МЕТОД СГЛАЖИВАНИЯ КОНТУРА В ИНТЕРАКТИВНОМ ОБУЧАЮЩЕМ ДОКУМЕНТЕ

***Р.М. Юзифов* [1], *К.В. Часов* [2]**

1) студент Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», monkler35@gmail.com
2) к. пед. н., доцент кафедры общенаучных дисциплин Армавирского механико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», chasov_kv@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена подготовке интерактивного обучающего документа по очень важному в плоской теории упругости вопросу применения метода сглаживания контура, предложенного В.И. Тульчием. На основе метода сглаживания контура рассмотрено напряженное состояние пластинок, ослабленных отверстиями. Решение первой основной граничной задачи по нахождению упругого равновесия тела. Разработка интерактивного обучающего документа по изучению метода сглаживания контура способствует формированию профессиональных компетенций бакалавра технического вуза.

Ключевые слова. Сглаживание контура, подкрепление отверстий упругими кольцами, кольцо сглаживания, напряжённое состояние пластинок, граничная задача.

THE METHOD OF SMOOTHING THE CONTOUR IN THE INTERACTIVE LEARNING DOCUMENT

***R.M. Yuzifov* [1], *Chasov K.V.* [2]**

1) student of the Armavir Institute of mechanics and technology (branch) Kuban state technological University, monkler35@gmail.com
2) Ph. D., associate Professor of the Department of General scientific disciplines of the Armavir Institute of mechanics and technology (branch) IN FGBOU "Kuban state technological University", chasov_kv@mail.ru

Annotation. The article is devoted to the preparation of an interactive training document on the issue of the application of the contour smoothing method proposed by V.I. Tulchiy. Based on the contour smoothing method, the stress state of plates weakened by holes is considered. The solution to the first basic boundary value problem of finding the elastic equilibrium of a body. The development of an interactive training document on the study of the contour smoothing method contributes to the formation of professional competencies of a bachelor of a technical university.

Keywords. Smoothing the contour, reinforcing the holes with elastic rings, a smoothing ring, the stress state of the plates, a boundary problem.

Для инженера теория упругости – фундамент инженерного дела и архитектуры. Теория упругости помогает решать статические и динамические задачи, в частности устойчивость зданий и сооружений, как в статике, так и при воздействии внешних воздействий; прочность транспортных средств, устойчивость различных аппаратов и установок.

Таким образом, теория упругости имеет непосредственное продолжение практически во всех дисциплинах тех направлений бакалавриата, на которых изучается теория упругости в том или ином виде. Методы и выводы теории упругости применяются для выполнения курсовых работ, проектов и выпускной квалификационной работы.

Сама же дисциплина аккумулирует в себе выводы и положения естественнонаучных дисциплин, изучаемых на первом и втором курсе, в особенности физики и математики.

Учитывая, что задачи плоской теории упругости достаточно трудны для обучающихся, авторы решили подготовить интерактивные обучающие документы (ИОД) по изучению теории дисциплины, представляющие собой учебные пособия «нового типа», содержащие активные и интерактивные формы обучения. На рисунках, по гипертекстовым и гипермедиа ссылкам в ИОД размещается учебный материал о напряжённом состоянии пластинок, имеющих в зоне отверстия локальные изменения своей толщины, при решении задач подкрепления отверстий упругими кольцами или накладками. В. И. Тульчий предложил для решения этих задач ([1]) применять метод *сглаживания контура*.

В ИОД рассматриваются пластинки толщиной h с отверстием, ограниченным некоторой замкнутой кривой L (Рис. 1), охватим кривую L более гладким контуром L_1 , который примем за направляющую цилиндрической поверхности (образующие этой поверхности перпендикулярны срединной плоскости пластинки), вырезающей из пластинки некоторое неширокое кольцо, которое будем называть ***кольцом сглаживания***. Область, занимаемую остальной частью пластинки, обозначим S^+.

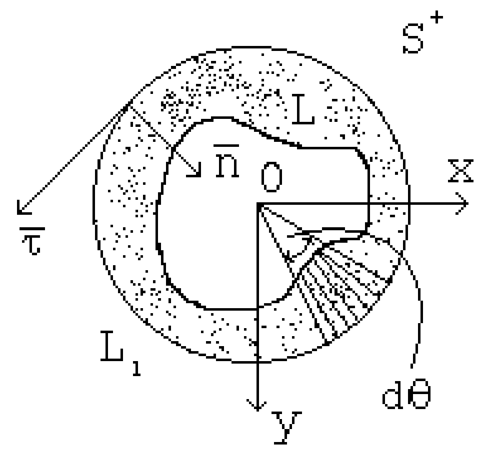

Рис. 1. Кольцо сглаживания

Будем считать, что пластинка находится в обобщённом плоском напряжённом состоянии. Формулами плоской теории упругости опишем напряжённое состояние области пластинки S^+, а формулами теории плоского кривого бруса – кольца сглаживания. Примем срединную плоскость пластинки за координатную плоскость Oxy и одновременно с нею будем рассматривать координатную систему, определяемую ортом внешней нормали $\overline{n}$ и ортом касательной $\overline{\tau}$.

Рассматривая первую основную граничную задачу, по внешним напряжениям, действующим на поверхность пластинки и приложенным к контуру L, найдем упругое равновесие тела. Для этого из условий упругого равновесия бесконечно малого элемента кольца сглаживания, выделенного двумя поперечными сечениями (Рис. 2), находим (формулы 1):

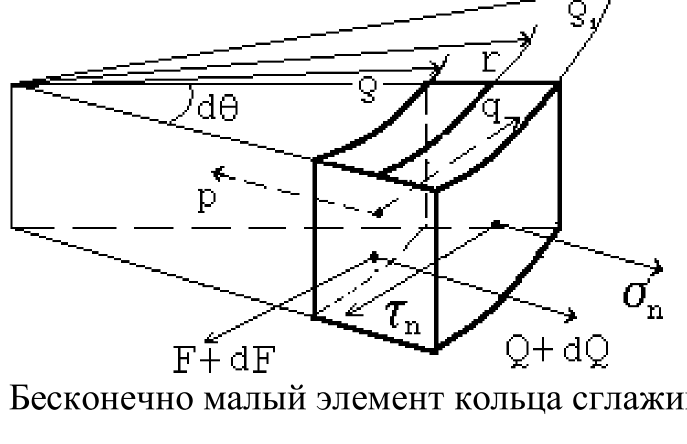

Рис. 2. Бесконечно малый элемент кольца сглаживания

$$\rho_1 h\sigma_n d\theta + dQ - Fd\theta = hp\sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2} d\theta,$$

$$\rho_1 h\tau_n d\theta + dF + Qd\theta = hq\sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2}\,d\theta, \tag{1}$$

$$dM + rdF + h\rho^2\tau_n d\theta = hpq\sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2}\,d\theta,$$

где ρ, ρ_1 и r – радиусы кривизны соответственно контуров L, L_1 и осевой линии кольца сглаживания, θ – угол между нормалью к L и осью Ox; F, Q и M – соответственно растягивающая, перерезывающая силы и изгибающий момент в поперечном сечении кольца; p и q – проекции напряжений, вызванных внешними силами, приложенными вдоль оси L, соответственно на нормаль и касательную к L; σ_n и τ_n – нормальная и касательная компоненты напряжений в пластинке вдоль контура L_1.

Из равенств (1) получим:

$$\sigma_n + i\tau_n = \frac{1}{h\rho_1}\left[(F - iQ) - i\frac{d}{d\theta}(F - iQ) + h(p+q)\sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2}\right], \tag{2}$$

$$Q = \frac{1}{\rho}\left[\frac{dM}{d\theta} - (\rho_1 - r)\frac{dF}{d\theta} + (\rho_1 - \rho)hq\sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2}\right]. \tag{3}$$

Обозначим через u и v компоненты смещения по осям Ox и Oy, тогда вдоль контура L_1 получим соотношения

$$u^+ + iv^+ = u^- + iv^-, \tag{4}$$

где u^+ и v^+ – граничные значения смещений u и v при подходе к L_1 со стороны пластинки, а u^- и v^- – граничные значения u и v при подходе к L_1 со стороны кольца.

Зависимость между относительным удлинением ε(s) элемента ds контура L, углом поворота Θ (s) вектора $\overline{\tau}$ при деформации и компонентами перемещений u^- и v^- такова (М. П. Шереметьев [2])

$$\frac{d}{ds}(u^- + i\upsilon^-) = ie^{i\alpha}(\varepsilon + i\Theta), \tag{5}$$

где α – угол между внешней нормалью к L и осью Ox.

Из уравнения (5) получаем:

$$u^- + i\upsilon^- = i\int_0^s e^{i\alpha}(\varepsilon + i\Theta)ds + C^*, \tag{6}$$

где C^* – произвольная комплексная постоянная.

Вдоль контура L_1 должно выполняться соотношение

$$X_n + iY_n = e^{i\alpha}(\sigma_n + i\tau_n). \tag{7}$$

Здесь α – угол между нормалью к L и осью Ox, отсчитываемый от последней по часовой стрелке. Причём α = θ + π, если L – внутренний контур, и α = θ, если L – внешний контур.

Левые части равенств (4) и (7) можно выразить через комплексные потенциалы φ(z) и ψ(z) (Н. И. Мусхелишвили [3]). Запишем левые части равенств (2) и (6) в форме:

$$\varphi(t) + t\overline{\varphi'(t)} + \overline{\psi(t)} = \frac{i}{h}\int_0^s \frac{e^{i\alpha}}{\rho_1}\left[\Pi_1(s) + h(p+iq)\sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2}\right]ds + C_1,$$

$$ж\ \varphi(t) - t\overline{\varphi'(t)} - \overline{\psi(t)} = 2\mu i\int_0^s e^{i\alpha}(\varepsilon + i\Theta)ds + C_2, \quad (t \in L), \tag{8}$$

где μ – модуль сдвига, ж$=\frac{3-\nu}{1+\nu}$, ν – коэффициент Пуассона, C_1 и C_2 – произвольные постоянные и введено обозначение

$$\Pi_1(s) = (F - iQ) - i\frac{d}{d\theta}(F - iQ). \tag{9}$$

Правые части равенств (8) связаны между собой соотношением (3) и законом Гука для кривого бруса (см. например, С. П. Тимошенко [4], ч. I, стр. 308)

$$\varepsilon = \frac{F}{ES} + \frac{M}{rES} + \frac{M(\rho_1 - r)r}{EJ\rho_1},$$

$$\frac{d\Theta}{d\theta} = \frac{F}{ES} + \frac{M}{rES} + \frac{Mr}{EJ}, \tag{10}$$

где E – модуль упругости, S – площадь поперечного сечения кольца сглаживания, J – геометрическая характеристика формы поперечного сечения кольца, определяемая по формуле (2). Уравнения (8), (3) и (10) являются исходными при решении первой основной задачи методом сглаживания контура.

При решении некоторых конкретных задач, иногда вместо (8) удобнее пользоваться соотношениями, которые получаются из (8) после дифференцирования по s:

$$\Phi_*(t)+\overline{\Phi_*(t)}-e^{-2i\alpha}\left[t\overline{\Phi'_*(t)}+\overline{\Psi_*(t)}\right]=\frac{1}{h\rho_1}\left[\Pi_1(s)+h(p+iq)\sqrt{\rho^2+\left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2}\,\right],$$

$$ж\Phi_*(t)-\overline{\Phi_*(t)}+e^{-2i\alpha}\left[t\overline{\Phi'_*(t)}+\overline{\Psi_*(t)}\right]=2\mu(\varepsilon+i\Theta), \qquad (11)$$

где

$$\Phi_*(t)=\varphi'(t), \quad \Psi_*(\mathrm{t})=\psi'(\mathrm{t}).$$

Сама разработка ИОД по изучению метода сглаживания контура и изучение учебного материала обучающимися группы проходит в активном и интерактивном режиме с применением нестандартного подхода к математическому анализу граничных задач теории упругости ([5]). Учитывая, что критиковать легче, чем делать, обучающиеся обычно предлагают более лучшее (на их взгляд) изложение учебного материала. Но даже такие замечания приветствуются, т.к. это означает, что студенты не просто просмотрели и прочитали учебный текст, посмотрели чертежи, рисунки, прошли по гиперссылкам в документе, но и вдумчиво (в разной степени, конечно) пропустили через себя учебный материал. Несомненно, активное участие студентов группы в подобной работе зачастую значит больше, чем даже самое эмоциональное изложение лектором указанного учебного материала с мелом и тряпкой у школьной доски. Подготовка подобных ИОД, несомненно, способствует ([6]) формированию профессиональных компетенций на примере подготовки бакалавров в техническом вузе.

Список использованной литературы:

1. Савин Г.Н., Тульчий В.И. Пластинки, подкреплённые составными кольцами и упругими накладками. Киев. Наукова думка. 1971.

2. Шереметьев М.П. Пластинки с подкреплённым краем. Изд-во ЛГУ, 1960.

3. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.-Л. Изд-во Академии наук СССР. 1949.

4. Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. т.1, 2, М. Изд-во «Наука», 1965.

5. Неверов А.В. Элементы нестандартного анализа как эффективное дидактическое средство дальнейшего совершенствования развивающего обучения математике: дис.... канд. пед. наук: 13.00.02 -Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования)/Дагестанский гос. пед. ун-т. Махачкала, 2000. 176 с.

6. Паврозин А.В. ФОРМИРОВАНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ НА ПРИМЕРЕ ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРОВ В

ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ // Электронный сетевой политематический журнал "Научные труды КубГТУ". 2014. № S4. С. 197-200.