ВОЗНИКНОВЕНИЕ ЦИКЛИЧНОСТЕЙ В ПАРТИЗАНСКИХ ВОЙНАХ

THE EMERGENCE OF PERIODICITIES IN THE FIGHTING INSURGENTS

Захаров Владимир Матвеевич

Главный научный сотрудник ФГБУ «Центральная аэрологическая обсерватория» Росгидромета. Доктор физико-математических наук

Крученицкий Григорий Михайлович

Зав. кафедрой «Математическое моделирование общественных и экономических процессов» Славяно-Греко-Латинской Академии. Доктор физико-математических наук.

Реферат

Предложена математическая модель партизанской войны. Проанализированы следствия из наиболее общих предположений о характере боевых действий между регулярной армией и иррегулярными формированиями (партизанами, боевиками и пр.). Классифицированы возможные исходы конфликта и получены соотношения между параметрами сторон конфликта, приводящими к перечисленным исходам.

Abstract

A mathematical model of the insurgency. Analyzed the consequences of the most common assumptions about the nature of the fighting between the regular army and irregular formations (guerrillas, insurgents, etc.). Classified the possible outcomes of the conflict and obtain relations between the parameters of the parties of the conflict, leading to the listed outcomes.

Ключевые слова: математическое моделирование боевых действий, партизанская война, боевая эффективность солдата и партизана, мобилизационная способность, элитные войска

УДК: 355.013 + 355.425.4; 51-77

1. Постановка задачи и построение модели

Под партизанской войной в настоящей статье понимаются военные действия регулярной армии против противника, базирующегося в природной среде (как правило, горной или лесистой местности) и пользующегося поддержкой местного населения или его значительной части. Предполагается также, что потери армии гораздо меньше мобилизационного ресурса государства, которому она принадлежит, а потери партизан (инсургентов) могут быть сравнимы с мобилизационным ресурсом ареала обитания местного населения. При этом неважно, состоит ли регулярная армия (контингент) из соотечественников партизан или является интервенционистской. Войны такого рода часто происходили и происходят на протяжении новой и новейшей истории, и их исход неожиданно часто оказывался далеким от того, который планировался. Чтобы излишне не политизировать ситуацию приведем старинные примеры: восстание гезов времен Тилля Уленшпигеля, герилья в Испании времен Наполеона или неудачи того же Наполеона в Черногории. Как правило, потерпевшая неудачу сторона (регулярная армия) объясняла (и объясняет) свои неудачи фанатизмом противника, и это объяснение приобрело широкое распространение в настоящее время, когда в качестве партизан зачастую выступают различные террористические группировки, которым фанатизм органически присущ. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы показать, что существенное затягивание конфликтов такого рода обусловлено возникновением цикличностей в них, которые, в свою очередь, возникают как естественное свойство противоборствующих динамических систем.

Обозначив численности регулярной армии и инсургентов через x и y соответственно, можно описать изменения этих численностей во времени t с помощью простейшей модели:

$$\frac{dx}{dt} = \gamma(c - x) - axy \tag{1a}$$

$$\frac{dy}{dt} = \lambda y \exp(-\alpha y) - bxy \tag{1b}$$

Скорость убыли численности регулярной армии (второй член в 1a) пропорциональна как ее численности, так и численности партизан, а скорость увеличения численности (первый член в 1a) пропорциональна отличию реальной численности от той, которую считает необходимой (и имеет возможность поддерживать) командование регулярной армии, - c. Величину a будем называть боевой эффективностью партизана, величину c - плановой численностью армии, а величину γ - мобилизационной способностью армии. При небольшой численности партизан скорость ее увеличения (первый член в 1 b) пропорциональна их численности независимо от того проводят ли инсургенты пополнение своих рядов за счет принудительной мобилизации или население само бежит в лес (джунгли, горы), чтобы влиться в их ряды[1]. Экспоненциальный множитель описывает ограничение этой скорости, обусловленное конечностью численности населения, пополняющего ряды партизан. Коэффициент λ будем называть

[1]Для того, чтобы влиться в ряды партизан, мало убежать в лес (горы, болото и пр.) – надо еще найти партизан. А эффективность поиска пропорциональна численности тех, кого ищешь.

мобилизационной способностью партизан. Скорость убыли численности партизан (второй член в 1 b) определяется боевой эффективностью солдата - b. Все коэффициенты в системе (1), естественно, предполагаются положительными. Исход конфликта, т.е. поведение системы (1), определяется наличием и типом т.н. стационарных точек системы. Стационарные точки (т.е. значения x и y, при которых скорости изменения численностей равны нулю /1/)находятся как решения системы:

$$\gamma(c-x)-axy=0 \tag{2a}$$

$$\lambda y\exp(-\alpha y)-bxy=0 \tag{2b}$$

Налицо стационарные точки с координатами:

$x_1=c$, $y_1=0$ и

$x_k=\dfrac{\lambda}{b}\exp(-\alpha y_k)$, y_k - корень трансцендентного уравнения $1+\dfrac{a}{\gamma}y_k=\dfrac{bc}{\lambda}\exp(\alpha y_k)$ (2c).

Вопрос о возможном числе корней уравнения (2c) рассмотрен ниже.

2. Возможные исходы конфликта

2.1. Победа и ее удержание. На первый взгляд точка ($x_1=c$, $y_1=0$) соответствует победе регулярной армии. Это не совсем так. Из общей теории систем II порядка /1/ известно, что в окрестности стационарной точки с номером i поведение системы (1) описывается соотношением:

$$x(t)=x_i+x_{i1}e^{p_1t}+x_{i2}e^{p_2t} \tag{3a}$$

$$y(t)=y_i+y_{i1}e^{p_1t}+y_{i2}e^{p_2t} \tag{3b}$$

где: p_i - корни характеристического уравнения в стационарных точках:

$$Det\left\|\frac{D(\frac{dx}{dt},\frac{dy}{dt})}{D(x,y)}-pI\right\|=0 \tag{4}$$

I - единичная матрица.

Из (3) очевидно, что стационарная точка является точкой устойчивого равновесия только при $p_i<0; i=1,2$. Ввиду очевидного соотношения:

$$p_{1,2}=\frac{1}{2}(T\pm\sqrt{T^2-4D}) \tag{5}$$

где: T - след якобиана $\left\| \frac{D(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt})}{D(x, y)} \right\|$, а D - его определитель. Из (3) и (5) очевидно, что условия устойчивости имеют вид:

$$D > 0 \tag{5a}$$

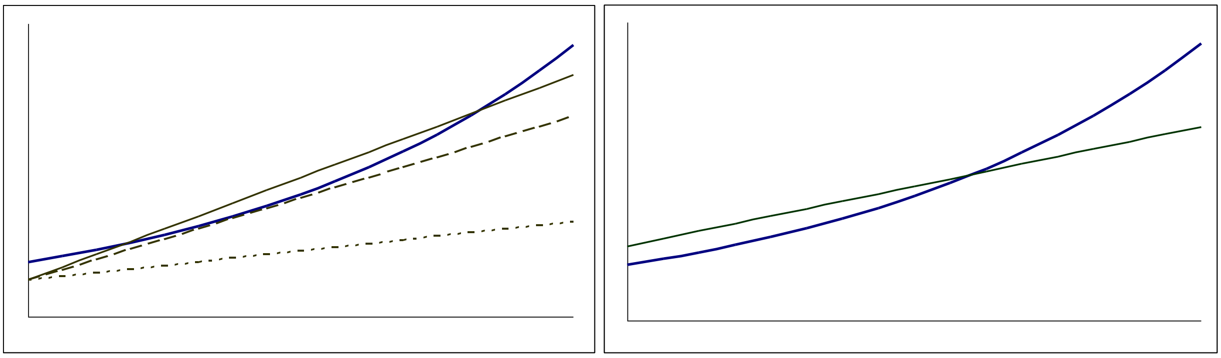
$$T < 0 \tag{5b}$$

В точке ($x_1 = c$, $y_1 = 0$) имеем: $D_1 = \gamma(bc - \lambda)$; $T_1 = \lambda - bc - \gamma$, т.е. условие устойчивости победы:

$$bc > \lambda \tag{6}$$

или эффективность армии (точнее контингента) при численности, которую считает необходимой поддерживать командование, должна превосходить мобилизационную способность партизан. Введем безразмерный параметр $r = \frac{bc}{\lambda}$, который будем называть относительной боеспособностью контингента (ОБК). Из сказанного следует простой вывод: даже победив партизан, не следует слишком увлекаться сокращением численности регулярной армии (контингента) - c и снижением боевой эффективностью солдат - b за счет, например, замены элитных частей на обычные, т.к. в противном случае соотношение (6) может перестать выполняться и любая, случайно возникшая, банда небольшой численности сможет успешно возобновить войну. Это простое правило часто нарушается либо из чисто военных соображений (войска, особенно элитные, нужны в другом месте) либо из политических, т.е. стремления доказать, что недавняя война была следствием подрывной деятельности кучки отщепенцев (иностранцев, наемников и т.д.) и объективной потребности в многочисленном контингенте больше нет, либо под действием давления пацифистов, гуманистов, антиглобалистов и пр. Тогда все начинается сначала, и это является первым из механизмов возникновения цикличностей в войнах такого рода.

2.2. Затяжной конфликт. В отличие от первой стационарной точки, которая существует всегда, но не всегда соответствует устойчивому равновесию, другие стационарные точки существуют не всегда, но, когда они существует, то равновесие, по крайней мере, в одной из них устойчиво.



а б

Рис.1 Возможное количество корней уравнения (2с) при $r>1$(а) и $r<1$ (б).

Как видно из рис.1, уравнение (2с) может иметь от 0 или 2 корня. (Возможны кратные, т.е равные друг другу корни, но этот особый случай мы не рассматриваем, т.к. он неустойчив по отношению к неизбежным малым флуктуациям параметров модели). Возвращаясь к случаю $bc>\lambda$, видим, что условие наличия корней имеет вид $\frac{a}{\gamma\alpha}\geq k_t$ (7а), где k_t - угловой коэффициент наклона касательной (прямой, изображаемой крупным пунктиром, на рис.1а). Принимая во внимание то обстоятельство, что величина $\frac{1}{\alpha}$ - это численность партизан, обеспечивающая максимальную скорость собственного прироста, можно ввести по аналогии с r безразмерный параметр $s=\frac{a}{\gamma\alpha}$ - относительную боеспособность партизан (ОБП). Если условие (7а) не выполнено, то стационарная точка $x_1=c$, $y_1=0$ является единственной, и мы приходим к ситуации, рассмотренной в п.2.1. Величина k_t определяется, как легко убедиться из трансцендентного уравнения:

$$\ln(k_t)+\frac{1}{k_t}=\ln(\frac{bc}{\lambda})+1 \tag{8}$$

Функция $k_t=k_t(\frac{bc}{\lambda})$, задаваемая уравнением (8) может быть с коэффициентом детерминации 99.97% в диапазоне значений $\frac{bc}{\lambda}\in[1.0001;\infty)$ аппроксимирована линейной зависимостью:

$$k_t=K\frac{bc}{\lambda}+B \tag{8a}$$

Где : $K=2.739$; $B=$-1.367.

След и определитель якобиана в точке $(x_k;y_k)$ имеют следующие значения:

$$T_k=-\gamma-ay_k-\alpha bx_ky_k<0 \tag{9a}$$

$$D_k = \gamma b x_k y_k [\frac{bc\alpha}{\lambda}\exp(\alpha y_k) - \frac{a}{\gamma}] \qquad (9b)$$

Ясно, что условием устойчивости стационарной точки $(x_k; y_k)$ является положительность сомножителя в квадратных скобках в формуле (9b), т.е. требование, чтобы производная правой части уравнения (2c) в точке y_k была больше производной его левой части. Из рис.1 видно, что это условие выполнено для $bc < \lambda$ (б) и большего из корней при $bc > \lambda$ (а). Для меньшего из корней при $bc > \lambda$ (а) условие (9b) не выполнено, т.е. стационарная точка $(x_2; y_2)$ - неустойчива, а $(x_3; y_3)$-устойчива. Очевидно, что любая устойчивая стационарная точка с отличной от нуля ординатой означает затягивание конфликта на неопределенный срок (до его прекращения политическими или иными выходящими за область применимости модели методами). Дело в том, что, несмотря на то, что теоретически из (3) следует, что для достижения устойчивой стационарной точки требуется бесконечное время, реальные малые флуктуации параметров модели приводят к блужданиям фазовой траектории (кривой на плоскости XY, описывающей эволюцию численностей противоборствующих сторон) в окрестности этой точки. Это и есть второй из механизмов возникновения цикличностей в войнах такого рода.

2.3. Классификация возможных исходов конфликта. Для обобщения результатов, изложенных в п.п. 2.1 и 2.2 воспользуемся следующей терминологией. При $r > 1$будем называть контингент боеспособным, в противном случае - небоеспособным. При $s > Ar + B$будем называть партизан относительно сильными, в противном случае – относительно слабыми.

В случае боеспособного контингента и слабых партизан (уравнение (2c) не имеет корней) контингент одержит победу.

В случае боеспособного контингента и сильных партизан (уравнение (2c) имеет два корня) исход конфликта зависит от начальных условий. Если начальная численность партизан меньше меньшего из корней уравнения (2c) – неустойчивой стационарной точки, то будет достигнута победа, в противном случае, конфликт станет затяжным, т.к. возникнет цикличность в окрестности численности партизан равной большему из корней уравнения (2c). Отсюда следует простой вывод: активные боевые действия следует начинать как можно раньше, пока численность партизан меньше критической (y_2). В случае небоеспособного контингента неизбежен затяжной конфликт с цикличностью в окрестности численности партизан равной единственному корню уравнения (2c). Эти обстоятельства иллюстрирует рис.2. Если выполняется условие $y_0 < y_2$, будем называть партизан изначально малочисленными, в противном случае – изначально многочисленными.

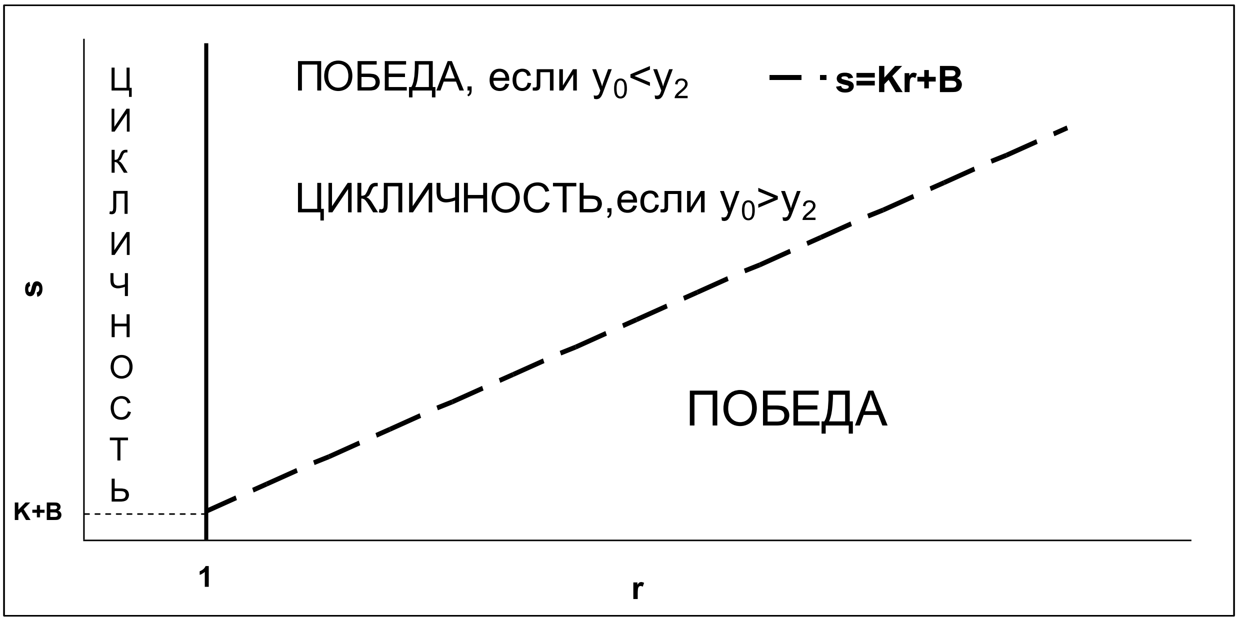


Рис.2. Возможные исходы конфликта
в зависимости от относительной боеспособности сторон

В рамках определенных выше терминов прогноз исхода конфликта выглядит довольно пессимистично (для регулярной армии): «**Победы может добиться только боеспособный контингент, действующий против относительно слабых или изначально малочисленных**[2] **партизан, и для удержания победы контингент должен оставаться боеспособным**». Разумеется, относительная сила и слабость партизан в рамках действующих определений понятия именно относительные – наращивая численность и боеспособность контингента можно превратить сильных партизан в слабых, и это, как правило, не требует значительных усилий. В самом деле, для парирования увеличения ОБК на единицу, ОБП нужно увеличивать на ~2.7. Трудность для армейского командования здесь скорее психологическая: чтобы начать наращивать ОБК следует признать, что партизаны относительно сильнее, а в армии очень не любят таких признаний.

3.Выводы и обсуждение

Разумеется, рассмотренная в настоящей работе модель не является адекватной такому сложному явлению, как партизанская война. Однако, модель полностью адекватная изучаемому явлению бесполезна, т.к. изучать ее не проще, чем изучать само явление. Для того чтобы применить предложенную модель к управлению войсками в

---

[2] Губительность для партизан, действующих против боеспособного контингента, изначальной малочисленности была явно недооценена автором интересной монографии /2/, что стоило ему жизни.

конкретном конфликте и прогнозированию его исхода необходимо оценить значения всех шести параметров модели, что возможно либо методом экспертной оценки, либо (что гораздо надежнее) по статистике потерь хотя бы одной из сторон. Такое тестирование модели по данным различных конфликтов позволит оценить ее реальную управленческую и прогностическую ценность.

В изложенном виде, наша модель предельно упрощена. Она подразумевает идеальное отношение контингента по отношению к местному населению, т.е. не просто отсутствие мародерства, но отсутствие ошибочных ударов по местным жителям (избежать чего, как показывает опыт контингента НАТО в Афганистане чрезвычайно сложно). Учет реального поведения контингента означает переход от (1b) к

$$\frac{dy}{dt} = \lambda y \exp(-\alpha y) - bxy + \mu x \qquad (1b')$$

Предоставляя исчерпывающий анализ более реалистичной модели ($1'$) читателю в качестве несложного упражнения, отметим, что стационарной точки с нулевой ординатой она не имеет, т.е. поголовно уничтожить однажды появившихся партизан не удастся ни при каких условиях. Вернемся, однако, к нашей предельно упрощенной модели. Важно отметить, что даже если победы и удалось достичь, то условие ее удержания (6) НЕ ЗАВИСИТ ОТ БОЕВОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ ПАРТИЗАНА и МОБИЛИЗАЦИОННОЙ СПОСОБНОСТИ АРМИИ, что, зачастую, сбивает с толку ее командование. Рассуждения типа:

- подготовленных боевиков мы уничтожили, а если потребуется столкнуться с неподготовленными, то с этим успешно справиться и контингент численностью гораздо меньше, чем c или с менее высокой эффективностью солдата, чем b;
- теперь мы, при необходимости, сможем гораздо быстрее пополнять потери контингента и поэтому можно несколько уменьшить его численность;

напрямую ведут к цикличности первого рода при попытке реального их воплощения при руководстве войсками после победы. Обсуждение влияния поведения победителей на величину λ выходит за рамки настоящей статьи, но иногда (точнее в тех случаях, когда оно увеличивает λ, а это бывает и *еще как бывает*) такое поведение может привести к нарушению соотношения (6), т.е. возобновлению боевых действий и при сохранении численности контингента на уровне c, а эффективности солдата на уровне b.

Резюмируя вышесказанное, приходим к выводу, что решение вопроса о ликвидации партизанского движения с применением военных методов, как правило, нереально. Оспорить этот вывод можно только, если простые соображения, положенные в основу модели (1) не работают. Авторам такие примеры из истории партизанских войн неизвестны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ижевск, 2000, с. 211.
2. Гевара Э. Партизанская война. М., 1961.

E-mail: omd@cao-rhms.ru