

УДК 372.851

Паршина Т. Ю.

*Филиал Российского государственного профессионально-педагогического университета в г. Нижний Тагил
г. Нижний Тагил, Россия*

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ В ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Аннотация

Статья посвящена использованию исследовательских задач в процессе обучения математике в средней школе. Основное содержание статьи составляет аналитический обзор в определении существенных характеристик исследовательских задач их классификации, типов и их роли в обучении школьников математике.

Ключевые слова: исследовательская задача, типы исследовательских задач по математике, функции исследовательских задач.

Parshina T. Yu.

*Department of it Russian State Vocational Pedagogical University
branch in Nizhny Tagil
Nizhny Tagil, Russia*

RESEARCH OBJECTIVES IN THE TEACHING OF ALGEBRA IN SECONDARY SCHOOL

Abstract

The article is devoted to the use of research tasks in the process of teaching math in secondary school. The main content of the article is an analytical review in the definition of the essential characteristics of the research tasks of their classification, types and their role in teaching students in mathematics.

Keywords: research task, types of research tasks of mathematics, function of research tasks.

В педагогической литературе нет единой точки зрения относительно толкования понятия «исследовательская задача» [1], [2], [3], [5]. Представим различные точки зрения в таблице 1.

Таблица 1

Понятие исследовательской задачи

Автор	Определение
В. И. Андреев	Один из видов проблемных задач, требующих поиска, объяснения и доказательства закономерностей, связей и отношений, экспериментально наблюдаемых или

	теоретически анализируемых фактов, явлений, процессов, в результате решения которых учащиеся откроют новое знание об объекте исследования, способе или средстве деятельности.
Г. А. Балл	Нерутинная задача как родовая отнесенная задача, когда решатель не обладает представленным в той или иной форме алгоритмом.
Б. А. Викол	Задача, при решении которой деятельность учащихся полностью или частично недетерминирована
А. Г. Иодко	Предъявленные учащимся задания, содержащие проблему, решение которых требует проведения теоретического анализа, применение одного или нескольких методов научного исследования, с помощью которых учащиеся откроют ранее неизвестные для них знания.
И. Я. Лернер	Задача, в основе которой лежит противоречие между известным и искомым, находимым при помощи системы действий умственного или практического характера, смысл которых – в обнаружении не заданных в условии задачи связей и в построении неизвестных субъекту преобразований.
А. М. Матюшкин	Задача, которая требует открытия (усвоения) новых знаний о предмете, способах или условиях ее выполнения.
Н. А. Менчинская	Задачи, способы решения которых учащиеся должны найти сами.
В. Оконь	Задача, в которой содержится определенное практическое или теоретическое затруднение, требующее исследовательской активности, приводящей к решению.
М. Н. Скаткин	Проблема, решаемая при данных условиях или параметрах, способ решения которой заранее учащемуся неизвестен.
В. В. Спенский	Вопросы и задания учителя, или вопросы, вытекающие из личных побуждений ученика, которые вызывают его активную, творческую поисковую деятельность, направленную на разрешение познавательных проблем, на самостоятельные открытия, осуществляемые путем постановки опытов, сбора фактов, анализа и обобщения знаний.
Л. М. Федоряк	Сложное задание, содержащее познавательное противоречие, процесс решения которого способствует формированию у учащихся исследовательских умений.

Сравнивая имеющиеся определения, можно сделать вывод о том, что характерным для исследовательской задачи является:

- отсутствие не только алгоритма, но и различного рода алгоритмического предписания; скрытость метода решения;
- возможность составления новых задач, вытекающих из решения данной;
- многовариантность гипотез, способов решения, ответов;

– применение догадок, эвристик.

Исследовательские задачи, по мнению А. Ф. Эсаулова [4], строятся на выдвижении гипотез, прогнозировании последствий, достраивании условий.

К числу основных действий, выполняемых при решении исследовательских задач, многие педагоги и методисты относят:

- постановку задачи;
- планирование решения задачи;
- выдвижение гипотез;
- построение измеряемых величин и измерительных шкал;
- сбор исходной информации (наблюдение);
- экспериментирование;
- анализ данных экспериментов или наблюдений и построение обобщений;
- построение моделей действительности и работа с моделями.

Ясно, что решение исследовательской задачи предполагает исследовательскую деятельность учащихся. По мнению В. И. Андреева, это организуемая педагогом деятельность учащихся, направленная на поиск объяснения и доказательства закономерных связей и отношений экспериментально наблюдаемых или теоретически анализируемых фактов, явлений, процессов, в которой доминирует самостоятельное применение приемов научных методов познания и в результате которой учащиеся активно овладевают знаниями, развивают свои исследовательские умения и способности.

В Федеральном Государственном Образовательном Стандарте Основного Общего Образования подчеркивается, что одним из результатов правильно организованного образовательного процесса является развитие умений выполнения учащимися исследовательской деятельности, способности к решению учебно-практических и учебно-познавательных задач.

Кроме того, важность исследовательских задач в обучении обусловлена их развивающими функциями. Так, к примеру, в обучении математике, Ю. М. Колягин [2], отмечает следующие:

1. Подводить школьников к самостоятельному открытию того или иного математического факта, установлению возможности применения известного математического факта в новой ситуации.

2. Подводить школьников к самостоятельному открытию методов доказательства математических утверждений, приемов решения той или иной задачи.

3. Формировать у школьников способность к самостоятельным обобщениям, к осмысленному и умелому использованию специальных методов познания, способность к проведению рассуждений индуктивного и дедуктивного характера, способность широко использовать догадку с последующей ее проверкой.

4. Давать школьникам возможность проведения самостоятельных поисковых исследований посредством изучения результатов решения, изменения условия задачи и т. д.

5. Формировать у школьников качества научного мышления.

Учитывая характерные черты исследовательских задач, можно выделить следующие виды исследовательских учебных задач школьной математики (по Митенёвой С. Ф. [3]):

- 1) задачи на выявление и формулировку определенной закономерности;
- 2) задачи на исследование объекта с целью установления его характерных признаков;
- 3) задачи на проведение лабораторно-практических работ по изготовлению наглядных пособий с целью выявления свойств объектов;
- 4) задачи, предполагающие различные способы решения;
- 5) задачи, предполагающие самостоятельную формулировку вопроса по данному условию;
- 6) задачи по изготовлению собственной модели какого-либо объекта, составление задачи.

Раскроем содержание этих видов на примерах задач школьной алгебры.

Задачи первого вида:

1. Вычислите: $11^2, 101^2, 1001^2$. Угадайте закономерность $\underbrace{100\dots01^2}_{n \text{ цифр}} =$.

Докажите справедливость полученной формулы. Используя формулу, вычислите $10001^2, 1000001^2$.

2. Вычислите: $15^2, 25^2, 35^2, 45^2$. Угадайте закономерность возведения в квадрат числа, оканчивающегося цифрой 5. Докажите справедливость полученного правила. Вычислите устно $95^2, 205^2, \sqrt{5625}, \sqrt{1010025}$.

3. Найдите все двузначные натуральные числа, при перестановке цифр в которых это число увеличивается на 9, уменьшается на 63.

4. Верно ли утверждение, что для любого многочлена $P(x)$ существует не более одного многочлена $f(x)$ такого, что $f(f(x)) = P(x)$.

Задачи второго вида:

1. При каких натуральных значениях n выражение $\frac{2n-3}{n+1}$ является целым числом?

2. Известно, что целое число a при делении на 3 даёт остаток 1, а при делении на 4 остаток 3. Найдите остаток от деления этого числа на 12, на 6.

3. Постройте график функции $y = x^2 - 6x + a$, если известно, что её наименьшее значение равно 1. *Разнообразные задачи с параметром.*

4. Изобразите на координатной плоскости множество точек, каждая из которых равноудалена от данной точки $F(-4; 1)$ и данной прямой $y = -1$.

5. Среди обыкновенных дробей с положительными знаменателями, расположенными между числами $\frac{96}{35}$ и $\frac{97}{36}$, найдите такую дробь, знаменатель которой минимален.

Задачи третьего вида: Изготовление справочников по теме, словарей.

Задачи четвёртого вида:

1. Решить систему уравнений $\frac{2x^2}{1+x^2} = y$; $\frac{2y^2}{1+y^2} = z$; $\frac{2z^2}{1+z^2} = x$. Найти не менее четырёх способов решения.

2. Найти наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt{x^2 - 14x + 58}$. Задачу решить двумя способами.

3. На прямой $y = 4x - 2$ найти такую точку C , что радиус окружности, описанной около треугольника ABC , где $A(0; 0)$, $B(2; 0)$, принимает наименьшее значение. Задачу решить двумя способами.

Задачи пятого вида:

1. Дано соотношение $ax > \frac{1}{x}$. Поставьте вопросы к данному условию. Ответьте на них.

2. Известно, что $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Поставьте вопросы к данному условию. Составьте схему решения для каждого сформулированного вами вопроса.

Задачи двух последних групп могут быть использованы на любых этапах обучения, а задачи первых четырёх групп – более уместны на уроках обобщения и итогового повторения. Продуктивно построение циклов исследовательских задач по теме. Например, при изучении признаков делимости на 3 и 9 можно предложить следующий цикл (задачи 1–5).

1. Заполни таблицу:

число	сумма цифр	остаток от деления на 3		разность числа и суммы его цифр
		числа	суммы цифр	
23				
42				
37				
265				
1000				

Какую закономерность можно увидеть?

Придумай своё число и проверь, подтверждается ли на нём сделанное предположение. Как можно объяснить увиденное свойство? Попробуй доказать предположение для двузначного, трёхзначного числа. Будет ли справедливо это утверждения для четырёх-, пяти-, шестизначного числа? Попробуй доказать!

2. Верно ли утверждение «Остаток от деления на 9 трёхзначного числа равен остатку от деления на 9 суммы его цифр»?

Если верно, то докажи. Если неверно, то придумай число, для которого это свойство не выполнено.

Верно ли это утверждение для двузначного, четырёхзначного числа?

3. Найди остатки от деления на 3 и на 9 числа 5781203.

4. Подбери цифру на пропущенное место в числе $12345\Box54321$ так, чтобы остаток от деления на 9 полученного числа был бы равен 1. Подбери цифру на пропущенное место в числе $12345\Box54321$ так, чтобы остаток от деления на 3 был бы равен 1.

5. В записи числа использовались 21 единица и несколько нулей. Делится ли это число на 9? Какой остаток от деления на 9 у этого числа?

При решении исследовательских задач важно, чтобы способ решения был найден самостоятельно учащимся. В качестве поддержки можно предложить перечень вопросов, «подсказок» – как это можно видеть в указанном цикле. Кроме того, полезно после разобранного решения поработать с готовым решением – ответить на вопросы:

– какие идеи привели к решению, чем эта задача похожа или не похожа на другие задачи;

– где в решении использованы те или иные данные, перестанет ли утверждение быть верным, если какое-то условие убрать или ослабить;

– можно ли данные и ответ поменять местами, т. е. верно ли обратное утверждение;

– можно ли обобщить задачу или вывести интересные следствия;

– оценить готовое решение на красоту, выстроить план-проспект готового решения задачи; можно ли улучшить план решения или оформление его отдельных шагов.

Использование исследовательских задач служит развитию наблюдательности, способности выделять главное, обобщать, уметь применять известные знания в новой ситуации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балл, Г.А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект. / Г. А. Балл. – М. : 1990. – 184 с.

2. Колягин, Ю.М. Учись решать задачи: пособие для учащихся 7–8 кл. / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян. – М. : Просвещение, 1980. – 96 с.

3. Митенева, С.Ф. Нестандартные задачи по математике как средство развития творческих способностей учащихся: дисс. ... канд. пед. наук. / С. Ф. Митенева. – Вологда, 2005. – 204 с.

4. Эсаулов, А.Ф. Психология решения задач: методическое пособие / А. Ф. Эсаулов. – М. : Высшая школа, 1972. – 216 с.

5. Янков, В.Г. Сущность и функции исследовательских задач в обучении математике студентов педвуза / В. Г. Янков // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6.