

Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" <http://mathmod.esrae.ru/>

URL статьи: mathmod.esrae.ru/39-148

Ссылка для цитирования этой статьи:

Галкина С.А., Барулина М.А., Кондратов Д.В., Окуньков С.В., Улитин И.В. Влияние параметров размерно-зависимого чувствительного элемента микромеханического гироскопа на его эксплуатационные характеристики // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2022. №3

УДК 532.517.2:539.3

DOI: 10.24412/2541-9269-2022-3-22-26

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАЗМЕРНО-ЗАВИСИМОГО ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА НА ЕГО ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Галкина С.А.¹, Барулина М.А.^{1,2}, Кондратов Д.В.^{1,2,3},
Окуньков С. В.^{1,2}, Улитин И.В.^{1,2}

¹Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия, Саратов,
lab2@iptmuran.ru

²Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,
Россия, Саратов, lab2@iptmuran.ru

³Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Россия, Саратов, lab2@iptmuran.ru

IMPACT THE PARAMETERS OF A SIZE-DEPENDENT SENSING ELEMENT OF A MICROMECHANICAL GYROSCOPE ON ITS PERFORMANCE CHARACTERISTICS

Galkina S.A.¹, Barulina M.A.^{1,2}, Kondratov D.V.^{1,3},
Okunkov S. V.^{1,2}, Ulitin I. V.^{1,2}

¹Institute of Precision Mechanics and Control, Russian Academy of Sciences, Russia,
Saratov, lab2@iptmuran.ru

²Saratov National Research State University Named After N.G. Chernyshevsky;
Russia, Saratov, lab2@iptmuran.ru

³Yuri Gagarin State Technical University of Saratov,
Russia, Saratov, lab2@iptmuran.ru

Аннотация. Исследован вопрос влияния параметров размернозависимого чувствительного элемента микромеханического гироскопа на его эксплуатационные характеристики. Построена модель нестационарной деформации плоского чувствительного элемента микромеханического гироскопа как размернозависимой ортотропной прямоугольной тонкой пластины с использованием теории деформации пластин третьего порядка и новой модифицированной теории упругости. Получено аналитическое решение задачи о собственных колебаниях такого чувствительного элемента. Оценено влияние размерно-зависимых параметров на динамическую настройку гироскопа и, как следствие, его

эксплуатационные характеристики.

Ключевые слова: микромеханические гироскопы, колебания, размернозависимая пластина, чувствительный элемент, неклассическая теория упругости

Abstract. The impact of parameters of the micromechanical gyroscope size-dependent sensing element on its performance characteristics has been studied. A mathematical model of a non-stationary deformation of a micromechanical gyroscope sensing element as a size-dependent orthotropic rectangular thin plate is constructed using the third order plate deformation theory and the modified theory of elasticity. An analytical solution of the natural oscillations' problem for such sensing element is obtained. The effect of size-dependent parameters on the dynamic tuning of the gyroscope and, as a result, its operational characteristics is estimated.

Keywords: micromechanical gyroscopes, oscillations, size-dependent plate, sensitive element, non-classical theory of elasticity

Введение

Тенденция к уменьшению размеров микромеханических гироскопов и, как следствие, их компонентов привела к необходимости адаптации классических теорий упругости к изучению динамической и статической деформации объектов, эффективные размеры которых уже предполагают необходимость учета неоднородности их материала. К настоящему времени не выработано единого мнения, какие размеры требуют использования неклассических теорий упругости, но большинство публикаций посвящено рассмотрению объектов, эффективные размеры которых лежат в пределах от 20 до 300 нм [1-3]. Так как уже существуют патенты на микромеханические датчики [4, 5], в которых чувствительные элементы имеют подобные размеры, то задача оценки степени влияния значений размерно-зависимых параметров чувствительных элементов на эксплуатационные характеристики этих датчиков.

Математическая модель

Рассмотрим чувствительный элемент в виде плоской прямой ортотропной пластины высоты h и плотности ρ . На верхнюю грань приложена распределенная нестационарная нагрузка $q(t, x_1, x_2)$. Система координат показана на рис. 1.

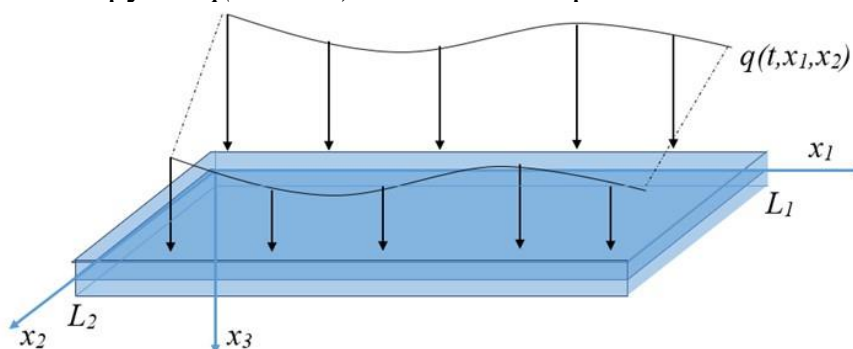


Рис.1. Чувствительный элемент в виде прямой ортотропной пластины

Авторами ранее [6, 7] были получены уравнения движения такой пластины и построено аналитическое решение в случае свободно опертой пластины в виде двойного ряда Фурье:

$$\begin{aligned}
 u_0 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{nm}(t) \cos(\alpha_n x_1) \sin(\beta_m x_2) & v_0 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} V_{nm}(t) \sin(\alpha_n x_1) \cos(\beta_m x_2) \\
 w_0 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{nm}(t) \sin(\alpha_n x_1) \sin(\beta_m x_2) & \phi_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \Psi 1_{nm}(t) \cos(\alpha_n x_1) \sin(\beta_m x_2) \\
 \phi_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \Psi 2_{nm}(t) \sin(\alpha_n x_1) \cos(\beta_m x_2) & \alpha_n &= \frac{n\pi}{L_1}, \beta_m = \frac{m\pi}{L_2}
 \end{aligned}$$

где u_0, v_0, w_0 – перемещения точек срединной поверхности ЧЭ в направлении осей x_1, x_2, x_3 соответственно, ϕ_1, ϕ_2 – углы поворота поперечного сечения ЧЭ относительно осей x_2, x_1 .

Собственные частоты такого ЧЭ будут находиться в результате решения матричного уравнения [6]:

$$(S^{cl} + S^{ncl} - \omega_{nm}^2 M^{cl}) V^{(0)} = 0, \quad (1)$$

где S^{cl}, S^{ncl} – классическая и неклассические матрицы; M^{cl} – классическая часть матрицы кинетической энергии; $V^{(0)} = (U_{nm}^0 \ V_{nm}^0 \ W_{nm}^0 \ \Psi 1_{nm}^0 \ \Psi 2_{nm}^0)^T$ – вектор, компоненты которого определяют моды колебаний:

$$\begin{aligned}
 U_{nm}(t) &= U_{nm}^0(t) e^{i\omega t} & V_{nm}(t) &= V_{nm}^0(t) e^{i\omega t} & W_{nm}(t) &= W_{nm}^0(t) e^{i\omega t} \\
 \Psi 1_{nm}(t) &= \Psi 1_{nm}^0(t) e^{i\omega t} & \Psi 2_{nm}(t) &= \Psi 2_{nm}^0(t) e^{i\omega t}
 \end{aligned}$$

Численное моделирование

Собственные частоты ω_{nm} , МГц, ЧЭ как ортотропной свободно опертой пластины при различных l_3 показаны ниже:

	$n = 1, m = 1$	$n = 2, m = 1$	$n = 1, m = 2$	$n = 3, m = 1$	$n = 1, m = 3$
$l_3 = 0$					
U_{nm}^0	24.5899	46.9845	45.8241	60.4056	67.8134
V_{nm}^0	36.4089	30.8675	66.2657	39.5176	97.4348
W_{nm}^0	1.8347	2.9847	6.0927	4.8641	12.9882
$\Psi 1_{nm}^0$	429.3768	429.8315	434.1927	383.8177	442.0127
$\Psi 2_{nm}^0$	380.1515	381.5337	382.0927	430.5897	385.324
$l_3 = 0.5 \text{ h}^{-1}$					
U_{nm}^0	26.9187	46.991	55.6388	96.1344	60.4119
V_{nm}^0	36.416	34.2557	66.2907	97.8944	46.3156
W_{nm}^0	1.8347	2.9848	6.0929	12.9888	4.8644
$\Psi 1_{nm}^0$	408.2234	398.1097	430.1253	440.7786	395.8134
$\Psi 2_{nm}^0$	448.2819	465.1479	494.6417	599.3565	498.6406

Как известно, в режим функционирования ЧЭ микромеханических гироскопов должен работать на резонансе [8]. При этом отношение текущей кинетической энергии ЧЭ к максимально возможной зависит от комбинации рабочей частоты вынужденных колебаний ω , собственной частоты ω_0 и логарифмического декремента затухания:

$$\frac{T}{T_{max}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\eta} - \eta\right)^2 / \left(\frac{\vartheta}{\pi}\right)^2}$$

где $\vartheta = 2\pi \frac{\xi}{\omega_0}$ – логарифмический декремент затухания, ξ – коэффициент, линейно зависящий от углового или линейного коэффициента демпфирования подвесов ЧЭ; $\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$ – расстройка частот.

Допустим, рассматриваемый ЧЭ работает на угловые вынужденные колебания. Тогда, согласно Таблице 1, собственная частота угловых колебаний упала с 429.3768 MHz до 408.2234 MHz (то есть уменьшилась на 4.9%). Также предположим, что логарифмический декремент затухания равен 0.01.

Тогда, согласно приведенной формуле, получим:

$$\frac{T}{T_{max}} = \frac{1}{1.009 \cdot 10^3}$$

Таким образом, уменьшение частоты собственных колебаний на 5% привело к уменьшению кинетической энергии ЧЭ в 1000 раз. Поэтому учет размернозависимых параметров необходим при резонансной настройке микромеханических гироскопов.

Вывод

В работе был исследован вопрос влияния параметров размернозависимого чувствительного элемента микромеханического гироскопа на его эксплуатационные характеристики. Было показано, что учет размернозависимых параметров может привести к существенной корректировке значений собственных частот ЧЭ. При это изменение собственной частоты даже на 5% приводит к уменьшению кинетической энергии ЧЭ в 1000 раз, и следовательно, уходу колебаний ЧЭ от резонансных, что делает не возможным дальнейшей эксплуатации гироскопа без дополнительной корректировки и настройки на новый резонанс. Таким образом, резонансную настройку гироскопа следует проводить на скорректированных значениях собственных частот размерно зависимого гироскопа.

Литература

1. Verbridge S., Parpia J., Reichenbach R., Bellan L., Craighead H. High quality factor resonance at room temperature with nanostrings under high tensile stress // Journal Of Applied Physics. 2006. 99(12). P. 124304

2. Abouelregal A., Marin M. The Response of Nanobeams with Temperature-Dependent Properties Using State-Space Method via Modified Couple Stress Theory // *Symmetry*, 2020. 12(8). P. 1276.
3. Barulina M.A., Galkina S.A., Markelova O.V., Golikova O.V. From micro to nano. Problems of modeling of nanoelectromechanical sensor // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 2020. 984. 012012
4. *Nanosensors for Chemical and Biological Applications. Sensing with Nanotubes, Nanowires and Nanoparticles.* / Ed. Kevin C. Honeychurch. Woodhead Publishing, 2014. ISBN 978-0-85709-660-9
5. Pollack M., Fair R., Shenderov A. Electrowetting-based actuation of liquid droplets for microfluidic applications // *Applied Physics Letters*. 2000. 77(11). P. 1725-1726.
6. Barulina M., Kondratov D., Galkina S., Markelova O. Analytical Solution for Bending and Free Vibrations of an Orthotropic Nanoplate based on the New Modified Couple Stress Theory and the Third-order Plate Theory // *Journal of Mathematical and Fundamental Sciences*. 2022. Vol. 54. Issue1. P. 11-38.
7. Barulina M., Golikov A., Galkina S. Dynamics of Sensing Element of Micro- and Nano-Electromechanical Sensors as Anisotropic Size-Dependent Plate. // In: Awrejcewicz, J. (eds) *Perspectives in Dynamical Systems II: Mathematical and Numerical Approaches*. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics. Vol 363. Springer. Cham, 2021.
8. Распопов В.Я. *Микромеханические приборы: Учебное пособие.* М.: Машиностроение, 2007. 400 с.