н. , Горкунов Э.С. Магнитные методы структурного анализа и неразрушающего контроля. М.: Наука, 1993. 252 с.
16. Огнева М.С., Ригмант М.Б., Казанцева Н.В., Давыдов Д.И., Корх М.К. Влияние мартенсита деформации на электрические и магнитные свойства пластически деформированных хромоникелевых сталей // Дефектоскопия. 2017. № 9. С. 35-43.