Электронный научный журнал "Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках" http://mathmod.esrae.ru/
URL статьи: **mathmod.esrae.ru/44-187**
Ссылка для цитирования этой статьи:
Львова Е.В., Никифоров А.А., Шаронов М.А., Балабан О.М., Степанов М.Ф. Анализ методов измерения частоты и гармоник сигналов в промышленных электросетях // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2023. № 4

УДК 621.317.33:519.6:004.93 DOI:10.24412/2541-9269-2023-4-54-69

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ЧАСТОТЫ И ГАРМОНИК СИГНАЛОВ В ПРОМЫШЛЕННЫХ ЭЛЕКТРОСЕТЯХ

Львова Е.В., Никифоров А.А., Шаронов М.А., Балабан О.М., Степанов М.Ф.
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
Россия, Саратов, ieei_director@mail.ru

ANALYSIS OF MEASURING METHODS FOR FREQUENCY AND HARMONICS OF SIGNALS IN INDUSTRIAL POWER SUPPLIES

E.V. L’vova, A.A. Nikiforov, M.A. Sharonov, O.M. Balaban, M.F. Stepanov
Yuri Gagarin State Technical University of Saratov,
Russia, Saratov, ieei_director@mail.ru

Аннотация. Представлен обзор цифровых алгоритмов измерения частоты сигнала и его гармоник для промышленных электросетей. Особое внимание уделено исследованию двухканальных алгоритмов, наиболее подходящих для исследования сигналов в промышленных электросетях для оценки их качества. Показано, что наилучшими характеристиками по точности оценивания и скорости вычислений обладают «метод подгонки синусоиды по семи параметрам».

Ключевые слова: частота сигнала, амплитуда, фаза, спектр, цифровая обработка сигнала, двухканальный алгоритм оценки параметров сигнала.

Abstract. A review of digital algorithms for measuring signal frequency and its harmonics for industrial power networks is presented. Particular attention is paid to the study of two-channel algorithms that are most suitable for studying signals in industrial electrical networks to assess their quality. It is shown that the “method of seven parameters sinusoid fitting” has the best performance in terms of estimation accuracy and speed of calculations.

Keywords: signal frequency, amplitude, phase, spectrum, digital signal processing, two-channel algorithm for estimating signal parameters

Благодаря широчайшему использованию на практике задача оценки параметров компонентов полезного сигнала на основе конечного числа зашумленных дискретных отсчетов (измерений) по-прежнему активно исследуется во многих приложениях. Самым сложным видом оценивания является ситуация, когда частоты компонентов сигнала неизвестны. Частным случаем задачи оценивания параметров частотных компонентов сигнала является учет электроэнергии при использовании нелинейных нагрузок, что в последние годы привлекает внимание многих исследователей.

За последние несколько десятилетий в литературе появилась информация о различных алгоритмах оценки частоты. Большинство этих алгоритмов в основном используются для мониторинга, управления и защиты систем электроснабжения. Однако при измерении электроэнергии, рассеиваемой на нелинейных нагрузках, к блоку оценки частоты, кроме способности отслеживать частоту, предъявляются еще особые требования по точности оценивания и помехоустойчивости блока [1].

1. Классические методы

Прежде всего, следует упомянуть применение классической оценки спектра Фурье [2–5] для исследования и классификации искажений мощности [6, 7]. Также были предприняты некоторые попытки внедрения частотно-временного анализа в приложениях к электротехнике [8–10]. Но авторы [11–13] осознают острую необходимость в улучшении оценки искаженного электрического сигнала, которая может быть достигнута с помощью частотно-временного анализа.

Несмотря на то, что существует множество схем оценки частоты, они могут быть классифицированы как непараметрические и параметрические методы. Самый популярный метод оценки спектра — это хорошо известный алгоритм Фурье [6, 7, 14, 15]. Он представляет собой классический непараметрический подход и использует только информацию, содержащуюся в отсчетах анализируемого сигнала, без каких-либо дополнительных предположений о его характеристиках. Более того, он реализован в удобной цифровой форме в виде быстрого преобразования Фурье (БПФ). Но, к сожалению, этот подход имеет и некоторые недостатки. Во-первых, спектр Фурье очень чувствителен к шуму или компонентам нелинейных систем, которые можно наблюдать как загрязнение в частотной области. Во-вторых, существенным недостатком таких методов является невозможность получения одновременно высокого разрешения по времени и частоте. Это создает определенные проблемы при анализе нестационарных сигналов, сложных колебаний с широким спектром и низким соотношением сигнал/шум. Поэтому было предложено вычислить спектр Фурье автокорреляционной функции, а не сигнала [16, 17]. В результате такого подхода получается оценка спектральной плотности мощности, которая во многих случаях является гораздо более наглядным частотным представлением, особенно для сигнала с шумом.

Помимо упомянутых, в области обработки сигналов существует несколько параметрических методов, которые используются для оценки спектральной плотности мощности. К ним относятся периодограммный анализ, модифицированный периодограммный анализ со сглаживающим окном, а также методы Уэлша и оценивания Блэкмана-Тьюки [4–6, 18]. Все предложенные параметрические алгоритмы улучшают частотное представление сигнала, что увеличивает разрешение и снижает влияние шумов. Вместе с тем, все параметрические методы характеризуются существенным компромиссом между количеством принимаемых в расчет отсчетов сигнала и качеством получаемого частотного представления.

Альтернативой классическому подходу являются новые методы оценки спектра, которые можно подразделить на два семейства: параметрические методы и пространственной декомпозиции, использование которых подразумевает наличие некоторой математической модели анализируемого сигнала.

Целью параметрического подхода является определение передаточной функции линейной системы, которая позволила бы выделить из белого шума только компоненты, аппроксимирующие исследуемый сигнал. Процесс оценки заключается в использовании цифрового фильтра, коэффициент передачи которого отвечает за выбор желаемых компонентов сигнала. Критерий оценки основан на минимальном квадрате ошибки между исходным сигналом и сигналом, полученным на выходе используемого фильтра. Можно выделить три возможных подхода к моделированию системы [18]: методы авторегрессии, скользящего среднего и комбинированного оценивания параметров авторегрессионного скользящего среднего. Все эти модели связаны с использованием некоторого приближения сигнала. Но именно здесь перед исследователями возникают серьезные трудности при использовании параметрических методов, которые связаны с необходимостью адекватного выбора модели и ее порядка, что напрямую влияет на точность оценки. Также параметрическая группа методов оценки спектра представлена методом Прони [18–21], направленным на построение импульсной характеристики системы, которая бы представляла исследуемый сигнал. Модифицированный метод перехода через нуль [22] и модифицированный алгоритм наименьших квадратов ошибок [23] улучшили характеристики устойчивости к гармоникам по сравнению с их исходными версиями. Однако эти методы по-прежнему не исключают влияния шумов. Исследователи пытаются повысить скорость сходимости этих итеративных методов оценки частоты, уменьшить влияние игнорируемых членов высокого порядка при разложении нелинейных функций в ряд Тейлора и тем самым повысить чувствительность и надежность обнаружения искаженного сигнала с помощью нескольких методов, основанных на использовании фильтров Калмана [24–26].

Эти алгоритмы, включая метод дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [14, 15] и метод Прони [20, 21], страдают неточностями в случае возникновения более сильных флуктуаций измеряемого сигнала [26]. В статье [27] был представлен блок оценки частоты на основе ортогонального фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтра), который имеет два усредняющих фильтра на входе и выходе, соответственно. Входной фильтр предназначен для уменьшения влияния гармоник 2-го и более высокого порядков. В работе [28] изучается адаптивный метод наименьших квадратов (МНК) с изменяющимся размером шага для повышения устойчивости к шумовым помехам. В предложенном алгоритме использован предварительный фильтр Баттерворта третьего порядка для устранения влияния гармоник. Метод на основе контура фазовой автоподстройки частоты был предложен в [29] и сравнивался с методом на основе адаптивного режекторного фильтра в [30]. В [31] автор тоже использовал МНК. Основная характеристика этого алгоритма — короткое время отклика, однако его помехозащищенность или устойчивость к гармоникам хуже, чем у метода из работы [29]. Известны также и другие алгоритмы: модифицированный алгоритм МНК [32], алгоритм наименьшей средней фазы [33] и алгоритм подгонки методом наименьших квадратов с несколькими гармониками [34]. В обзоре [35] проанализировано несколько существующих методов с указанием сильных и слабых сторон каждого из них.

Следующая группа альтернативных методов оценки спектра использует инструменты матричного анализа, связанные с разложением сигнальной матрицы по собственным значениям или сингулярным разложением [36–45]. Как правило, математическая основа методов основана на отношениях между вычисленными собственными векторами, а также подпространствами шума и сигнала. Упомянутые матричные разложения используют специальным образом построенные сигнальные или автокорреляционные матрицы, после чего выбираются характеристические векторы, связанные с искомым спектром исследуемого сигнала. Семейство методов подпространства представлено несколькими алгоритмами, базирующимися на методах Писаренко, Тафтса-Кумересана, множественной классификации сигналов MUSIC (*Multiple Signal Classification*), построения канонических форм матриц (*Matrix Pencil*), оценки сигнала с помощью техники инвариантного вращения ESPRIT (*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique*).

Например, широко распространенный метод Тафтса-Кумересана [37, 38] позволяет достичь более высокой разрешающей способности, однако, как и упомянутый выше метод Прони [19–21, 46], является чувствительным к влиянию шумов. Метод ESPRIT [42, 44] существенно менее чувствителен к точности аппроксимации фоновых шумов и обеспечивает более высокое разрешение. Метод *Matrix Pencil* [39–41] похож на метод ESPRIT. Их главное различие состоит в том, что ESPRIT работает с сигнальным подпространством, определенным из корреляционной матрицы, а *Matrix Pencil* обрабатывает данные напрямую, что дает существенную экономию в числе операций [41]. В [44] было показано, что *Matrix Pencil* и метод Тафтса-Кумересана являются частными случаями линейного предсказания, но первый метод является более эффективным при вычислении и менее чувствительным к шуму, чем второй. В тех случаях, когда предполагается, что модель является близким приближением к реальному объекту, параметрические методы обеспечивают более точные оценки и высокое разрешение, чем непараметрические [18, 43].

Вейвлет-преобразование является одним из частотно-временных методов и применяется в самых разных областях исследований, таких как анализ переходных процессов, гармонический анализ и мониторинг качества электроэнергии [45, 47–49]. Основная идея, лежащая в основе вейвлет-анализа, заключается в выражении части сигнала как линейной комбинации определенного набора вейвлет-функций, а коэффициенты разложения характеризуют степень корреляции вейвлет-функции и сигнала. Сами вейвлет-функции получаются путем сдвига и масштабирования некоторого материнского вейвлета. Дискретное вейвлет-преобразование, как цифровое представление непрерывного вейвлет-преобразования, разлагает сигнал на различные частотные компоненты и обеспечивает логарифмическое деление частотной области [48, 49].

Однако все перечисленные параметрические методы являются субоптимальными. Наилучшую оценку среди прочих параметрических методов для фиксированного набора данных и базовой вероятностной модели дает метод максимального правдоподобия (ММП), поскольку оценки, полученные с его помощью, являются состоятельными, асимптотически эффективными и асимптотически несмещенными [18, 46, 63]. Но основной недостаток последнего связан с трудностями вычисления оценок из решения получаемых уравнений максимального правдоподобия.

Тем не менее, в некоторых практически важных случаях квазигармонического сигнала, когда его частота меняется «достаточно медленно», удается найти оценки максимального правдоподобия (ОМП) неизвестных параметров по дискретным отсчетам данного сигнала с помощью относительно несложных вычислительных процедур.

2. Двухканальные алгоритмы оценки параметров синусоидальных сигналов

Во многих электротехнических приложениях, таких как измерения импеданса, активной и реактивной мощностей в условиях синусоидальных сигналов, возникает необходимость оценки параметров двух синусоид одинаковой частоты (например, тока и напряжения), которые обычно измеряются одновременно. С этой целью была разработана модификация стандартизированных в [50] алгоритмов, известная как алгоритм «подгонки синусоиды по семи параметрам» [51], которая основана на исследовании экспериментальных данных, взятых из обоих каналов, и того факта, что частота обеих синусоид одинакова. В последующие годы этот алгоритм был адаптирован для эффективной реализации на специализированных процессорах цифровой обработки сигналов (ЦОС) [52]. Отечественные исследователи также представили модифицированный метод «подгонки синусоиды по семи параметрам», базирующийся на том, что частота сигналов тока и напряжения приблизительно известна (f_0 = 50 Гц) [53–55]. Это дало возможность существенно упростить и ускорить необходимые расчеты для ЦОС. Другой метод оценивания, основан на представлении двух синусоид общей частоты во взаимно ортогональных осях декартовой системы координат XY, когда они

ISSN 2541-9269

задают параметрическое уравнение эллипса, названный алгоритмом «подгонки эллипса» [56]. Он также был модифицирован для реализации в приложениях процессоров ЦОС [57]. Наконец, недавно для оценки параметров двух гармонических сигналов одинаковой частоты был разработан новый алгоритм, названный алгоритмом «подгонки функции типа sinc в частотной области» [58]. Он основан на установлении наилучшего соответствия между точно рассчитанным теоретическим спектром синусоиды, усеченной некоторым окном, и реальным спектром измеренных отсчетов синусоид в каналах.

Рассмотрим четыре алгоритма: «подгонки эллипса», «подгонки синусоиды по семи параметрам», модифицированной «подгонки синусоиды по семи параметрам» и «подгонки функции типа sinc в частотной области», который для краткости будем называть алгоритмом «спектральной подгонки». Целью этих алгоритмов является оценка амплитуд A_i и фаз φ_i двух полученных синусоид, задаваемых следующей моделью:

$$u_i(t) = A_i \cos(2\pi ft + \varphi_i) + C_i = D_i \cos(2\pi ft) + B_i \sin(2\pi ft) + C_i, \tag{1}$$

где i — номер канала (i = 1, 2); D_i является синфазной, а B_i квадратурной составляющими каждой синусоиды. Некоторые алгоритмы также оценивают величины постоянных смещений C_i и общую частоту f, если она неизвестна.

В большом количестве приложений двухканальных алгоритмов (например, при исследовании активной и реактивной мощностей электроэнергии в сети питания) надо знать абсолютные значения амплитуд A_1, A_2 и разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ сигналов в каждом канале. Однако в некоторых приложениях требуется также оценить частоту f, так как ее точное значение неизвестно. Это может быть связано с неопределенностью генерируемой частоты f синусоидального сигнала и неопределенностью знания частоты f_s дискретизации аналого-цифрового преобразователя (АЦП).

2.1 Алгоритм «подгонки эллипса»

Алгоритм «подгонки эллипса» был впервые описан в [59]. Впоследствии этот алгоритм стал рассматриваться как прямая процедура оценки амплитуд и разности фаз двух синусоид одинаковой частоты [60].

Зависимость синусоидальных сигналов от времени можно исключить, если отображать значения этих сигналов в одни и те же моменты времени на двух взаимно перпендикулярных осях декартовой системы координат. В результате полученная на координатной плоскости фигура Лиссажу будет в общем случае эллипсом, поскольку синусоиды имеют одинаковую частоту.

Зависимость от времени в (1) можно устранить, переписав уравнение в виде:

$$\left(\frac{u_1}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{u_2}{A_2}\right)^2 - 2\left(\frac{u_1 u_2}{A_1 A_2}\right)\cos(\Delta\varphi) - \sin^2(\Delta\varphi) = 0, \tag{2}$$

который соответствует уравнению эллипса, если $\Delta\varphi \neq \pi n$ для любого целого n. Сделав достаточное число измерений величин $u_1(t_j)$ и $u_1(t_j)$ из (2) несложно получить следующую систему уравнений:

$$au_{1j}^2 + bu_{1j}u_{2j} + cu_{2j}^2 + du_{1j} + eu_{2j} + g = 0; \ \left(j = \overline{1, K}\right). \tag{3}$$

Далее модель эллипса (3) «подгоняется» под экспериментально снятые значения обеих синусоид с помощью неитеративного процесса минимизации функции с ограничениями, основанного на методе множителей Лагранжа [56]. В результате получаются оценки параметров модели (a, b, c, d, e, g), из которых несложно вычислить оценки амплитуд синусоид A_1 и A_2, а также разность фаз $\Delta\varphi$. Все расчетные соотношения даны в [56, 57].

Для устранения ошибок, возникающих из-за действия шумов, в работе [57] описана специальная модификация алгоритма, которая требует только вычисления матриц размером 3×3, на основе 18 отсчетов синусоид в каждом канале. Это основное преимущество алгоритма «подгонки эллипса» с точки зрения экономии памяти для его реализации. Но недостатком метода является невысокая точность оценивания и необходимость производить измерения значений сигналов в обоих каналах в одни и те же моменты времени.

2.2 Алгоритм «подгонки синусоиды по семи параметрам»

Алгоритмы подгонки синусоиды были стандартизованы в [50, 55]. В алгоритме с тремя параметрами амплитуда A_i, фаза φ_i и постоянная составляющая C_i синусоиды известной частоты f оцениваются из (1) с помощью МНК. Поскольку в большинстве случаев частота известна не точно, то в четырехпараметрическом алгоритме оценивается еще и частота синусоиды. В этом случае алгоритм становится нелинейным, и требуется нелинейная процедура наименьших квадратов. Трех- и четырехпараметрические синусоидальные алгоритмы подходят для одноканальных данных и могут быть независимо применены к многоканальным данным.

Алгоритм «подгонки синусоиды по семи параметрам» был разработан как расширение четырехпараметрического алгоритма для двухканальных приложений, где оба сигнала имеют одинаковую частоту [51]. На каждой итерации m алгоритм оценивает следующие параметры синусоид:

$$\mathbf{x}^{(m)} = \left[A_1^{(m)}, B_1^{(m)}, C_1^{(m)}, \Delta f^{(m)}, A_2^{(m)}, B_2^{(m)}, C_2^{(m)}\right]^T,$$

где Δf является поправкой оценки частоты f, определяемой на предыдущей итерации. Эти оценки получаются по МНК по N отсчетам синусоид u_{ij} в обоих каналах. Исходные оценки неизвестной частоты находятся с помощью ДПФ [61] при удовлетворительной оценке частоты. Затем используется трехпараметрический алгоритм для сигналов в каждом канале, чтобы вычислить оценки оставшихся шести начальных параметров. Итеративная процедура заканчивается после выполнения максимально разрешенного числа итераций (при отсутствии сходимости) или по достижению относительной поправкой частоты $\Delta f/f$ значения, меньшего установленного порога (сходимость алгоритма).

Этот алгоритм включает в себя создание матрицы чисел с плавающей запятой размером $2N\times7$. По мере увеличения количества отсчетов N требования к мощности используемого процессора ограничивают применимость алгоритма.

2.3 Модифицированный алгоритм «подгонки синусоиды по семи параметрам»

Этот вариант алгоритма основан на том, что частота синусоид f_0 =50 Гц известна с некоторой погрешностью ν, что дает возможность существенно упростить и ускорить работу алгоритма, описанного в предыдущем подразделе. С учетом этого (1) представляется в виде [53–55]:

$$u_{ij} = u(t_{ij}) = A_i \sin[2\pi(f_0 + \nu)t_{ij} + \varphi] + C_i + \xi_{ij}; \quad (i = 1,2; \quad j = \overline{1, N}), \tag{4}$$

где ξ_{ij} — погрешности измерения напряжения в каналах, распределенные нормально с нулевым математическим ожиданием и неизвестной дисперсией σ^2. Неизвестные смещения C_i считаются постоянными в течение одного цикла измерений (берутся N отсчетов сигнала в каждом канале). Кроме этого, флуктуации частоты ν генератора полагаются малыми по сравнению с известной центральной частотой f_0 ($|\nu(t)| \ll f_0$).

Система нелинейных уравнений (4) решается относительно неизвестных параметров A_1, φ_1, C_1, A_2, φ_2, C_2 и ν по ММП. Подробно ход решения изложен в работах [54, 55] и сведен к итерационному процессу. Главным достоинством метода является то, что оценка поправки частоты ν формируется на той же итерации, что и ОМП остальных шести параметров, а не используется ее значение, вычисленное по данным, полученным на предыдущей итерации. Поэтому данный алгоритм сходится к решению гораздо быстрее (за две-три итерации), а точность оценивания получается более высокой [61, 62].

2.4 Алгоритм «спектральной подгонки»

Недавно был предложен алгоритм «спектральной подгонки» в качестве нового метода оценки параметров синусоиды [58]. Он основан на сравнении теоретического частотного спектра синусоид и спектров измеренных отсчетов сигналов и был модифицирован для использования при оценке параметров двух синусоид.

Снятие ограниченного числа отсчетов синусоиды эквивалентно ее ограничению с помощью прямоугольного окна. Теоретический спектр такой синусоиды запишется в виде [58]:

$$X_i[k] = D_i P_i[k] = \frac{A_i}{2}\left[W\left(2\pi\frac{k}{N} - 2\pi\frac{f}{f_s}\right)e^{j\varphi i} + W\left(2\pi\frac{k}{N} + 2\pi\frac{f}{f_s}\right)e^{-j\varphi i} \right], \tag{5}$$

где $k \in [-N/2+1;\ N/2]$; $W(s)$ — спектр прямоугольного окна, то есть:

$$W(\omega) = \left[\sin\left(\frac{\omega}{2}N\right) \Big/ \sin\left(\frac{\omega}{2}\right) \right] e^{j\frac{\omega}{2}(N-1)}.$$

Полученный спектр $X_i[k]$ состоит из двух перекрывающихся сглаженных функций, центрированных на круговых частотах $\pm\omega_x$ =$2\pi f/f_x$. Максимум $X_i[k]$ не центрируется на частотах $\pm\omega_x$ из-за явления растекания спектров. Алгоритм ищет оценки параметров синусоидальных сигналов, которые минимизируют функции невязки:

$$\varepsilon_i = \sum_{k_{\max}-1}^{k_{\max}+1} \left[\left(D_i P_{i,\mathrm{Re}}[k] - X_{i,\mathrm{Re}}[k] \right)^2 + \left(D_i P_{i,\mathrm{Im}}[k] - X_{i,\mathrm{Im}}[k] \right)^2 \right], \tag{6}$$

где $X_i[k]$ — спектр каждого из измеренных сигналов.

Из (6) видно, что функции невязки оцениваются только в трех точках спектра: в точке максимума амплитудного спектра $X_i[k]$ $k_{\max}$ и в двух соседних точках. Алгоритм учитывает факт, что соотношение (5) устанавливает линейную связь между теоретическим спектром $X_i[k]$ и амплитудой A_i, что позволяет уменьшить количество оцениваемых параметров до трех: две неизвестные фазы и общая частота. Затем амплитуду A_i рассчитывают с использованием этих оцененных параметров:

$$A_i = \frac{\sum_{k=k_{\max}-1}^{k_{\max}+1} \left(P_{i,\mathrm{Re}}[k] X_{i,\mathrm{Re}}[k] + P_{i,\mathrm{Im}}[k] X_{i,\mathrm{Im}}[k] \right)}{\sum_{k=k_{\max}-1}^{k_{\max}+1} \left(P_{i,\mathrm{Re}}^2[k] + P_{i,\mathrm{Im}}^2[k] \right)}.$$

Поиск минимумов функций невязки — это итеративная процедура. Начальная оценка частоты находится с помощью ДПФ, далее оценки остальных неизвестных получаются с помощью применения трехпараметрической подгонки синусоиды к каждому измеренному сигналу в отдельности. Чтобы компенсировать возможное различие отношений сигнал/шум (ОСШ) в каждом измерительном канале (например, из-за шума, паразитных компонентов в сигналах, гармонических искажений), на каждой итерации каждому сигналу присваиваются соответствующие весовые коэффициенты, после чего используется метод минимизации Гаусса-Ньютона:

$$\begin{bmatrix} \varphi_1^{(m+1)} \\ \varphi_2^{(m+1)} \\ f^{(m+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1^{(m)} \\ \varphi_2^{(m)} \\ f^{(m)} \end{bmatrix} - \left[\mathbf{J}^{(m-1)} \right]^{+} \left(\frac{1}{\max(w_1, w_2)} \begin{bmatrix} w_1 \mathbf{I}_6 & \mathbf{0}_{6,6} \\ \mathbf{0}_{6,6} & w_2 \mathbf{I}_6 \end{bmatrix} \left[\mathbf{r}_{1,\mathrm{Re}}^{(m)} \quad \mathbf{r}_{1,\mathrm{Im}}^{(m)} \quad \mathbf{r}_{2,\mathrm{Re}}^{(m)} \quad \mathbf{r}_{2,\mathrm{Im}}^{(m)} \right]^T \right),$$

где w_i — веса; $\mathbf{I}_6$ и $\mathbf{0}_{6,6}$ — единичная и нулевая матрицы (6×6), соответственно; $[\mathbf{J}]^+$ — псевдообратная матрица якбиана $\mathbf{J}$; верхний индекс m — номер итерации; $\mathbf{r}_i$ — остаточные члены в процедуре подгонки:

$$\mathbf{r}_i^m = \begin{bmatrix} A_i^{(m)} P_i^{(m)}[k_{\max}-1] - X_i[k_{\max}-1] \\ A_i^{(m)} P_i^{(m)}[k_{\max}] - X_i[k_{\max}] \\ A_i^{(m)} P_i^{(m)}[k_{\max}+1] - X_i[k_{\max}+1] \end{bmatrix}.$$

Веса w_i — это погрешности МНК, рассчитанные во временной области как разность между измеренным сигналом и сигналом, восстановленным с использованием текущих оценок параметров.

Итеративная процедура заканчивается, когда относительное изменение оценки частоты падает ниже порогового значения или превышено заданное максимальное количество итераций.

Главным преимуществом этого алгоритма является то, что итеративная часть может быть точно рассчитана на основе всего лишь трех выборочных точек у каждого сигнала (три значения k в (5)), что делает его очень эффективным, поскольку только начальные вычисления выполняются с помощью полного количества полученных отсчетов. Однако точность метода оставляет желать лучшего. В работе [53] проведен сравнительный анализ всех четырех описанных двухканальных методов.

Алгоритмы синусоидальной подгонки с семью параметрами и синусоидальной спектральной подгонки подходят одинаково хорошо для оценки параметров гармонических сигналов, и результаты, полученные с помощью этих алгоритмов, находятся вблизи нижней границы Крамера-Рао [52, 53]. Эллиптическая подгонка, несмотря на скорость и неитеративность, показала результаты хуже, чем другие два алгоритма. Модифицированная «подгонка синусоиды по семи параметрам» показала результаты лучше, чем остальные три алгоритма в электротехнических приложениях. Из этого можно сделать вывод о целесообразности использования именно этого алгоритма оценивания, поскольку он дает более точные результаты оценивания и не уступает в быстродействии своим конкурентам. О других методах оценки частот и спектров сигналов рассказано в работах [64–82].

Литература:

1. Estimating Algorithm for Harmonics of Current and Voltage Signals When Measuring Reactive Power in Industrial Power Networks / O. Dolinina, O. Toropova, E. L’vova, N. Vagarina // Studies in Systems, Decision and Control, Vol. 337: Recent Research in Control Engineering and Decision Making. – Springer Nature Switzerland, 2020. – P. 250-271.
2. Oppenheim, A.V. Discrete-Time Signal Processing / A.V. Oppenheim, R.W. Schafer, J.R. Buck. – Prentice-Hall, 1999. – 870 p.
3. Proakis, J.G. Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, Applications / J.G. Proakis, D.G. Manolakis. – Prentice-Hall, 1995. – 1016 p.
4. Golub, G.G. Matrix Computation / G.G. Golub, Ch.F. Van Loan. – Johns Hopkins Univ. Press, 1996. – 728 p.
5. Moon, T.K. Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing / T.K. Moon, W.C. Stirling. – Prentice Hall, 1999. – 937 p.
6. Measuring Power System Harmonics and Interharmonics by an Improved Fast Fourier Transform-based Algorithm / G.W. Chang, C.I. Chen, Y.J. Liu, M.C. Wu // IET Generation Transmission & Distribution, 2008. – No. 2(2). – P. 193-201.
7. Frequency estimation of distorted and noisy signals in power systems by FFT-based approach / H. Wen, S. Guo, Z. Teng et al. // IEEE Trans. on Power Systems 2014. – Vol. 29. – No. 2. – P. 765-774.
8. Mechanical load fault detection in induction motors by stator current time-frequency analysis / M. Blodt, M. Chabert, J. Regnier, J. Faucher // IEEE Trans. on Industry Applications, 2006. – Vol. 42. – No. 6. – P. 1454-1463.

9. Power Quality Indices for Transient Disturbances / Y.J. Shin, E.J. Powers, M. Grady, A. Arapostathis // IEEE Trans. on Power Delivery, 2006. – Vol. 21. – No. 1. – P. 253-261.
10. Zanardelli, W. Identification of Intermittent Electrical and Mechanical Faults in Permanent-Magnet AC Drives Based on Time–Frequency Analysis / W. Zanardelli, E.G. Strangas, S. Aviyente // IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 2007. – Vol. 56. – No. 6. – P. 2395-2403.
11. On Some Spectrum Estimation Methods for Analysis of Non-Stationary Signals in Power Systems. Part I. Theoretical aspects / A. Bracale, G. Carpinelli, D. Lauria et al. // Proc. of the 2004 11th Int. Conf. on Harmonics and Quality of Power. – Lake Placid, USA: IEEE, 2004. – P. 266-271.
12. Leonowicz, Z. Time-frequency analysis of complex space phasor in power electronics / Z. Leonowicz, T. Lobos, T. Sikorski et al. // IEEE Trans. on Industry Applications, 2007. – Vol. 43. – No. 4. – P. 971-980.
13. Integrated Use of Time-Frequency Wavelet Decompositions for Fault Location in Distribution Networks: Theory and Experimental Validation / A. Borghetti, M. Bosetti, C.A. Nucci et al. // IEEE Trans. on Power Delivery, 2010. – Vol. 25. – No. 4. –P. 3139-3146.
14. Phadke, A.G. A New Measurement Technique for Tracking Voltage Phasors, Local System Frequency, and Rate of Change of Frequency / A.G. Phadke, J.S. Throp, M. Adamiak // IEEE Trans. on Power Appications and Systems, 1983. – Vol. 102. – No. 5. – P. 1025-1038.
15. Yang, R. A Novel Algorithm for Accurate Frequency Measurement Using Transformed Consecutive Points of DFT / R. Yang, H. Xue // IEEE Trans. on Power Systems, 2008. – Vol. 23. – No. 3. – P. 1057-1062.
16. Nam, S.-R. Real-Time Estimation of Power System Frequency Using a Three-Level Discrete Fourier Transform Method / S.-R. Nam, S.-H. Kang, S.-H. Kang // Energies, 2015. – No. 8. – P. 79-93.
17. Ray, P. Power System Low Frequency Oscillation Mode Estimation Using Wide Area Measurement Systems / P. Ray // Int. J. of Engineering Science and Technology, 2017. – Vol. 20. – No. 2. – P. 598-615.
18. Stoica P., Moses R. Introduction to Spectral Analysis. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1997. - 427 p.
19. An Augmented Prony Method for Power System Oscillation Analysis Using Synchrophasor Data / M.K. Arpanahi, M. Kordi, R. Torkzadeh et al. // Energies, 2019. – No. 12. – P. 1267. DOI:10.3390/en12071267.
20. Lobos, T. Real-Time Determination of Power System Frequency / T. Lobos, J. Rezmer // IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 1997. – Vol. 46. – No. 4. – P. 877-881.
21. Zygarlicki, J. Variable-Frequency Prony Method in the Analysis of Electrical Power Quality / J. Zygarlicki, J. Mroczka // Metrology and Measurement Systems, 2012. – Vol. 19. – No. 1. – P. 39-49.

22. Frequency Tracking in Power Networks in the Presence of Harmonics / M.B. Miroslav, M.D. Petar, S. Dunlap, G.P. Arun // IEEE Trans. on Power Delivery, 1993. – Vol. 8. – No. 2. – P. 480-486.
23. Giray, M.M. Off-nominal Frequency Measurements in Electric Power Systems / M.M. Giray, M.S. Sachdev // IEEE Trans. on Power Delivery, 1989. – Vol. 4. – No. 3. – P. 1573-1578.
24. Girgis, A.A. Adaptive Estimation of Power Frequency Deviation and its Rate of Change for Calculating Sudden Power System Overloads / A.A. Girgis, W.L. Peterso // IEEE Trans. on Power Delivery, 1990. – Vol. 5. – No. 2. – P. 585-593.
25. An Extended Complex Kalman Filter for Frequency Measurement of Distorted Signals / P.K. Dash, R.K. Jena, G. Panda, A. Routray // IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 2000. – Vol. 49. – No. 4. – P. 746-753.
26. A Robust Technique for Frequency Estimation of Distorted Signals in Power Systems / C.-H. Huang, C.-H. Lee, K.-J. Shih, Y.-J. Wang // IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, 2010. – Vol. 59. – No. 8. – P. 2026-2036.
27. Szafran, J. Power System Frequency Estimation / J. Szafran, W. Rebizant // IEE Proc. – Generation, Transmission and Distribution, 1998. – Vol. 145. – No. 5. – P. 578-582.
28. Pradhan, A.K. Power System Frequency Estimation Using Least Mean Square Technique / A.K. Pradhan, A. Routray, A. Basak // IEEE Trans. on Power Delivery, 2005. – Vol. 20. – No. 3. – P. 1812-1816.
29. Karimi, H. Estimation of Frequency and its Rate of Change for Applications in Power Systems / H. Karimi, M. Karimi, R. Iravani // IEEE Trans. on Power Delivery, 2004. – Vol. 19. – No. 2. – P. 472-480.
30. Karimi-Ghartemani, M. Estimation of Power System Frequency Using an Adaptive Notch Filter / M. Karimi-Ghartemani, A.R. Bakhshai, M. Mojiri // IEEE Trans. on Power Delivery, 2007. – Vol. 56. – No. 6. – P. 2470-2477.
31. Abdollahi, A. Frequency Estimation: A Least-Squares New Approach / A. Abdollahi, F. Matinfar // IEEE Trans. on Power Delivery, 2011. – Vol. 26. – No. 2. – P. 790-798.
32. Digital Frequency Relaying Based on the Modified Least Mean Square Method / D. Barbosa, R.M. Monaro, D.V. Coury, M. Oleskovicz // Int. J. of Electrical Power & Energy Systems, 2010. – Vol. 32. –No. 11. – P. 236-242.
33. Rawat, T.K. A Continuous-Time Least Mean-Phase Adaptive Filter for Power System / T.K. Rawat, H. Parthasarathy, M. Oleskovicz // Int. J. of Electrical Power & Energy Systems, 2008. – Vol. 31. – No. 2-3. – P. 111-115.
34. Ardeleanu, A.S. Real Time PC Implementation of Power Quality Monitoring System Based on Multiharmonic Least-Squares Fitting / A.S. Ardeleanu, P.M. Ramos // Metrology & Measurement Systems, 2011. – Vol. 18. – No. 4. – P. 543-554.
35. Ramos, P.M. Comparison of Frequency Estimation Algorithms for Power Quality Assessment / P.M. Ramos, A. Cruz Serra // Measurement, 2009. – No. 42. – P. 1312-1317.

36. Akcay H. Spectral Estimation in Frequency-Domain by Subspace Techniques / H. Akcay // Signal Processing, 2014. – No. 101. – P. 204–217.
37. Kumaresan, R. Estimating the Parameters of Exponentially Damped Sinusoids and Pole-Zero Modeling in Noise / R. Kumaresan, D.W. Tufts // IEEE Trans. on Acoustic, Speech & Signal Processing, 1982. – Vol. 30. – P. 837-840.
38. Tufts, D.W. Estimation of Frequencies of Multiple Sinusoids: Making Linear Prediction Perform Like Maximum Likelihood / D.W. Tufts, R. Kumaresan // Proc. of IEEE, 1982 – Vol.70. – No.9. – P. 975-989.
39. Hua, Y. Matrix Pencil Method for Estimating Parameters of Exponentially Damped/Undamped Sinusoid in Noise / Y. Hua, T.K. Sarkar // IEEE Trans. Acoustics, Speech & Signal Processing, 1990. – Vol. 38. – No. 5. – P. 814- 824.
40. Sarkar, T.K. Using the Matrix Pencil Method to Estimate the Parameters of a Sum of Complex Exponentials / T.K. Sarkar, O. Pereira // IEEE Antennas & Propagation Magazine, 1995. – Vol. 37. – No. 1. – P. 48-55.
41. Razavilar, J. A Structured Low-Rank Matrix Pencil for Spectral Estimation and System Identification / J. Razavilar, Y.Li, K.J. Ray Liu // Signal Processing (Elsevier), 1998. – No. 65. – P. 363-372.
42. Roy, R. ESPRIT Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques / R. Roy, T. Kailath // IEEE Trans. Acoustics, Speech & Signal Processing, 1989. – Vol. 37. – No.7. – P. 984-995.
43. Linear Prediction Approach for Efficient Frequency Estimation of Multiple Real Sinusoids: Algorithms and Analyses / H.C.So, K.W. Chan, Y.T. Chan, K.C. Ho // IEEE Trans. on Signal Processing, 2005. – Vol. 53. – No. 7. – P. 2290-2305.
44. Rahman, M.A. Total Least Squares Approach for Frequency Estimation Using Linear Prediction / M.A. Rahman, K.B. Yu // IEEE Trans. Acoustics, Speech & Signal Processing, 1987. – Vol. 35. – No. 10. – P. 1440-1454.
45. Hayes, M.H. Statistical Digital Signal Processing and Modeling / M.H. Hayes. – New York: Wiley, 1996. – 624 p.
46. Марпл-мл., С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл-мл. – М.: Мир, 1990. – 583 с.
47. Линник, Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений / Ю.В. Линник. – М.: ГИФМЛ, 1958. – 336 с.
48. Vetterli, M. Foundations of Signal Processing / M. Vetterli, J. Kovačevič, V.K. Goyal. – Cambridge University Press, 2013. – 707 p.
49. Штарк, Г.-Г. Применение вейвлетов для ЦОС / Г.-Г. Штарк. – М.: Техносфера, 2009. – 192 с.
50. Tse, N.C.F. Wavelet-Based Algorithm for Signal Analysis / N.C.F. Tse, L.L. Lai // EURASIP J. on Advances in Signal Processing, 2007. ID 038916. – 10 p.
51. IEEE Standard for Digitizing Waveform Records, 2007. IEEE Std. 1057-2007.
52. Ramos, P.M. A New Sine-Fitting Algorithm for Accurate Amplitude and Phase Measurements in Two Channel Acquisition Systems / P.M. Ramos, A.C. Serra // Measurement, 2008. – Vol. 41. – No. 2. – P. 135–143.

53. Ramos, P.M. Comparison of Impedance Measurements in a DSP Using Ellipse-Fit and Seven-Parameter Sine-Fit Algorithms / P.M. Ramos, F.M. Janeiro, T. Radil // Measurement, 2009. – Vol. 42. – No. 9. – P. 1370–1379.
54. Долинина, О.Н., Сравнительный анализ двухканальных алгоритмов оценки параметров синусоидальных сигналов в системах управления качеством электроэнергии / О.Н. Долинина, Е.В. Львова, А.А. Серанова // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2018. – Вып. 5. – С. 46-59.
55. Оценивание параметров квазигармонических сигналов методом максимального правдоподобия / А.А. Львов, В.П. Глазков, В.П. Краснобельмов и др. // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2014. – № 4(77). – Вып. 1. – С. 147-154.
56. Казаков, К.В. Алгоритм двухканального оценивания параметров квазигармонических сигналов / К.В. Казаков, А.А. Львов, В.А. Пыльский // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2009. – №. 4(43). – Вып. 2. – С. 38-41.
57. Halíř, R. Numerically Stable Direct Least Squares Fitting of Ellipses / R. Halíř, J. Flusser // Proc. of WSCG'98. – University of West Bohemia, Czech Republic, 1998. – P. 125–132.
58. Recent Developments on Impedance Measurements With DSP-Based Ellipse-Fitting Algorithms / P.M. Ramos, F.M. Janeiro, M. Tlemçani, A.C. Serra // IEEE Trans. on Instrumentation & Measurement, 2009. – Vol. 58. – No. 5. – P. 1680–1689.
59. Radil, T. New Spectrum Leakage Correction Algorithm for Frequency Estimation of Power System Signals / T. Radil, P.M. Ramos, A.C. Serra // IEEE Trans. on Instrumentation & Measurement, 2009. – Vol. 58. – No. 5. – P. 1670–1679.
60. Pilu M. Direct Least Squares Fitting of Ellipses / M. Pilu, R. Fischer // Proc. of the 13-th Int. Conf. on Pattern Recognition. – Vienna, Austria, 1996. – P. 253–257.
61. Analysis of a Non-Iterative Algorithm for the Amplitude and Phase Difference Estimation of Two Acquired Sinewaves / F.M. Janeiro, P.M. Ramos, M. Tlemçani, A.C. Serra // Proc. of the XVIII IMEKO World Congress. – Rio de Janeiro, Brazil, 2006. – P. 1-6. DOI: imeko.hdl.handle.net.10174.2028.
62. Львов, А.А. Повышение точности измерения выходной частоты пьезорезонансных датчиков давления / А.А. Львов, Р.С. Коновалов, М.И. Соломин // Наукоемкие технологии и инновации: материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Белгород: БГТУ, 2014. – С. 193-198.
63. The Use of Current Loop Circuit as a Signal Conditioner for High Accuracy Digital Piezoresistive Pressure Sensors / P.A. L'vov, R.S. Konovalov, S.A. Kuzin, A.A. L'vov // 2016 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics). – Omsk, Russia, 2016, pp. 1-5, doi: 10.1109/Dynamics.2016.7819039.
64. Moutchkaev, A.S. Parameter Estimation of Superimposed Sinusoids by Data Matrix Subfactorization: Theory and Algorithm / A.S. Moutchkaev, S.-H. Kong, A.A. L'vov // Proc. of the 2016 Int. Conf. on Actual Problems of Electron Devices En-

gineering. – Saratov, Russia: IEEE, 2016. – P. 1-6. DOI: 10.1109/APEDE.2016.7879042.
65. Moutchkaev, A.S. Parameter Estimation of Superimposed Sinusoids by Data Matrix Subfactorization: Analysis and Results / A.S. Moutchkaev, S.-H. Kong, A.A. L'vov // Proc. of the 2016 Int. Conf. on Actual Problems of Electron Devices Engineering. – Saratov, Russia: IEEE, 2016. – P. 1-8. DOI: 10.1109/APEDE.2016.7879043.
66. Сравнение методов оценивания параметров квазигармонических сигналов / А.А. Львов, А.А. Серанова, Р.В. Ермаков, А.С. Мучкаев // Радиотехника, 2019. – №8(12). – С. 88-95. DOI 10.18127/j00338486-201908(12)-14.
67. Comparison of Methods for Parameter Estimating of Superimposed Sinusoids / Seranova A., Ermakov R., Sytnik A. et al. // Studies in Systems, Decision and Control, Vol. 337: Recent Research in Control Engineering and Decision Making. – Springer Nature Switzerland, 2020. – P. 140-151. DOI: 10.1007/978-3-030-65283-8_12.
68. Numerical Simulation Results of the Optimal Estimation Algorithm for a Turn Table Angular Velocity / Ermakov R., Seranova A., Umnova E. et al. // Studies in Systems, Decision and Control, Vol. 337: Recent Research in Control Engineering and Decision Making. – Springer Nature Switzerland, 2020. – P. 102-113. DOI:10.1007/978-3-030-65283-8_9.
69. L'vov, A.A. Radio Frequency Identification Using Reader Based on a Multi-Port Junction / A.Y. Nikolaenko, N.I. Melnikova, N.S.Vagarina et al. // Proc. of the 2020 Int. Conf. "Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications". – Moscow, Russia: IEEE, 2020. – P. 1-5. DOI: 10.1109/IEEECONF48371.2020.9078626
70. Николаенко, А.Ю. Прямое преобразование частоты в системе RFID на основе многоканального векторного вольтметра / А.Ю. Николаенко, А.А. Львов // Проблемы управления, обработки и передачи информации: сб. тр. V Междунар. юбилейн. науч. конф. / под ред. А.А. Львова и М.С. Светлова. Саратов: ООО СОП «Лоди», 2017. – С. 563-568.
71. Северов, А.А. Алгоритм оценки параметров математических моделей линейных и нелинейных систем / А.А. Северов, А.А. Львов // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2009. – № 4(43). – Вып. 2. – С. 77-81.
72. Цифровой частотомер / Захаров Ю.А., Карамышев А.Н., Плотников П.К. и др. // Патент на изобретение № RU 2730047 C1, 14.08.2020. Заявка № 2019125680 от 13.08.2019.
73. Цифровой частотомер / Сытник А.А., Захаров Ю.А., Карамышев А.Н. и др. // Патент на полезную модель № RU 197391 U1, 23.04.2020. Заявка № 2018127992 от 30.07.2018.
74. Алгоритмический подход к выделению разности двух электромагнитных информационных сигналов, близких по частоте и сдвигу фаз / А.А. Сытник, А.Н. Карамышев, А.А. Львов, П.К. Плотников // Проблемы управления в социально-

экономических и технических системах: материалы XVI Междунар. науч.-практ. конф. – Саратов: Издат. центр «Наука», 2020. – С. 353-362.
75. Балабан, О.М. Обратное преобразование Лапласа от рациональных функций / О.М. Балабан, А.А. Львов, М.С. Светлов // Проблемы управления, обработки и передачи информации: сб. тр. VI Междунар. науч. конф. – Саратов: ООО СОП «Лоди», 2019. – С. 161-170.
76. Северов, А.А. Модели периодических многочастотных сигналов и их применение для минимизации нелинейных искажений / А.А. Северов, А.А. Львов // Системы управления и информационные технологии, 2009. – № 3 (37). – С. 93-98.
77. Киселёв, В.В. Особенности моделирования одночастотных сетей цифрового телерадиовещания стандарта DVB-T / В.В. Киселёв, А.А. Львов, М.С. Светлов // Вестник Саратовского государственного технического университета, 2010. – № 3 (51). – Вып. 4. – С. 145-149.
78. Synthesis of a Wideband Multiprobe Reflectometer / B.M. Kats, V.P. Meschanov, A.A. Lvov et al. // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 2008. – Vol. 56. – No. 2. – P. 507-514.
79. Львов, А.А. Численное моделирование и анализ воздействия искажений на OFDM/QAM-сигнал / А.А. Львов, В.В. Киселёв // Известия Саратовского университета. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика, 2013. – Т. 13. – Вып. 3. – С. 102-108.
80. Optimal Estimation of the Motion Parameters of a Precision Rotating Stand by Maximum Likelihood Method / R.V. Ermakov, A.A. Seranova, A.A. L'vov, D.M. Kalikhman // Measurement Techniques, 2019. – Vol. 62. – P. 139-146. DOI: 10.1007/ s11018-019-01598-x.
81. A method for determining the frequency of a helicopter main rotor / Ermakov R.V., Seranova A.A., Svetlov M.S. et al. // Системный синтез и прикладная синергетика: сб. тр. X Всероссийской научной конференции. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2021. – С. 237-241.
82. Альтернативный подход к выражению неопределенности измерения в эксперименте / Шаронов П.А., Умнова Е.Г., Вагарина Н.С. и др. // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2021. – № 3; URL: mathmod.esrae.ru/35-130 (дата обращения: 27.05.2024). DOI: 10.24412/2541-9269-2021-3-10-26