

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ КРИВОГО СТЕРЖНЯ И ПЕРЕНОС ЕЁ СВОЙСТВ НА ИЗГИБ ТРУБ

*А.Н. Березина<sup>1)</sup>, К.В. Часов<sup>2)</sup>*

1) студент Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», [berezinaanastejscha@yandex.ru](mailto:berezinaanastejscha@yandex.ru)

2) к. пед. н., доцент кафедры общенаучных дисциплин Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», [chasov\\_kv@mail.ru](mailto:chasov_kv@mail.ru)

**Аннотация:** В любом производстве применяются трубопроводные системы, в которых неизбежно имеются всевозможные изгибы труб, испытывающие напряжения деформаций. С помощью конформных отображений определение напряжений при изгибе труб можно свести к напряжениям в криволинейном стержне, которые определяются по-разному в зависимости от того, является ли этот стержень малой кривизны или большей кривизны, но усилив отверстия на пластинах узкими эластичными кольцами (например, плоскими изогнутыми стержнями), можно уменьшить концентрацию напряжений вокруг отверстий.

**Ключевые слова:** кривизна, стержень, минимизация, напряжение, труба.

## RESEARCH OF CURVED ROD DEFORMATION AND TRANSFER OF ITS PROPERTIES TO PIPE BENDING

*A. N. Berezina<sup>1)</sup>, K. V. Chasov<sup>2)</sup>*

1) student of the Armavir Institute of mechanics and technology (branch) Kuban state technological University, [berezinaanastejscha@yandex.ru](mailto:berezinaanastejscha@yandex.ru)

2) Ph. D., associate Professor of the Department of General scientific disciplines of the Armavir Institute of mechanics and technology (branch) IN FGBOU "Kuban state technological University", [chasov\\_kv@mail.ru](mailto:chasov_kv@mail.ru)

**Abstract:** In any production, piping systems are used, in which there are inevitably all kinds of pipe bends that experience deformation stresses. Using conformal mappings, the definition of bending stresses in pipes can be reduced to stresses in a curved bar, which are defined differently depending on whether the bar is of small curvature or greater curvature, but by reinforcing the holes in the plates with narrow elastic rings (for example, flat bent rods), you can reduce the stress concentration around the holes.

**Keywords:** curvature, rod, minimization, stress, pipe.

Во все времена процесс изгибания труб был сродни колдовству или, иначе, «черным искусством». Результат достигался с разной степенью успешности с помощью таких понятий, как «на глазок», на «авось». Необходимо понимать, что в этом колдовстве основные подходы практически постоянны уже многие десятилетия. При этом технологии, применяемые во время процесса изгибания труб, в результате практически революционных изменений во всех производствах и технологиях, значительно изменились. Но, необходимо отметить, что какой бы ни была так называемая «механическая магия», т.е. «на глазок», она не в силах изменить законов природы и физики.

Учитывая, что трубы различного назначения и профиля обычно используются для транспортировки жидкости или воздуха, то знание свойств труб, в том числе и поведения материала из которого произведены эти трубы, технология изгиба и знание всех сопутствующих факторов являются важнейшими составляющими компонентами для большого круга работ.

Практически во всех отраслях народного хозяйства, среди которых можем перечислить такие, как энергетика, нефтехимия, нефтегазовая и другие отрасли промышленности, используются трубопроводные системы. Было бы странно, если при прокладке трубопроводной системы не применялся бы изгиб труб. А это, в свою очередь напряжения, возникающие в изогнутом материале.

Именно указанные напряжения, их расчёт, являются важнейшей и наиболее сложной задачей для построения трубопроводной системы.

При изгибе даже сплошного стержня под влиянием внешних изгибающих моментов перпендикулярно оси изгиба возникает так называемая овализация поперечного сечения, вызывающая дополнительные поперечные силы. Что говорить в этом случае о полых объектах, т.е. трубах?

Отметим, что по сравнению с прямой трубой в изогнутой трубе такого же поперечного сечения (каким бы ни был изгиб) овализация поперечного сечения приводит к увеличению коэффициента гибкости изгиба.

Рассмотрим деформацию трубы в теоретическом плане путём исследования возникающих напряжений. С этой целью исследуем деформацию плоского изогнутого стержня и перенесём его свойства на трубы, используемые в нефтегазовом деле.

Криволинейный стержень в теории сопротивления материалов и теории упругости – это тело, геометрическая форма которого образуется движением в пространстве плоской фигуры (называемой поперечным сечением криволинейного стержня), при этом его центр тяжести всегда

остается на определенной кривой (оси криволинейного стержня), а плоскость фигуры перпендикулярна этой кривой.

Поэтому мы рассматриваем тело, получаемое в результате передвижения плоской фигуры  $ab$ , которая двигается по плоской кривой АВ (рис. 1) так, что центр тяжести ее области остается на линии АВ во время движения, и плоскость  $(ab)$  перпендикулярна этой линии, а размер самой фигуры  $ab$  предполагается небольшим по сравнению с длиной АВ. При этом линия АВ называется осью стержня, а фигура  $ab$  – поперечным сечением стержня.

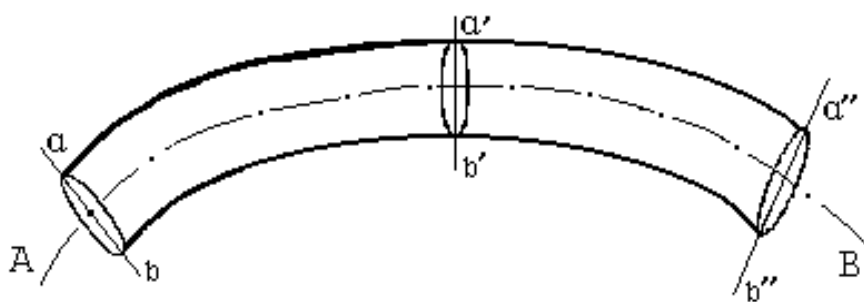


Рис. 1. Исследование изогнутого стержня

Естественно было бы предположить, что внешние силы действуют в плоскости кривизны балки так, что одна из главных осей инерции каждого поперечного сечения по всей балке также лежит в этой плоскости и что сечение симметрично относительно этой оси.

Из теории сопротивления материалов и теории упругости материалов можем выделить две гипотезы (на уровне математической модели процесса), связанных с изгибом плоского криволинейного стержня:

1) сечения стержня, плоские и нормальные, к оси стержня до изгиба остаются плоскими и нормальными к изогнутой оси стержня и после изгиба;

2) нет бокового давления между продольными волокнами стержня.

В каждом поперечном сечении криволинейного стержня, когда на него действуют внешние силы, можно выделить три силовых фактора:

- растягивающее усилие  $F$ ;
- сила резания  $Q$ ;
- изгибающий момент  $M$ .

Учитывая вышеизложенное, выражение закона Гука для криволинейного стержня при упругом равновесии и деформации любого бесконечно малого элемента стержня, образованного его двумя поперечными сечениями (рис. 2), будет выглядеть так (М.М. Филоненко-Бородич и др. [1] или С.П. Тимошенко [2]):

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{F}{ES} + \frac{M}{rES} + \frac{Mr}{EJ} \cdot \frac{\xi}{r + \xi}, \\ \frac{d\Theta}{d\theta} &= \frac{F}{ES} + \frac{M}{rES} + \frac{Mr}{EJ},\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – относительное удлинение волокна, находящегося на расстоянии  $\xi$  от центра тяжести сечения;  $\Theta$  – угол поворота касательной к оси бруса при деформации;  $S$  – площадь поперечного сечения;  $E$  – модуль упругости (модуль Юнга) для материала бруса;  $r$  – радиус кривизны осевой линии бруса;  $d\theta$  – бесконечно малый угол между двумя выделенными поперечными сечениями бруса;  $J$  – геометрическая характеристика формы поперечного сечения бруса, определяемая по формуле (2):

$$J = \iint_{(S)} \frac{r}{r + \xi} \cdot \xi^2 ds. \quad (2)$$

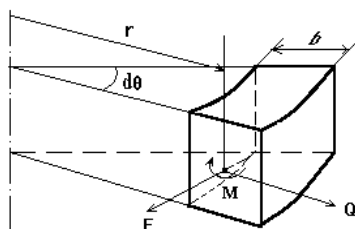


Рис. 2. Бесконечно малый элемент стержня

Если  $r$  достаточно велико по сравнению с  $b$  (ширина балки), например для  $r \geq 4b$ , то в приведенной выше формуле (1) вместо значения  $J$ , с достаточной степенью точности (1%), можно использовать значение момента инерции поперечного сечения балки  $J_{\xi\xi}$  (Г. Н. Савин, В. И. Тульчий, формула (1) [3]).

Рассмотрим сечения различной формы, и рассчитаем геометрическую характеристику  $J$  для них, используя формулу (2). Получим такие формулы:

1) для случая прямоугольного сечения (Рис. 3, а))

$$J = r^2 \left( rh \ln \frac{\rho}{\rho - b} - S \right), \quad r = \rho - \frac{b}{2}; \quad (3)$$

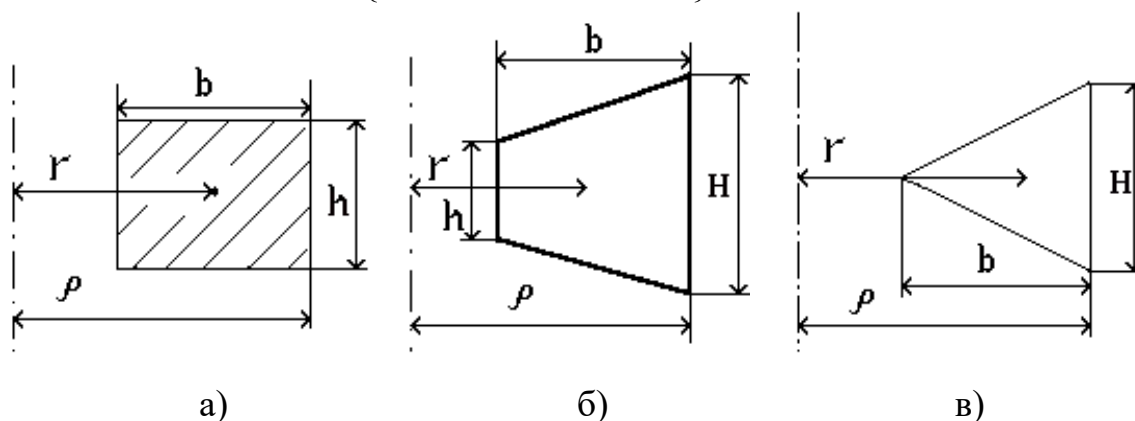
2) для случая трапециевидного сечения (Рис. 3, б))

$$J = r^2 \left\{ r \left[ \left( \frac{H-h}{b} \rho + h \right) \ln \frac{\rho}{\rho - b} - (H-h) \right] - S \right\},$$

$$r = \rho - \frac{b(2H + h)}{3(H + h)}; \quad (4)$$

3) для случая равнобедренного треугольника (Рис. 3, в))

$$J = r^2 \left\{ r \left[ \frac{H}{b} \rho \ln \frac{\rho}{\rho - b} - H \right] - S \right\}, \quad r = \rho - \frac{2}{3}b. \quad (5)$$



а)

б)

в)

Рис. 3. Сечения различной формы:

- а) прямоугольное сечение; б) трапецевидное сечение;  
в) сечение в виде равнобедренного треугольника

Учебный материал, приведённый в статье, содержит элементы нестандартного анализа ([4]), использованные здесь. Несомненно, что проведённое исследование студентом (одним из соавторов статьи – Березиной А.Н.) под руководством научного руководителя, способствует формированию профессиональных компетенций бакалавров ([5]). Исследование в виде интерактивного обучающего документа размещено в информационной образовательной среде кафедры и способствует формированию интереса обучающихся к проведению научных исследований.

#### Список использованных источников:

1. Филоненко-Бородич М.М., Изюмов С.М., Олисов Б.А., Мальгинов Л.И. Курс сопротивления материалов. т.1, М. Физматиздат, 1961.
2. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. т.1, 2, М. Изд-во «Наука», 1965.
3. Савин Г.Н., Тульчий В.И. [1]. Пластинки, подкреплённые составными кольцами и упругими накладками. К., Изд-во «Наукова думка», 1971.

4. Неверов А.В. Элементы нестандартного анализа как эффективное дидактическое средство дальнейшего совершенствования развивающего обучения математике: дис.... канд. пед. наук: 13.00.02 -Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования) / Дагестанский гос. пед. ун-т. Махачкала, 2000. 176 с.

5. Паврозин А.В. Формирование профессиональных компетенций на примере подготовки бакалавров в техническом вузе // Электронный сетевой политематический журнал "Научные труды КубГТУ". 2014. № S4. С. 197-200.