Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" http://mathmod.esrae.ru/
URL статьи: mathmod.esrae.ru/40-155
Ссылка для цитирования этой статьи:
Старинова О.Л., Ду Ч., Чернякина И.В. Формирование оптимальных программ управления перелётами космических аппаратов с малой тягой между периодическими орбитами относительно точек либрации L1 и L2 системы Земля-Луна // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2022. №4
Выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда № 22-29-01092, https://rscf.ru/project/22-29-01092/.

УДК 681.51 DOI: 10.24412/2541-9269-2022-4-20-24

ФОРМИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОГРАММ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕЛЁТАМИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С МАЛОЙ ТЯГОЙ МЕЖДУ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ОРБИТАМИ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ L1 И L2 СИСТЕМЫ ЗЕМЛЯ-ЛУНА

Старинова О.Л. [1], Ду Ч.[1], Чернякина И.В. [1]
[1]Самарский национальный исследовательский университет, Россия, Самара

FORMATION OF OPTIMAL CONTROL PROGRAMS FOR LOW-THRUST SPACECRAFT FLIGHTS BETWEEN PERIODIC ORBITS RELATIVE TO LIBRATION POINTS L1 AND L2 OF THE EARTH-MOON SYSTEM

Starinova O.L. [1], Du Ch[1], Chernyakina I.V. [1]
[1]Samara National Research University, Russia, Samara

Аннотация. Исследована задача об оптимальном управлении космическим аппаратом с электроракетными двигателями, маневрирующем между пространственными периодическими орбитами относительно точек либрации Земля-Луна. Задачи об оптимизации перелётов решаются в рамках ограниченной задачи трёх тел с учётом возмущений от гравитации Солнца, нецентральности гравитационных полей Земли и Луны, особенности движения Луны относительно Земли.

Ключевые слова: космический аппарат, электроракетные двигатели, оптимальное управление, точки либрации Земля-Луна

Abstract. The paper studies the problem of optimal control of an electric propulsion spacecraft maneuvering between spatial periodic orbits relative to the libration points of the Earth-Moon. The flight optimization problems are solved within the framework of a restricted three-body problem, taking into account disturbances from the Sun’s gravity, the non-centrality of the gravitational fields of the Earth.

Keywords: spacecraft, electric rocket engines, optimal control, Earth-Moon libration points

Введение. Использование космических аппаратов (КА) с электроракетными двигателями является одним из способов позволяющим повысить эффективность исследовательских миссий. Интерес к освоению Луны делает актуальными вопросы маневрирования между периодическими орбитами в окрестности точек либрации системы Земля-Луна.

Исследователи в области оптимизации перелётов с малой тягой в задаче трёх тел отмечают низкую вычислительную эффективность традиционных алгоритмов оптимизации [1-2], так как требуется наличие хорошего начального приближения. В данной статье в качестве итерационного метода используется метод коллокации [3], а выбор начальных приближений осуществляется с помощью методик, основанных на методе продолжения по параметру для постепенного перехода от простых результатов к целевой траектории перелёта [4]. Эти алгоритмы просты и имеют высокую вероятность успеха, что позволяет использовать его для решения задач о перелётах между орбитами на этапе планирования будущих лунных миссий.

Модель движения и методика оптимизации. Безразмерные уравнения управляемого движения КА с двигателем малой тяги в системе Земля-Луна можно записать в следующей векторной форме с учётом расхода рабочего тела и регулирования двигателя во вращательной системе координат:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}, u) \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{v}) + C_1 u T_{\max} \boldsymbol{\alpha} / m \\ -C_2 u T_{\max} / c \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где $\mathbf{r} = [x, y, z]^{\mathrm{T}}$ и $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]^{\mathrm{T}}$ - вектора, определяющие положение и скорость КА; m – текущая масса КА; $T_{\max}$ - максимальная величина тяги; c - скорость истечения рабочего тела; $u \in [0,1]$ - коэффициент дросселирования тяги, $\boldsymbol{\alpha}$ - единичный вектор направления тяги; $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ - гравитационное ускорение; $\mathbf{h}(\mathbf{v})$ - переносное ускорение; C_1, C_2 - константы, обеспечивающие согласование размерностей.

Рассматриваются три взаимосвязанных задачи формирования оптимального управления с различными критериями – быстродействие $J_t = \int_{t_0}^{t_f} 1\, dt$, минимальное энергопотребление и расход рабочего тела. За счёт введения гомотопического параметра ε, задачи об оптимальном энергопотреблении и об оптимальном расходе рабочего тела можно описать одним критерием:

$$J_{ef} = \frac{T_{\max}}{I_{sp} g_0} \int_0^{t_f} \left[u - \varepsilon u (1 - u) \right] dt, \ \varepsilon \in [0,1]. \tag{2}$$

Применяя принцип максимума Понтрягина можно показать, что оптимальное направление вектора тяги определяется зависимостью $\boldsymbol{\alpha}^* = -\dfrac{\boldsymbol{\lambda}_v}{\left\| \boldsymbol{\lambda}_v \right\|}$. Для задачи на оптимальное быстродействие двигательная установка работает без выключений. Для минимального энергопотребления и расхода функция дросселирования тяги u^* определяется выражением

$$u^* = \begin{cases} 0, & 1 - \dfrac{C_1 \|\boldsymbol{\lambda}_v\| c}{C_2 m} - \lambda_m > \varepsilon, \\ \left(\varepsilon - 1 + \dfrac{C_1 \|\boldsymbol{\lambda}_v\| c}{C_2 m} + \lambda_m \right) \Big/ 2\varepsilon, & -\varepsilon \le 1 - \dfrac{C_1 \|\boldsymbol{\lambda}_v\| c}{C_2 m} - \lambda_m \le \varepsilon, \\ 1, & 1 - \dfrac{C_1 \|\boldsymbol{\lambda}_v\| c}{C_2 m} - \lambda_m < -\varepsilon, \end{cases} \qquad (4)$$

Таким образом, задача оптимального управления сводится к 6-параметрической краевой задаче: для двух точек начала и конца движения должны выполняться граничные условия. Для решения краевой задачи мы используем метод продолжения по параметру в комбинации с гомотопическим методом для перехода от задачи на минимальное энергопотребление к задаче на минимальный расход рабочего тела.

Результаты решения. Рассмотрим пример формирования оптимального по расходу рабочего тела перелёта между периодическими орбитами Ляпунова в системе Земля-Луна. Очевидно, что время перелёта в задачах на минимум энергопотребления и расхода рабочего тела должно быть больше, чем при решении задачи оптимизации по критерию минимального времени перелёта. Мы получили минимальное время перелёта между орбитами Ляпунова $t_{f_{\min}}$=29,9329 сут. Соответствующие траектории перелёта с увеличенной до 30,3416 сут. длительностью оптимальные по критериям минимума энергопотребления и рабочего тела рассчитаны с помощью алгоритма продолжения по параметру и показаны на рис. 1.

По мере уменьшения параметра гомотопии ε задача постепенно переходит от ε = 1 (минимум энергопотребления) к ε = 0 (минимум расхода рабочего тела). Однако форма траекторий, соответствующих разным параметрам ε, мало отличаются друг от друга.

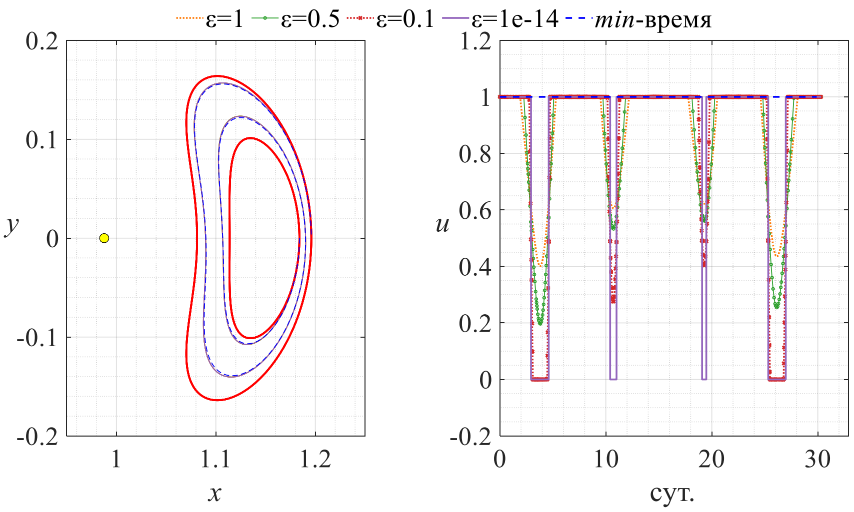


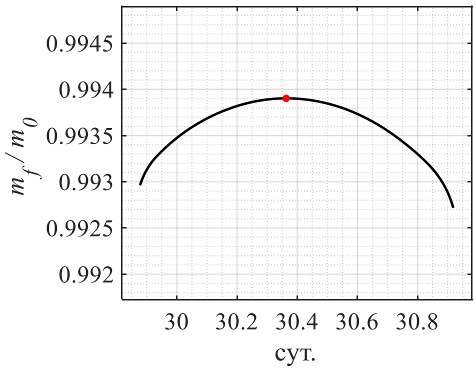
Рис. 1. Оптимальные траектории перелёта с минимальным временем перелёта, минимальным энергопотреблением и минимальным расходом рабочего тела

Проведённые расчёты показывают, что при постепенном увеличении времени перелёта t_f от минимального времени $t_{f_{\min}}$ относительная конечная масса КА (конечная масса КА после перелёта, делённая на стартовую массу) сначала увеличивается, а затем уменьшается (рис. 2а), то есть существует

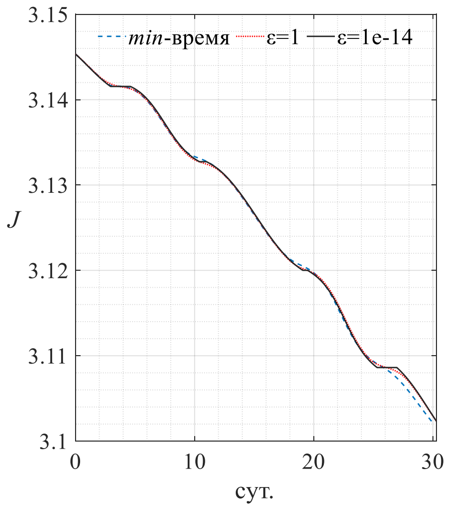
ISSN 2541-9269

наилучшее время перелёта для использования двухвитковой схемы. Для сценария двухвиткового перелёта, начинающегося с **ТП2**, максимальная относительная конечная масса равна 0,9938 (отмечена красной точкой на рис. 2а) и соответствует t_f = 30,4199 сут., а расход рабочего тела уменьшается от 10,5560 кг до 9,1741 кг.

Сравнивая поведение постоянной Якоби вдоль траекторий перелётов, построенных на рис. 1, можно отметить, что, при законе управления обеспечивающем минимум расхода рабочего тела, постоянная Якоби J является ступенчатой монотонной функцией вдоль оптимальной траектории перелёта, как показано на рис. 2б. Когда двигатель выключен (u=0), постоянная Якоби, естественно, не изменяется.



а)



б)

Рис. 2. а): Изменение относительной конечной массы КА и б): изменение постоянной Якоби в зависимости от времени перелёта для двухвитковой траектории

Заключение. Полученные результаты позволяют утверждать, что разработанные методики и алгоритмы позволяют получить решения задач о формировании оптимального управления перелётами между периодическими орбитами в системе Земля-Луна. Было установлено, что глобально-оптимальное решение характеризуется монотонным изменением постоянной Якоби системы вдоль оптимальной траектории.

Работа проводилась при поддержке гранта Российского научного фонда № 22-29-01092, https://rscf.ru/project/22-29-01092/.

Литература

1. Петухов В. Г. Метод продолжения для оптимизации межпланетных траекторий с малой тягой // Космические исследования. 2012. Т. 50. №. 3. С. 258-258.

2. Fain M. K., Starinova O. L. Ballistic optimization of the L1-L2 and L2-L1 low thrust transfers in the Earth-Moon system // 7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST). IEEE. 2015. P. 95–98.
3. Pritchett R., Howell K., Grebow D. Low-thrust transfer design based on collocation techniques: applications in the restricted three-body problem // Astrodynamics Specialist Conference. Columbia River Gorge, Stevenson, Washington, August 21–24. 2017. P. 1-92.
4. Старинова О. Л. Расчёт межпланетных перелётов космических аппаратов с малой тягой. Самара: Самарский научный центр РАН, 2007. 196 с.