ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОГРЕССИЙ В ИНТЕРАКТИВНОМ ОБУЧАЮЩЕМ ДОКУМЕНТЕ

***Р.С. Шеховцов* [1)], *К.В. Часов* [2)]**

1) студент Армавирского механико–технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, shehovcov_romahka1@mail.ru .

2) к.п.н., доцент кафедры общенаучных дисциплин Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, chasov_kv@mail.ru.

Аннотация: статья посвящена исследованию свойств геометрических прогрессий с помощью использования в интерактивном обучающем документе квадратных матриц, содержащих последовательные члены геометрической прогрессии. В результате исследования получены закономерности при расчёте определителей любого порядка, начиная с 3-го.

Ключевые слова: геометрическая прогрессия, свойства, матрица, определитель, математическая среда MathCAD, интерактивный обучающий документ, активное и интерактивное обучение.

RESEARCH OF PROPERTIES OF GEOMETRIC PROGRESSIONS IN AN INTERACTIVE TRAINING DOCUMENT

***R.S. Shekhovtsov* [1)], *K.V. Chasov* [2)]**

1) the student Armavir mechanics-technological Institute (branch) Kuban state technological University, city of Armavir, Russia, shehovcov_romahka1@mail.ru.

2) Ph. D., associate Professor, Armavir mechanics-technological Institute (branch) Kuban state technological University, city of Armavir, Russia, chasov_kv@mail.ru.

Abstract: The article is devoted to the study of the properties of geometric progressions by using square matrices containing consecutive members of geometric progression in an interactive training document. As a result of the study, regularities were obtained when calculating determinants of any order, starting from the 3rd.

Keywords: geometric progression, properties, matrix, determinant, mathematical environment MathCAD, interactive learning document, active and interactive learning.

Рассмотрим *анализ состояния проблемы исследования*, отражающий *актуальность темы работы*.

Многими исследователями отмечается, что формирование и развитие научно-исследовательской работы студентов (НИРС) может и должно происходить в учебном процессе с самых первых занятий, будь то лекционные или практические занятия, самостоятельная работа под руководством преподавателя, и стать одним из важных направлений подготовки бакалавров ([1]). Отметим, что без соответствующего опыта, знаний, умений и мотивов в области исследовательской деятельности обучающиеся не смогут проводить научные изыскания ([2]).

С первых занятий преподавателем (один из соавторов статьи Часов К.В.) перед студентами ставились проблемные учебные задачи, направленные на формирование учебно-исследовательской работы студентов (УИРС). Рассмотрим один из примеров решения подобной учебной задачи, поставленной преподавателем перед обучающимися.

Во время изучения нескольких взаимосвязанных тем по изучению матриц, определителей и решения систем линейных уравнений (дисциплина «Математика» 1-й курс) были выявлены неожиданные результаты.

Решая обратную задачу по составлению совместной системы линейных уравнений, потребовалось записать основную матрицу системы с определителем отличным от нуля. Как известно, для существования единственного решения системы необходимо, чтобы упомянутый определитель был невырожденным. Внося будущие коэффициенты – последовательные натуральные числа – в квадратную матрицу в среде MathCAD, преподаватель (один из соавторов Часов К.В.) вычислил определитель – его значение оказалось нулевым. Один из студентов первого курса направления 09.03.01 Смольняков И.М. провёл предварительное исследование по полученному факту с помощью несложной программы, вычисляющей определители, некоторые результаты этого исследования были опубликованы ([3]).

Оказывается, что в качестве элементов определителя были коэффициенты системы линейных уравнений, представляющие собой члены прогрессирующих последовательностей, в частности, арифметических и геометрических прогрессий. *Члены указанных прогрессий, последовательно записанные в квадратные матрицы различных порядков, обладают свойством: определители матриц равны 0.*

Нами произведён поиск по литературным источникам, среди которых литература из рабочей программы по математике, кроме того классические источники «Введение в теорию матриц» Р.Беллман [4], «Курс высшей алгебры» А.Г.Курош [5]. Ни в одном из источников приведённый выше результат не приводится. Поэтому изучение вопроса о вырожденности квадратных матриц, составленных из последовательных членов прогрессирующих последовательностей, является *актуальным*.

Постановка проблемы исследования и вытекающие из неё задачи.

Задача исследования свойств геометрических прогрессий с помощью квадратных матриц возникла на лекционном занятия по математике.

Приведём несколько матриц и определителей этих матриц, которые были использованы для получения системы линейных уравнений при составлении обратной задачи (рисунок 1).

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{6} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{-9} & \mathbf{-15} \\ \mathbf{1} & \mathbf{10} & \mathbf{19} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{C} := \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{4} & \mathbf{6} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{9} & \mathbf{-15} \\ \mathbf{1} & \mathbf{10} & \mathbf{19} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} := \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{16} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{-12} & \mathbf{-48} \\ \mathbf{1} & \mathbf{7} & \mathbf{49} \end{pmatrix}$$

$$|\mathbf{A}| = \mathbf{0} \qquad |\mathbf{C}| = \mathbf{576} \qquad |\mathbf{B}| = \mathbf{0}$$

Рисунок 1 – Задание коэффициентов для системы линейных уравнений

Первоначально была подготовлена матрица, в которой записаны члены арифметической прогрессии с первым членом 1 и разностью 1. Затем было решено (матрица А – рисунок 1) в первой строке записать члены возрастающей арифметической прогрессии с разностью 2 (при этом не важно, с какого члена начата последовательность), во второй строке – убывающей арифметической прогрессии с разностью -6, в третьей – члены возрастающей арифметической прогрессии с разностью 9. Далее, матрица С (рисунок 1) была существенно изменена – во второй строке второй элемент не является членом прогрессии второй строки и это превратило матрицу в невырожденную. Матрица В (рисунок 1) получена следующим образом: построчно заданы члены геометрической прогрессии – первая и вторая строки – это члены возрастающей и убывающей геометрических прогрессий со знаменателем 4, но с разным знаком, третья строка – возрастающая геометрическая прогрессия со знаменателем 7 (при последующих вычислениях выяснилось, что третья строка может быть вообще любой – в матрице первая и вторая строки пропорциональны, следовательно, по свойствам определителей такой определитель равен нулю).

Необходимо сделать следующее замечание: для матрицы B вместо членов арифметической прогрессии были подставлены члены геометрической прогрессии (рассуждения выше) – поэтому строки пропорциональны, но для матрицы A – построчно заданные арифметические прогрессии с разными разностями – здесь нет никакой пропорциональности!

Из приведённых выше рассуждений логично появляется вопрос: будет ли матрица вырожденной или невырожденной при размерности больше двух, если её заполнять элементами различных последовательностей?

Таким образом, ***проблема*** состоит в следующем: *установление свойства вырожденности квадратных матриц, составленных из элементов различных последовательностей*, в частности, членов геометрических прогрессий, взятых в количестве, равном квадрату натурального числа большего двух ([6]).

Целями и ***задачами*** исследования являются выявление свойств прогрессирующих последовательностей, например последовательностей, составленных из членов геометрических прогрессий.

Характеристика объектов и методов исследования.

Числовые последовательности с заданными законами их получения, в частности, геометрические прогрессии с различными первыми членами и различными знаменателями; квадратные матрицы различных порядков, в которые заносятся последовательно члены геометрических прогрессий; определители этих матриц являются ***объектами*** исследования.

Свойства же числовых последовательностей (геометрических прогрессий), а, именно, значения определителей, получаемых из последовательных членов прогрессий являются ***предметом*** исследования.

Данное исследование проводилось с помощью математического пакета «MathCad» с целью анализа и выявления свойств различных числовых последовательностей, в частности, геометрических прогрессий.

Для того чтобы провести данное исследование, необходимо владеть навыками интеллектуальной деятельности, уметь сопоставлять, обобщать, анализировать и делать самостоятельные выводы. Поэтому применены следующие ***методы*** исследования: анализ научно-методической литературы по теме, индукция и дедукция, анализ и синтез, сравнение, обобщение, эксперимент, в частности компьютерный эксперимент.

Для проведения исследования была составлена программа (рисунок 2) с целью формирования квадратных матриц, в которые последовательно заносятся члены геометрической прогрессии.

```
f2(x1, d, n) := | n ← n
                | x_1 ← x1
                | for i ∈ 1..n − 1
                |   x_{i+1} ← x_i·d
                | i ← 1
                | for k ∈ 1..trunc(√n)
                |   for j ∈ 1..trunc(√n)
                |     | r_{k,j} ← x_i
                |     | i ← i + 1
                | r
```

Рисунок 2 – Функция пользователя по заполнению матрицы элементами геометрической прогрессии

Выполняя вычисления по указанной выше функции пользователя в среде MathCAD (рисунок 2), будем получать квадратные матрицы различных порядков для самых различных геометрических прогрессий. Вычисляя всякий раз, определитель полученной матрицы, убеждаемся, что он равен 0.

Сделаем вывод. Из учебной задачи, выполняемой в рамках УИРС, мы получили настоящее исследование, доведённое в нашем исследовании до логического завершения: сделаны рекомендации, получены выводы по отрезкам из членов геометрических прогрессий, записываемых в квадратные матрицы. Очевидны все признаки проведённой на хорошем уровне студенческой научно-исследовательской работы. Таким образом, произошло повышение статуса выполняемого исследования.

Список использованных источников:

1. Селеменев, В.Ф. Научно-исследовательская работа студентов: доступность, качество, востребованность / В.Ф. Селеменев, Ю.П. Афиногенов // Вестник Воронежского государственного университета. - № 1, 2008. – С. 37-41.

2. Лазарев, В.С. Критерии и уровни готовности будущего педагога к исследовательской деятельности / В.С. Лазарев, Н.Н. Ставринова // Педагогика. – № 2, 2006. – С.51-59.

3. Смольняков И.М., Часов К.В. Некоторые свойства прогрессирующих последовательностей // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 7 ч.1. – С. 106-107.

4. Беллман Р. Введение в теорию матриц. Изд-во: Мир. – 1990. – с. 368.
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. Учебник для университетов. – Изд-во Наука. Глав.ред. физ.-мат. литературы. Москва. – 1968. – с. 431
6. Смольняков И.М., Часов К.В. Исследование различных последовательностей // Материалы VI Международной студенческой электронной научной конференции «Студенческий научный форум» URL: www.scienceforum.ru/2014/729/6698 (дата обращения: 12.12.2018).