

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ ПОЛИНОМИНАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ЛАГРАНЖА

И.А. Груднов¹⁾, Г.А. Алексанян²⁾

1) студент Армавирского механико–технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, fidjerald63@mail.ru

2) доцент Армавирского механико–технологического института (филиала) ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», г. Армавир, Россия, floop2010@mail.ru

Аннотация. Объектом данного исследования является разработка программы нахождения промежуточных значений кривой по заданному дискретному набору известных значений узлов на определенном интервале с конфигурированием узлов и интервала интерполирования.

Ключевые слова: интерполяция, полином Лагранжа, узлы, программирование, конфигурирование.

DEVELOPMENT OF A LAGRANGE POLYNOMIAL INTERPOLATION PROGRAM

I.A. Grudnov¹⁾, G.A. Aleksanyan²⁾

1) the student Armavir Institute of Mechanics and Technology (branch) of Federal State Budgetary Institution of Higher Education “Kuban State Technological University”, city of Armavir, Russia, fidjerald63@mail.ru

2) associate Professor, Armavir Institute of Mechanics and Technology (branch) of Federal State Budgetary Institution of Higher Education “Kuban State Technological University”, city of Armavir, Russia, floop2010@mail.ru

Abstract. The object of this study is to develop a program for finding intermediate values of the curve for a given discrete set of known node values at a certain interval with the configuration of nodes and the interpolation interval

Key words: interpolation, Lagrange polynomial, nodes, programming, configuration.

Актуальность: Алгоритмы интерполяции востребованы в современных мультимедиа технологиях, дизайне, моделировании физических процессов и даже в мультипликациях и видеоиграх. Без них не обойтись при построении плавных моделей смещения и передвижения. Также актуально применение программного обеспечения интерполирования кривой при изучении студентами методов интерполяции.

Цель работы – написание программы, предназначенной для глобальной интерполяции функции на всём интервале имеющихся узлов. В процессе исследования были решены следующие задачи:

- анализ методов интерполяции;
- разработка программы, реализующей полиномиальное построение кривой на определенном пользователем интервале значений;
- создание функционала конфигурирования узлов и интервала интерполирования;
- выявление перспективных возможностей применения разработанной программы в обучении студентов

В общем случае под интерполяцией понимают задачу определения неизвестных значений функции при значении аргумента, входящего в интервал имеющихся экспериментальных данных, как правило, в отсутствие возможности или затруднение получить аналитическое выражение функции. Например, при ограниченности возможностей при проведении эксперимента или когда размер выборки значений функции достаточно мал.

Рассмотрим некоторые методы интерполяции.

Канонический полином представляет собой многочлен вида: $P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$, где для решения задачи интерполяции необходимо составить и решить систему линейных алгебраических уравнений, осуществив подстановку $P_n(x_i) = y_i$ для всех i от 0 до n , то есть подставив значения точек функции.

Линейная интерполяция состоит в соединении точек с известными координатами прямолинейными отрезками и приближенном представлении функции ломанной с нахождением промежуточных значений, где для каждого интервала в качестве уравнения интерполяционного многочлена применяется уравнение прямой, проходящей через две точки.

Интерполяционный многочлен Лагранжа решает задачу интерполяции, принимая заданные значения в имеющемся наборе точек, и имеет вид:

$P_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i * L_n(x)$, где $L_n(x)$ – полином (множитель) Лагранжа и определяется следующим образом

$$L_n(x) = \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)} = \prod_{k=0}^n \frac{(x-x_k)}{(x_i-x_k)}$$

Интерполяция с помощью полинома Лагранжа имеет следующие преимущества:

- интерполированная функция проходит через каждую точку массива;
- полученная интерполированием функция имеет производные любого порядка;
- интерполяционный многочлен однозначно определен заданным массивом.

Но также многочлен Лагранжа обладает некоторыми негативными свойствами:

- степень многочлена, а соответственно и объем необходимых вычислений, тем больше, чем больше количество узлов;

- вследствие изменения любой точки массива придется пересчитать все коэффициенты многочлена;
- при добавлении новой точки в массив степень многочлена увеличивается на единицу и возникает необходимость полного пересчета его коэффициентов.

Нами была разработана программа, интерполирующая посредством многочлена Лагранжа функцию, определенную заданным пользователем массивом точек. Все указанные точки используются алгоритмом как узлы для полиномиального расчета, а крайние точки также представляют интервал интерполирования функции (Рисунок 1 – 2). Данная программа может быть использована в обучении планиметрии для улучшения понимания студентами принципов использования и свойств интерполяционного многочлена Лагранжа, для проверки полученных ими решений; применима в моделировании в области электроэнергетики, например для характеристики процесса изменения измеряемого сигнала в течение заданного времени; также в моделировании физических процессов.

Программа позволяет пользователю ввести известные значения в таблицу и выполнить интерполяцию заданного массива по нажатию кнопки «Рассчитать». Программа изобразит график интерполированной функции и отметит расположение заданных узлов вместе с их координатами. Интерполирование в программе заданных точек функции продемонстрировано на рисунке 1.

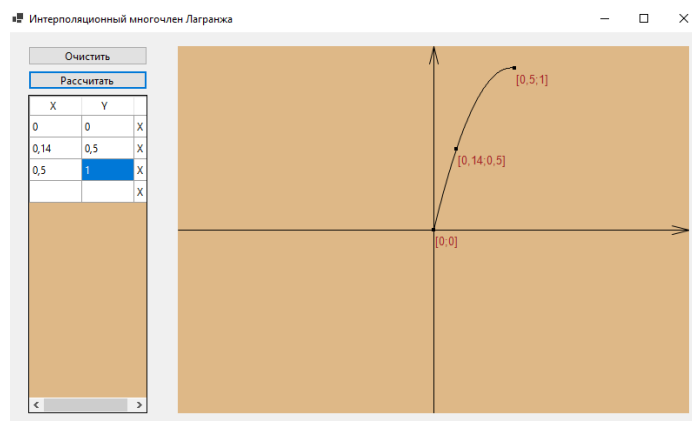


Рисунок 1 – Изображение графика интерполированного программой массива значений

Предусмотрена возможность полной очистки поля для графиков функции. При ошибке пользователя, необходимости изменить данные для построения переконфигурированной интерполяции в таблице с массивом значений можно удалить точку из массива, нажав на соответствующий крестик в таблице напротив определенной точки, либо после клика по ячейке с координатами ввести иные значения абсцисс или ординат. Полученный результат можно достроить новыми значениями, предварительно добавив новые узлы в таблицу и произведя повторный расчет. Пересчитанный график интерполированного массива данных будет отображен с учетом изменений, как показано на рисунке 2.

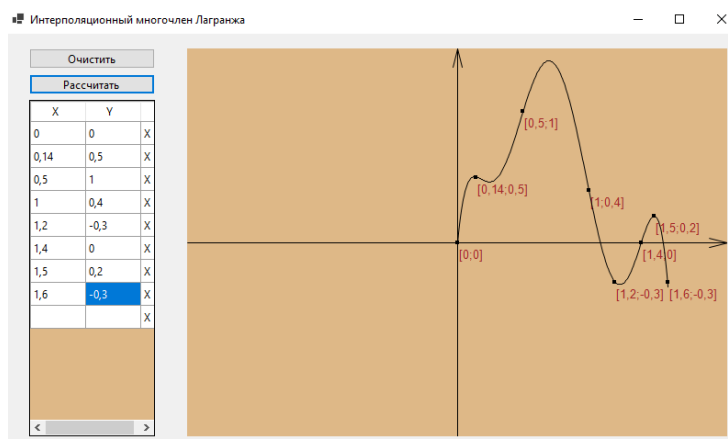


Рисунок 2 – Изменение массива значений для интерполирования в программе

Разработанная в ходе исследования программа реализует интерполяцию с помощью многочлена Лагранжа и позволяет наглядно представить процесс интерполяции. Применение её в обучении поможет студентам лучше освоить материал. Помимо того, она может быть использована в моделировании различных физических процессов, основная алгоритмическая часть программы легко интегрируема в иные программные продукты.

Список использованных источников:

1. Горovenko Л.А. Математические методы компьютерного моделирования физических процессов // Международный журнал экспериментального образования. Пенза: ИД «Академия естествознания», 2017. – № 2. с. 92-93.
2. Вахрушев А.И., Алексанян Г.А. Аппроксимация функций // Прикладные вопросы точных наук: Материалы II Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, преподавателей. – Армавир: РИО АГПУ, 2018. – С. 35-37.
3. Горovenko Л.А. О развитии математической культуры студентов инженерного вуза // Прикладные вопросы точных наук: Материалы III Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов, преподавателей. – Армавир: РИО АГПУ, 2019. – С. 248-252.
4. Хорошевич П. А. Реализация принципа интерактивности при моделировании физических процессов // Студенческая наука как фактор личностного и профессионального развития будущего специалиста : материалы X студ. науч.-практ. конф., г. Минск, 20 апреля. 2014 г. / Бел. гос. пед. ун-т им. М. Танка ; редкол. В.В. Бущик [и др.] – Минск : БГПУ, 2013. – С. 142–143.
5. Журавков В.В. Современные информационные технологии в образовательном процессе // Проблемы и перспективы инновационного развития университетского образования и науки. Гродно, 2015. - С. 114-116.