

Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" <http://mathmod.esrae.ru/>

URL статьи: mathmod.esrae.ru/34-128

Ссылка для цитирования этой статьи:

Шаронов П.А., Балабан О.М., Пчелинцева Е.Г., Гулевич Н.А. Математическая модель распространения неопределенности в измерительных системах // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2021. № 2

УДК 62:389: 398.14: 53.08

DOI: 10.24412/2541-9269-2021-2-23-35

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Шаронов П.А.¹, Балабан О.М.², Пчелинцева Е.Г.³, Гулевич Н.А.⁴

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Саратов, Россия, stalker-scharonov@mail.ru

²Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Саратов, Россия, ombal@mail.ru

³Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Саратов, Россия, alenapchelka@gmail.com

⁴Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Саратов, Россия, gulevich005@mail.ru

Аннотация. Представлен алгоритм расчета распространения информации о неопределенности измерения в измерительной системе модульного типа. Предлагаемый метод, лежащий в основе алгоритма, является довольно общим. Он соответствует одним из наилучших способов оценки неопределенности измерения, наиболее подходящих для практических измерений. Алгоритм достаточно прост в реализации на универсальном или специализированном компьютере.

Ключевые слова: измерительная система, модульная структура, неопределенность измерения, оценка параметров, алгоритм.

MATHEMATICAL MODEL OF UNCERTAINTY PROPAGATION IN MEASURING SYSTEMS

P.A. Sharonov¹, O.M. Balaban², E.G. Pchelintseva³, N.A. Gulevich⁴

¹Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia, stalker-scharonov@mail.ru

²Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia, ombal@mail.ru

³Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia, alenapchelka@gmail.com

⁴Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia, gulevich005@mail.ru

Abstract. An algorithm for calculating the propagation of information about the measurement uncertainty in a modular-type measuring system is presented. The proposed method underlying the algorithm is rather general. It corresponds to one of the best ways to estimate measurement uncertainty, most suitable for practical measurements. The algorithm is quite simple to implement on a general-purpose or specialized computer.

Keywords: instrumentation system, modular structure, measurement uncertainty, parameter estimation, algorithm.

Введение

В измерительных системах до недавнего времени результат измерения представлялся в численном виде, т.е. записывался одним числом. Хотя любое измерение проводится с целью определения значения определенной «измеряемой» величины, ни один результат измерения не может считаться точным; он дает только некоторую оценку этой измеряемой величины. Поэтому необходимо ответить на вопрос о достигаемой точности произведенного измерения. До введения в практику новой концепции неопределенности измерения (НИ), о которой речь пойдет в этой работе, результаты измерения характеризовались погрешностями, когда при записи результата указывался некоторый симметричный относительно этого результата интервал, в пределах которого лежит истинное значение измеряемой величины. Данный подход оказался не совсем удовлетворительным для метрологов. Поэтому была разработана концепция неопределенности полученной оценки измеряемого параметра. Подробнее эта концепция изложена в [1–6]. НИ описывает изменчивость оценки интересующей величины. Совместно измеренное значение и неопределенность определяют диапазон значений, которые можно разумно отнести к измеряемой величине. Отсюда следует, что параметр НИ важен при проектировании и реализации надежных измерительных систем. По мере ужесточения допусков в технологических процессах, что в последние годы проявляется практически во всех высокотехнологических производствах, при оценке соответствия этим допускам значение НИ все более возрастает. В настоящее время НИ играет центральную роль при оценке качества выпускаемой продукции и в стандартах [4–11].

Другая важная инженерная концепция, реализуемая в последние десятилетия в измерительных системах, — модульность конструкции [12–15]. Система, состоящая из модульных компонентов, является гибкой, поскольку конфигурацию можно выбрать из набора взаимозаменяемых частей. Кроме того, хорошо спроектированные модульные компоненты обычно находят множество всевозможных применений, что приводит к экономии затрат на порядок при массовом производстве измерительных средств за счет повторного использования одних и тех же модулей. В измерительных системах модульность основана на микропроцессорной технологии и использовании стандартных интерфейсов связи между различными компонентами. С тех пор, как эти инструменты стали доступны около сорока лет назад, «автоматизация» сбора данных и управления ими стала повсеместной. В настоящее время, стремясь к дальнейшему повышению модульности, индустрия тестирования и измерений гармонизирует общеотраслевые стандарты для интерфейсов связи модулей измерительной системы [16–18].

Контрольно-измерительные системы редко выдают сведения о неопределенности в явном виде. Чаще в контексте конкретного измерения справочники и протоколы калибровки необходимо дополнительно изучать и

интерпретировать. В сложных модульных системах взаимосвязь между неопределенностью измеряемой величины и неопределенностью, вносимой конкретным модулем, может быть неочевидной. Возможность смены модулей еще больше усложняет ситуацию. В этом отношении важно отчетливо представлять разницу между взаимозаменяемостью измерительных приборов или отдельных их модулей, основанную только на функции преобразования, связывающую входную и выходную величины прибора (модуля), и взаимозаменяемостью, основанную на НИ, вносимой конкретной функцией преобразования. Например, ряд различных приборов может измерять постоянный ток в определенном диапазоне токов и один измеритель можно заменить другим, однако погрешности измерений различных приборов вряд ли будут сопоставимы. Ясно, что когда в системе, ориентированной на достижение какого-то конкретного показателя, характеризующего качество измерения, ее отдельные компоненты или модули могут быть заменены по каким-то причинам, то достигаемую после замены точность предсказать трудно. Это означает, что для гарантии достижения требуемых характеристик могут потребоваться трудоемкие повторные тестирование и проверка. В то время как технология модульных систем постоянно совершенствуется, алгоритмическая и программная поддержка для определения и расчета НИ катастрофически отстает от требований времени. Современные модульные измерительные системы не имеют простого способа автоматической оценки НИ, что значительно увеличивает нагрузку на испытания и валидацию критически важных систем. Поэтому представляется, что с повсеместным внедрением современных «интеллектуальных» средств в науку, производство и общечеловеческую деятельность становится возможным добиться большего. Неопределенность, присущая использованию конкретного инструмента, известна его разработчикам. Таким образом, к этой информации можно получить удобный доступ с помощью программного обеспечения (по сути, эквивалент того, что обычно приводится в таблицах в руководствах по приборам), с учетом конфигурации прибора и данных калибровки. В стандарте IEEE 1451.1 [19] для «интерфейса интеллектуального чувствительного элемента» (ЧЭ, первичного преобразователя) предусмотрена выдача информации и составление отчетности о неопределенности измерения, что побуждает разработчиков делать это.

В предлагаемой работе разрабатывается концепция, утверждающая, что надлежащее проектирование измерительных систем позволит автоматически оценивать НИ и рассчитывать ее распространение от ЧЭ к устройству выдачи измеренной информации. Авторы представляют простой метод, который можно использовать для получения динамической и непротиворечивой интерпретации неопределенности системы. Этот метод гарантирует, что при изменении модульных компонентов расчеты неопределенности автоматически отражают новую конфигурацию системы. Методика строго соответствует рекомендациям стандартов по выражению неопределенности в измерениях [1, 4–6],

рекомендациям Международной организации по стандартизации (*International Organization for Standardization*, ISO), которые широко признаны как одни из самых актуальных и передовых методик в этой области [2, 3, 20]. Существует эквивалентный документ Американского национального института стандартов (*American National Standards Institute*, ANSI) [21], а также рекомендации, подготовленные Национальным институтом стандартов и технологий (*National Institute of Standards and Technology*, NIST) [22].

1 Алгоритм расчета распространения неопределенности

В этом разделе описывается алгоритм распространения величин НИ между последовательными модулями измерительной системы. Далее в работе полагается, что измерительная система состоит из последовательности физических или логических модулей (компонентов системы), в задачу которых входит последовательное измерение, преобразование и выдача результатов измерения для их последующего использования и/или хранения. Однако понятие модуля также может быть расширено до абстрактных математических выражений, что может упростить разработку программного обеспечения [23].

Каждый модуль должен иметь, по крайней мере, один выход, при этом он может иметь несколько входов. Модуль может использоваться для выполнения некоторых промежуточных действий, являющихся составной частью более сложной процедуры измерения, или для преобразования значений промежуточных результатов. С математической точки зрения систему измерения можно описать с помощью функции:

$$x_s = g_s(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

где параметры x_1, x_2, \dots, x_n представляют собой значения входов, каждый из которых вносит свою составляющую неопределенности в конечный результат x_s . Если система составлена из нескольких модулей, то ее функция измерения (1) может быть разложена на набор функций измерения составляющих ее модулей:

$$x_i = g_i(L_i), \quad (2)$$

где x_i — выход модуля i , а L_i — набор его входов (L_i должен быть подмножеством $\{x_j\}$, где $j=1, 2, \dots, i-1$). При этом индексы модуля назначаются так, что $i > j$, где j — индекс любого члена из подмножества L_i .

Измерительную систему удобно иногда представить в виде древовидной структуры, когда модуль, выдающий конечный результат x_s , считается «корнем» дерева, а модули, представляющие собой конечные ЧЭ, считаются «листьями». Тогда для системы, состоящей из m модулей, из которых l являются модулями-листьями, ее выход x_s может быть вычислен рекурсивно. Модуль-корень вызывает свои входные модули, которые, в свою очередь, вызывают свои входы, и так далее, вплоть до входов от модулей-листьев ($x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+l-1}$). После этого процесс развивается в обратную сторону, в течение которого вызываемые модули возвращают свои выходные значения вызывающим их объектам. Последовательный обсчет возникающего потока

данных в этом случае можно рассматривать как методику для оценки x_s . Итеративно ее можно выразить как:

$$x_i = g_i(L_i), \quad i = 1, \dots, k-1 \cup k+l, \dots, m. \quad (3)$$

Здесь следует заметить, что каждый шаг в выражении (3) связан с одним модулем и его непосредственными входами. Это отражает топологию внутренних соединений системы. Конечная оценка результата измерения всей системой получается как результат распространения данных от листовых модулей к модулю-корню, в котором задействованы все модули измерительной системы.

Уравнение (3) используется в неявном виде (задействована вся система модулей для оценки желаемого результата). Здесь важно то, что аналогичный алгоритм можно использовать для оценки неопределенности результата измерения. Пусть $u_j(x_i)$ представляет собой составляющую неопределенности, присутствующую в выходе модуля x_i из-за действия неопределенности на выходе модуля x_j . Здесь используется нотация, принятая в [1]. Тогда составляющая неопределенности, возникшая на выходе модуля x_j , в конечном результате $u_j(x_s)$ может быть вычислена итеративно для любого заданного j с помощью соотношения:

$$u_j(x_i) = \sum_{x_k \in L_i} \frac{\partial g_i}{\partial x_k} u_j(x_k), \quad i = 1, \dots, k-1 \cup k+l, \dots, \quad (4)$$

Последнее выражение есть результат применения правил вычисления частных производных в сочетании с правилами, регулирующими распространение неопределенности, которые подробнее описаны в следующем разделе. Соотношение (4) является основным при расчете НИ. В нем порядок итераций такой же, как в (3), а входные данные, необходимые в правой части (4), берутся из списка входов модуля L_i . Следовательно, шаг итерации в (4) представляет собой вычисление, которое может быть выполнено в соответствующем модуле. Отсюда следует, что оценка НИ системы может быть делегирована ее модулям: каждый модуль может оценивать компоненты неопределенности, относящиеся к его выходному значению. Это будет показано более подробно в разделе 3 настоящей работы.

2 Рекомендации стандартов по расчету неопределенности на практике

Пусть измеряемая величина X_m зависит от некоторых параметров X_1, X_2, \dots, X_l и описывается известной функцией $X_m = g(X_1, X_2, \dots, X_l)$, которая согласно стандартам [1, 4] интерпретируется как функция, учитывающая влияние всех факторов, включая все поправки и поправочные коэффициенты, которые могут внести значительный вклад в неопределенность результата измерения. Величины X_1, X_2, \dots, X_l и X_m — суть случайные величины, однако параметры, описывающие их распределения (а также первые и вторые моменты, т.е. среднее и стандартное отклонение), точно не известны. Для оценки измеряемой величины стандарты рекомендуют использовать оценки средних x_1, x_2, \dots, x_l , случайных параметров X_1, X_2, \dots, X_l , тогда:

$$x_m = g_s(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (5)$$

Неопределенность оценки измеряемой величины x_m зависит от неопределенностей оценок параметров x_1, x_2, \dots, x_l и от вида функции g . Стандарты [1, 4] рекомендуют производить расчет неопределенности измеряемой величины в линейном приближении, т.е. путем разложения функции g в ряд Тейлора вплоть до линейных членов. Тогда вклад каждого отдельного параметра x_i в итоговую неопределенность измеряемой величины x_m будет:

$$u_i(x_m) = \frac{\partial g}{\partial x_i} u(x_i), \quad (6)$$

где в выражении (6) $u(x_i)$ — оценка стандартного отклонения величины x_i , а частная производная более формально может быть записана как:

$$\frac{\partial g}{\partial x_i} = \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{x_1, x_2, \dots, x_l}.$$

Итоговая стандартная неопределенность x_m представляет собой квадратный корень из суммы квадратов отдельных составляющих [1, 4]:

$$u_c(x_m) = \sqrt{\sum_{i=1}^l u_i^2(x_m)} = \sqrt{\sum_{i=1}^l \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} \quad (7)$$

при условии, что входные величины $u(x_i)$ не коррелированы. При наличии корреляции между ними итоговую стандартную неопределенность результата измерения следует оценивать, используя вместо (7) следующее соотношение:

$$u_c(x_m) = \sqrt{\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \frac{\partial g}{\partial x_j} \frac{\partial g}{\partial x_i} u(x_j) u(x_i) \rho(x_j, x_i)},$$

где $\rho(x_i, x_j) = r(x_i, x_j) / [u(x_i)u(x_j)]$ — коэффициент корреляции, а $r(x_i, x_j)$ — оценка ковариации параметров X_i и X_j [24, 25].

Для расчета степеней свободы итоговой неопределенности следует пользоваться соотношением, которое в [1] названо формулой Велча-Саттертуэйта (*Welch-Satterthwaite*):

$$\frac{u_c^4(x_m)}{v_m} = \sum_{i=1}^l \frac{u_i^4(x_i)}{v_i},$$

но она неприменима при наличии корреляций. В последнем выражении v_m и v_i — число степеней свободы для оценок стандартных отклонений итоговой неопределенности и неопределенностей отдельных влияющих величин, соответственно.

3 Пример

Предположим, что измерительная система разрабатывается для оценки электрической мощности по измерению разности потенциалов в калиброванном резисторе R . Если x_1 — это измеренное напряжение, то мощность определяется из известного выражения [26]:

$$x_s = \frac{x_1^2}{R}, \quad (8)$$

Как известно, сопротивление резистора зависит от температуры:

$$R = R_0[1 + \alpha(x_2 - T_0)], \quad (9)$$

где x_2 — результат измерения температуры; α — температурный коэффициент сопротивления; R_0 — сопротивление резистора при температуре T_0 .

Кроме того, будем полагать, что на выходе модулей измерения напряжения и температуры измерительная информация имеет цифровой вид, позволяющий вводить данные непосредственно в используемый вычислительный модуль. Поэтому неопределенность аналого-цифровых преобразователей и согласующих усилителей уже содержится в неопределенностях величин x_1 и x_2 , а неопределенностями параметров α , R_0 и T_0 можно пренебречь. Также естественно предположить, что показания датчиков статистически независимы. Поэтому система измерения реализована на трех модулях: цифровые датчики напряжения и температуры, а также модуль обработки (например, компьютер), которому передаются выходные сигналы обоих датчиков. Модули датчиков рассматриваются как «черные ящики», и процессы, происходящие в них, скрыты. Тем не менее, оба датчика позволяют модулю обработки получить информацию об их стандартных отклонениях НИ напряжения $u(x_1)$ и температуры $u(x_2)$. Теперь рассмотрим подробнее функцию преобразования модуля обработки, которая получается из выражений (8) и (9):

$$x_s = g_s(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{R_0[1 + \alpha(x_2 - T_0)]}. \quad (10)$$

Теперь вклад каждого из рассматриваемых двух факторов в результирующую НИ оценивается с помощью соответствующих стандартных отклонений. Эти стандартные отклонения оцениваются из выражения (4). В нашем случае список $L_3 = \{x_1, x_2\}$ состоит из двух переменных, поэтому формулы (4) можно выписать в явном виде:

$$\begin{cases} u_1(x_3) = \frac{\partial g_3}{\partial x_1} u_1(x_1) + \frac{\partial g_3}{\partial x_2} u_1(x_2); \\ u_2(x_3) = \frac{\partial g_3}{\partial x_1} u_2(x_1) + \frac{\partial g_3}{\partial x_2} u_2(x_2). \end{cases} \quad (11)$$

Все частные производные, входящие в (11), получаются из (10):

$$\frac{\partial g_3}{\partial x_1} = \frac{2x_1}{R_0[1 + \alpha(x_2 - T_0)]} \quad \text{и} \quad \frac{\partial g_3}{\partial x_2} = \frac{-\alpha x_1^2}{R_0[1 + \alpha(x_2 - T_0)]^2}. \quad (12)$$

Уравнения (11) и (12) определяют итоговую НИ мощности в рассматриваемом случае.

В этом примере существует соблазн использовать статистическую независимость двух входов и считать, что $u_1(x_2) = u_2(x_1) = 0$, после чего в выражении (11) в правых частях останется только по одному члену, и оно

значительно упростится. Однако при описании вышеприведенного решения авторы сознательно избегали этого, чтобы не нарушать «модульности» вычислительного модуля. В принципе, возможно, что датчики, выдающие на выходах оценки x_1 и x_2 , впоследствии заменяются иными измерителями, которые имеют явную зависимость от других физических величин, не рассматриваемых в этом примере. Например, новые датчики могут быть чувствительны к температуре окружающей среды, что внесет в систему еще один входной модуль (температура окружающей среды) и изменит топологию подключения модулей (температура будет общим входом для новых модулей 1 и 2). Или при измерениях температуры будут использоваться методики ее уточнения, описанные в работах [27–36]. Поэтому более общее представление (11) и (12) позволяет системе правильно функционировать, несмотря на существенные изменения в расчетах общей НИ.

4 Обсуждение

Оценка НИ в соответствии с уравнением (4) распределяется между модулями измерительной системы. Каждый модуль оценивает составляющую неопределенности в собственном выходном сигнале, используя информацию, получаемую с его входов, тем самым выполняя рекурсивное оценивание НИ. Подобный метод стал возможным благодаря природе уравнений, рекомендованных в стандартах [1, 4], и наиболее подходит для сложных модульных систем. Однако следует помнить, что в основе подхода к распространению и интерпретации НИ, предложенного в этих стандартах, лежит несколько важных допущений. Во-первых, предполагается, что неопределенность, связанная с измеряемой величиной, является случайной и может быть аппроксимирована нормальным распределением с нулевым средним (распределением Гаусса [25]), но все остальные параметры (входные) могут иметь произвольные распределения. Во-вторых, предполагается, что функция измерения в окрестности точки измерения может считаться линейной относительно факторов, связанных с НИ. Если эти допущения не верны, предлагаемый метод не может применяться.

Вопросы реализации не обсуждались, потому что они зависят от выбора технологии программного обеспечения, а также от требуемой производительности и функциональности. Некоторые примеры доступны на языке C++ [37]. Предлагаемый метод может быть применен к сложным системам с использованием существующей инструментальной технологии (т.е. без встроенной функции расчета неопределенности). В этом случае разработчик системы самостоятельно подготавливает функцию расчета неопределенности на основе информации, предоставленной производителем. Этот вид программного обеспечения, предоставляемого проектировщиком, аналогичен идее «модуля управления ролями» (МУР, *Role control module*, RCM) для программных средств, обсуждаемого в [18]. МУР определяет общие функции прибора, требуемые от него конкретной системой. Поэтому задача написания

программного средства для формирования функции расчета НИ применима только к конкретным режимам работы, требуемым МУР.

На самом деле, разработку программного обеспечения, поддерживающего этот метод, можно значительно упростить, расширив концепцию модуля на абстрактные элементы измерительной функции прибора. Применяя методы объектно-ориентированного программирования к разработке программного обеспечения, необходимость в явном выражении производных модульных функций может быть полностью устранена; в рассмотренном выше примере нет необходимости выводить уравнения (11) и (12). Вместо этого можно собрать набор программных объектов, представляющих функцию модуля, которые оценивают как значения функции, так и неопределенности. Этот метод более подробно описан в [37].

Чтобы результат измерения считался надежным, процедура измерения должна быть наглядно «прослеживаемой» до первичных эталонов, а неопределенности должны быть определены количественно [7–9, 20]. Прослеживаемые измерения становятся все более востребованными, поскольку они несут гарантию качества и надежности. Анализ вкладов неопределенности в конкретную процедуру измерения — задача, требующая специальных навыков в оценке неопределенностей в измерениях. Однако должно быть ясно, что, придерживаясь общих руководящих принципов и имея дело с расчетами неопределенности на уровне модуля, а не на уровне системы, расчеты неопределенности системы будут упрощены. Также будет проще тестировать и проверять системы, потому что модули можно обрабатывать независимо. Таким образом, в общих чертах описанные здесь методы помогут разработать и поддерживать сложные системы измерения.

Заключение

Применяя простой предлагаемый в работе рекурсивный метод расчета НИ, можно получить информацию о распространении НИ в модульной измерительной системе, которая возникает благодаря действию модулей, составляющих эту систему. Такая система должна содержать модули, которые сообщают о неопределенности с помощью функции программного обеспечения интерфейса связи. Модули вычисляют неопределенность собственных выходных данных в соответствии с предлагаемым рекурсивным методом, что позволяет проследить распространение НИ во всей системе. Таким образом, расчет неопределенности распределяется между модулями системы. Подобный подход способен рассчитать самосогласованные значения неопределенностей, которые выявляют индивидуальный вклад каждого модуля системы. Конструкция позволяет заменять модули способом *plug-and-play* без нарушения целостности системы. Это также позволяет модулям изменять значения неопределенности в зависимости от рабочей точки измерения.

Библиографический список

1. ISO/IEC GUIDE 98-3:2008. Uncertainty of measurement — Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement. – Geneva: ISO, 2010. – 120 p.
2. Измерения длины в Древней Греции: неопределенность стандартов в золотой век Олимпийских игр / О.М. Балабан, В.В. Балабан, А.А. Львов, М.С. Светлов // Проблемы управления, обработки и передачи информации (УОПИ-2018): сб. тр. VI Междунар. науч. конф.- Саратов: ООО СОП «Лоди», 2019. – С. 611 -620.
3. Taylor J.R. An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements / J.R. Taylor. – University Science Books, 1997. – 327 p.
4. ГОСТ Р 54500.1—2011/Руководство ИСО/МЭК 98-3:2008. Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. – М.: Стандартинформ, 2011. – 57 с.
5. ГОСТ Р 54500.1—2011/Руководство ИСО/МЭК 98-1:2009. Неопределенность измерения. Часть 1. Введение в руководство по неопределенности измерения. – М.: Стандартинформ, 2012. – 24 с.
6. ГОСТ Р 34100.1- 2017/ ISO/IEC Guide 98-1:2009. Неопределенность измерения. Часть 1. Введение в руководства по выражению неопределенности измерения. – М.: Стандартинформ, 2018. – 22 с.
7. Применение метода неопределенности для анализа погрешностей многополюсного рефлектометра / А.А. Солопекина, А.А. Львов, Н. Семежев, Н.С. Вагарина // Надежность и качество: тр. Междунар. симп.: в 2 т. – Пенза: ПГУ, 2017. – Т. 2. – С. 136-139.
8. Solopekina, A.A. Calculation of measurement uncertainties of multi-port transmission line reflectometer / A.A. Solopekina, A.A. L'vov, N. Semezhev // Proc. 2014 Int. Conf. on Actual Problems of Electron Devices Engineering. Saratov, Russia: IEEE, 2014. – P. 356-362.
9. Львов, А.А. Расчет неопределенностей измерения характеристик многозондовой измерительной линии / А.А. Львов, А.А. Солопекина, Н.Семежев // Компьютерные науки и информационные технологии: материалы Междунар. науч. конф. – Саратов: Издат. центр «Наука», 2016. – С. 396-400.
10. Application of the Uncertainty Method for Analysis of Multi-Port Correlator Accuracy /A.A. Solopekina, N. Semezhev, A.A. L'vov et al. // Proc. 2017 IEEE Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conf. – St. Petersburg, Russia: IEEE, 2017. – P. 505-509.
11. Анализ модели многозондовой измерительной линии и расчет неопределенностей измерения с ее помощью / А.А. Львов, Н. Семежев, А.А. Солопекина, О.М. Глухова // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика, 2019. - № 4. – С. 141-151. DOI: 10.24143/2072-9502-2019-4-141-151.
12. Будай, А.Г. Разработка концепции построения аппаратно-программного комплекса модульной конструкции для определения характеристик

- антенных систем по измерениям в ближней зоне / А.Г. Будаев, А.П. Гринчук, А.В. Громыко // Приборы и методы измерений. 2017. – Т. 8. – №2. –С. 151-159.
13. Дробынин, М.Е. Системный подход к моделированию пьезорезистивных датчиков микроэлектромеханических систем / М.Е. Дробынин // Современные проблемы биофизики, генетики, электроники и приборостроения: материалы IV Всерос. семинара памяти профессора Ю.П. Волкова.– Саратов: Саратовский источник, 2018. – С. 39–48.
 14. Львов А.А. Построение автоматизированной системы контроля и испытаний датчиков давления / А.А. Львов, В.В. Киселев, А.Ю. Николаенко // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-26: сб. трудов XXVI Междунар. науч. конф.: в 12 т. – Н.Новгород: Нижегородский гос. тех. ун-т., 2013. – Т. 10. – № 10-2 (59). – С. 99-101.
 15. L'vov, A.A. Radar-Based Wireless Sensor Network for Distributed Measurement Systems / A.A. L'vov; D.V. Klenov; S.A. Kuzin et al. // Proc. of Int. Conf. on Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). – Minsk, Belarus: IEEE, 2018. – P. 1-6. DOI: 10.1109/SYNCHROINFO.2018.8457040/
 16. Lee, K.B. Internet-based distributed measurement and control applications / K.B. Lee, R.D. Schneeman // IEEE Instrum. Meas. Mag., 1999. – No. 6. – P. 23–28.
 17. Licht, T.R. The IEEE 1451.4 proposed standard IEEE / T.R. Licht // Instrum. Meas. Mag., 2001. – No. 3. – P. 12–16.
 18. Mueller, J. Architecture drives test system standards IEEE / J. Mueller, R. Oblad // Spectrum, 2000. – No. 9. – P. 68-75.
 19. IEEE Std 1451.1-1999 «IEEE Standard for a Smart Transducer Interface for Sensors and Actuators – Network Capable Application Processor Information model». – New York: IEEE, 2000. – 480 p.
 20. Малука, Л.М. Неопределенность измерений как критерий аккредитации калибровочной лаборатории и подготовки инженера-метролога / Л.М. Малука, И.Т. Заика, С.В. Брагин // Научные труды КубГТУ, 2018.– № 7. – С. 40-49.
 21. ANSI/NCSL Z540-2-1997, American National Standard for Expressing Uncertainty – U.S. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. – Boulder: NCSL, 1998. – 212 p.
 22. Taylor, B.N. Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results (NIST Technical Note 1297) / B.N. Taylor, C.E. Kuyatt. – Gaithersburg, NIST, 1994. – 25 p.
 23. Hall, B.D. Automatic uncertainty calculation for smart measurement systems / B.D. Hall, R. Willink // Proc. of the First ISA/IEEE. Sensors for Industry Conference. – Rosemount: IEEE, 2001. – P. 290–295.
 24. Мусатов, М.В. Анализ моделей метода наименьших квадратов и методов получения оценок / М.В. Мусатов, А.А. Львов // Вестник Саратовского

- государственного технического университета. –2009. – № 4(43). – С.137-141.
25. Львов, А.А. Основы статистической обработки измерительной информации в задачах автоматического управления: учеб. пособие для студ. вузов / А.А. Львов. – Саратов: СГТУ, 2005. – 84 с.
 26. Львов, А.А. Неоднозначность методов измерения реактивной мощности в промышленных сетях переменного тока / А.А. Львов, И.И. Артюхов, М.А. Соломин // Проблемы управления, обработки и передачи информации: сб. тр. IV Междунар. науч. конф.: в 2 т. – Саратов: Издат. дом «Райт-Экспо», 2015. – Т. 2. – С. 164-172.
 27. Николаенко, А.Ю. Компенсация температурной погрешности интеллектуальных датчиков давления / А.Ю. Николаенко, А.А. Львов, П.А. Львов // Надёжность и качество: тр. Междунар. симп.: в 2 т. – Пенза: ПГУ, 2014. – Т. 2. – С. 57-59.
 28. Gureyev, V.V. High accuracy semiautomatic calibration of industrial RTDs / V.V. Gureyev, A.A. L'vov // Proc.IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conf., IMTC 2007. –Warsaw, Poland: IEEE, 2007. – P. 31-36.
 29. Метод компенсации ошибки измерения сопротивления резистивных датчиков температуры в токовой петле / А.А. Шевченко, В.В. Гуреев, В.А. Пыльский, А.А. Львов // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2009. – № 2(43). – С. 45-49.
 30. Компенсация температурной погрешности пьезорезистивных датчиков давления с помощью полумостовой схемы: результаты эксперимента /М.Е. Дробынин, П.А. Львов, А.А. Львов, О.А. Торопова // Надёжность и качество: сб. тр. Междунар. симп.: в 2 т. – Пенза: ПГУ, 2017. – Т. 2. – С. 409-414.
 31. Компенсация температурной погрешности пьезорезистивных датчиков давления с помощью полумостовой схемы: анализ метода / М.Е. Дробынин, П.А. Львов, А.А. Львов, Н.И. Мельникова // Надёжность и качество: сб. тр. Междунар. симп.: в 2 т. – Пенза: ПГУ, 2017. – Т. 2. – С. 85-88.
 32. High Accuracy Impedance Measurements of the Rootage System Used in Investigating its Condition by the EIS Method / A.A. Askarova, A.A. L'vov, S.A. Kuzin et al. // Proc. of the 2017 IEEE Russia Section Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conference. – St.Petersburg, Russia: IEEE, 2017. – P. 631-634.
 33. Гуреев, В.В. Метод цифровой динамической компенсации саморазогрева чувствительного элемента термометров / В.В. Гуреев, А.А. Львов // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2008. – № 1(36). – С. 82-90.
 34. Применение формирователя сигнала параметрических датчиков «токовая петля» для измерения температуры / А.А. Шевченко, А.А. Львов, В.В. Гуреев, В.А. Пыльский // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2010. – № 2(50). – С. 17-20.

35. Николаенко, А.Ю. Разработка программного обеспечения для компенсации температурной погрешности датчиков давления / Николаенко А.Ю., Львов А.А. // Математические методы в технике и технологиях: в 13 т. – Н. Новгород: НГТУ, 2013. – Т. 13-1(59). – С. 147-149.
36. Методика компенсации температурной погрешности интеллектуальных датчиков давления / А.Ю. Николаенко, А.А. Львов, П.А. Львов и др. // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2014.– № 1(77). – С. 154-160.
37. Hall, B.D. Calculating measurement uncertainty using Automatic Differentiation / B.D. Hall // Measurement Science Technologies, 2002. – Iss. 13. – P. 421–427