

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОШИБКИ В ИЗМЕРЕНИЯХ С НЕБОЛЬШИМ КОЛИЧЕСТВОМ ИСПЫТАНИЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ДОВЕРИТЕЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА

А.Н. Березина ¹⁾, К.В. Часов ²⁾

1) студент Армавирского механико–технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, berezina_19_vdv@mail.ru.

2) к.п.н., доцент кафедры общенаучных дисциплин Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, chasov_kv@mail.ru.

Аннотация: в статье рассматривается вопрос об ошибках в измерениях с небольшим количеством испытаний, имеющих отношение к ремонту оборудования и аппаратов предварительной очистки и подготовки газа. Предлагается методика по выявлению ошибок в измерениях с помощью доверительного интервала.

Ключевые слова: доверительный интервал, ошибки в измерениях, небольшое количество испытаний, предварительная очистка и подготовка газа, экономическая эффективность.

TO THE QUESTION OF DETERMINING THE ERROR IN MEASUREMENTS WITH A SMALL NUMBER OF TESTS WHEN CALCULATING THE CONFIDENCE INTERVAL

A. N. Beresina ¹⁾, K. V. Chasov ²⁾

1) the student Armavir mechanics-technological Institute (branch) Kuban state technological University, city of Armavir, Russia, berezina_19_vdv@mail.ru.

2) Ph. D., associate Professor, Armavir mechanics-technological Institute (branch) Kuban state technological University, city of Armavir, Russia, chasov_kv@mail.ru.

Abstract: the article considers the issue of measurement errors with a small number of tests related to the repair of equipment and apparatuses for pre-treatment and gas treatment. A technique for detecting errors in measurements using the confidence interval is proposed.

Keywords: confidence interval, measurement errors, a small number of tests, gas pre-treatment and preparation, economic efficiency.

В основе любой хозяйственной деятельности обязательно лежит экономическая выгода, эффективность. В нефтегазовой отрасли серьёзное техническое и технологическое отставание означает потерю самостоятельности и самодеятельности предприятия. Для определения экономической эффективности введения новой техники или технологии в отрасль, необходимо учитывать затраты на научно-исследовательские работы, разработку технического проекта, рабочих чертежей и другой технической документации, испытания, доводку, разработку технологии производства, освоение серийного выпуска новой продукции. Когда эти затраты обусловлены повышением качества продукции при производстве, они отражаются в оптовых ценах и учитываются непосредственно как стоимость нового оборудования при расчёте.

Работающее предприятие довольно часто нуждается в ремонте оборудования, которое было введено в строй даже совсем недавно. В нефтегазовой отрасли, особенно связанной с добычей полезных ископаемых, это имеет довольно большое значение. Отдельные узлы и детали оборудования довольно быстро изнашиваются и ломаются. Поэтому возникает необходимость производства ремонта.

Имеются различные подходы для расчёта допуска на обработку поверхностей деталей во время ремонта – с помощью расчётно-аналитического метода или по соответствующим справочным таблицам.

Расчёт припусков на механическую обработку входит в технологический процесс, определяющий основные мероприятия при ремонте оборудования и аппаратов предварительной очистки и подготовки газа.

Рассмотрим один из подходов к вычислению доверительного интервала, в котором для случайного параметра, в частности указанных выше припусков, определим приближённый интервал оценки. В работе [1] отмечается, что величину доверительного интервала при проведении испытаний (измерений) устанавливают по известному числу этих испытаний. При этом определяются границы оценки, являющиеся приближёнными.

Понятие доверительного интервала приведено в [2], используем его для получения интервальной оценки искомого параметра распределения.

По экспериментальной выборке необходимо вычислить обе границы интервала (θ_N, θ_a) . При этом, чаще всего, доверительную вероятность выбирают вблизи 1 – это могут быть числа 0,9; 0,95; 0,975.

Уравнение, задающее доверительный интервал

$$P(\theta_N < \theta < \theta_a) = \gamma,$$

запишем двумя. В этом случае задача разрешима однозначно.

$$P(\theta > \theta_a) = \alpha_1,$$

$$P(\theta < \theta_N) = \alpha_2,$$

где имеет место равенство: $\alpha_1 + \alpha_2 = 1 - \gamma$ ([3]).

В работе [4] приводятся такие же формулы.

В работе [1], при рассмотрении вопроса для небольшого количества измерений, учтены, с помощью критерия Груббса, грубые ошибки-промахи. Совсем другой подход использован в работах [2], [3], [4], который приводит к примерно таким же результатам.

Зачастую невозможно или нецелесообразно исследовать генеральную совокупность целиком – либо из-за того, что это связано с уничтожением исследуемых объектов, либо количество объектов очень велико, либо из-за больших материальных затрат. Иногда встречается ситуация, когда имеют место все три причины. Но чаще всего на практике имеют место выборки объёма $n < 10-20$. Совершенно очевидно, что интервальную оценку для такого объёма выборки невозможно использовать, т.к. заключения о нормальном законе распределения выборочных средней \bar{x} и доли w , и замена неизвестных генеральной дисперсии σ^2 и доли p их точечными оценками S^2 (или \hat{S}^2) или w , необоснованны вследствие неприменимости центральной предельной теоремы, работающей только при больших n .

Рассмотрим теоретическое обоснование решение задачи для указанного случая: выборки объёма $n < 10-20$.

1. Используя выводы теории вероятностей, запишем вероятность накрытия α

$$P(|X_n - \bar{X}_0| < \varepsilon) = \alpha,$$

где ε – точность накрытия, а \bar{X}_0 – выборочная оценка. Можем записать доверительный интервал

$$\bar{X}_0 - \varepsilon < X_n < \bar{X}_0 + \varepsilon.$$

Учитывая, что в нашем случае малое число измерений ($n < 30$, в противном случае указанную выше вероятность отклонения необходимо вычислять с помощью удвоенной функции Лапласа), тогда в соответствии с распределением Стьюдента доверительный интервал определяется по формуле:

$$\varepsilon = \frac{t \cdot S}{\sqrt{n}},$$

где t – параметр распределения Стьюдента в соответствующей таблице (Приложение 3. Таблица значений $t_\gamma = t(\gamma, n)$ [2]).

2. Выявление и исключение промахов из серии измерений

В случае наличия грубой ошибки-промаха в достаточно небольшой выборке среднее значение измеряемой величины и границы доверительного интервала могут значительно исказить реальные величины измеряемого параметра. Понятно, что ошибки-промахи следует исключать из числа наблюдений.

С этой целью анализируются условия и методика проведения эксперимента. В случае отсутствия ошибок проводится статистический анализ подозреваемого значения. Для выявления ошибочных опытных данных применяют критерий Груббса:

1) вычисляется стандартное отклонение (среднее квадратическое отклонение) по формуле

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1};$$

2) вычислим значение переменной Θ , называемой критерием совместимости (определяется для случаев $x_i = x_{\max}$ или $x_i = x_{\min}$):

$$\theta = \frac{|x_i - \bar{x}|}{S}.$$

Предельные значения Θ зависят от числа опытов n и заданной надёжности p . В следующей таблице (таблица 1) представлены значения $\Theta_{\text{кр}}$.

Таблица 1

Значения $\Theta_{\text{кр}}$

n	α		
	0.90	0.95	0.99
3	1.41	1.41	1.41
4	1.64	1.69	1.72
5	1.79	1.87	1.96
6	1.89	2.00	2.13
7	1.97	2.09	2.26
8	2.04	2.17	2.37
9	2.10	2.24	2.46
10	2.15	2.29	2.54

3) если $\Theta > \Theta_{\text{кр}}$, то $x_{i \max}$ следует отбросить, как опыт, содержащий грубую ошибку.

3. Практическое применение метода

Пример. Оценить доверительный интервал \bar{X}_0 – средней толщины плоских деталей из листового материала по данным измерений, приведённых в таблице 2 при доверительной вероятности 0,95.

Таблица 2

Данные измерений

n	1	2	3	4	5	6
X	2.50	2.40	2.45	2.53	2.38	3.80

Решение:

$n = 6$; $\alpha = 0,95$; $t = 2.57$ (приложение 3 [2]).

$$\bar{X}_0 = \frac{1}{6}(2,50 + 2,40 + 2,45 + 2,53 + 2,38 + 3,80) = 2,677.$$

$$D[x] = \sigma^2 = \frac{1}{6}[(2,50 - 2,677)^2 + (2,40 - 2,677)^2 + \dots + (3,80 - 2,677)^2] = 0,255.$$

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D = \frac{6}{5} \cdot 0,255 = 0,306, \quad S = 0,553.$$

Значение переменной Θ для различных значений (минимального и максимального) случайной величины.

$$\Theta = |2,38 - 2,677| / 0,553 = 0,537 \text{ для минимального значения,}$$

$$\Theta = |3,80 - 2,677| / 0,553 = 2,03 \text{ для максимального значения.}$$

Из таблицы 1 для $n = 6$ и $\alpha = 0,95$ выбираем

$$\Theta_{\text{кр.}} = 2,00.$$

Для минимального значения измерений критерий совместимости имеет место, для максимального – нет. Поэтому считаем величину 3,80 грубой ошибкой-промахом, которую отбрасываем и производим все вычисления заново с 5-ю значениями. $n = 5$; $\alpha = 0,95$; $t = 2,78$.

$$\bar{X}_0 = \frac{1}{5}(2,50 + 2,40 + 2,45 + 2,53 + 2,38) = 2,452.$$

$$D[x] = \sigma^2 = \frac{1}{5}[(2,50 - 2,452)^2 + (2,40 - 2,452)^2 + \dots + (2,53 - 2,452)^2] = 0,003.$$

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D = \frac{5}{4} \cdot 0,003 = 0,004, \quad S = 0,063.$$

Как и выше вычисляем Θ для различных значений (минимального и максимального) случайной величины.

$$\Theta = |2,38 - 2,452| / 0,063 = 1,151 \text{ для минимального значения,}$$

$$\Theta = |2,53 - 2,452| / 0,063 = 1,248 \text{ для максимального значения.}$$

Из таблицы 1 для $n = 5$ и $\alpha = 0,95$ выбираем

$$\Theta_{\text{кр.}} = 1,87.$$

Для минимального и максимального значений измерений критерий совместимости имеет место, поэтому все значения верны. Вычислим ε .

$$\varepsilon = \frac{t \cdot S}{\sqrt{n}} = 0,078.$$

Следовательно, доверительный интервал запишется $[2,452 \pm 0,078]$.

Применение приведённой выше методики расчёта доверительного интервала позволит правильно подойти к вопросу ремонта оборудования в нефтегазовой отрасли, а, значит, уменьшить простой оборудования и экономические потери.

Список использованных источников

1. Кункин С.Н. и др. Математические методы обработки экспериментальных данных [Электронный ресурс]: Расчетные задания / С.Н. Кункин, В.Н. Востров, П.А. Кузнецов, А.Г. Рябинин; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. Механико-машиностроительный факультет. – Санкт-Петербург, 2002. – Загл. с титул. экрана. URL:<http://elib.spbstu.ru/dl/241.pdf>

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для студентов вузов. Изд. 9-е, стер.– М.: Высш.шк., 2003.– 479 с.: ил. ISBN 5-06-003464-X

3. Муха В.С., Слюянова Т.В. Статистические методы обработки данных: Лаб. практикум для студ. спец. 53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации» всех форм обучения / Мн.: БГУИР, 2004. – 98 с.: ил. ISBN 985-444-581-X.

4. Волковец А.И., Гуринович А.Б. Теория вероятностей и математическая статистика: Конспект лекций для студ. всех спец. и форм обучения БГУИР / – Мн.: БГУИР, 2003. – 84 с.: ил.