

**АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЙ РЕЖИМ НАГРУЗКИ СИНХРОННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ  
МАШИНЫ**  
**AMPLITUDE-FREQUENCY LOADING MODE OF SYNCHRONOUS ELECTRIC  
MACHINE**

**Ключевые слова:** синхронная машина, индуктивная нагрузка, ток, момент, амплитуда.  
**Key words:** synchronous machine, inductive load, current, torque, amplitude.

*Аннотация*

*Описано поведение синхронных электрических машин при различном характере нагрузки. Для индуктивной синхронной электрической машины это зависимость амплитуды тока и вращающего момента от нагрузки, для емкостной синхронной электрической машины – это зависимость амплитуды напряжения и вращающего момента. Амплитуда ЭДС обмотки вращающейся электрической машины зависит от частоты, в связи с чем может возникнуть интуитивное предположение, что амплитуды тока и вращающего момента для индуктивной синхронной электрической машины также зависят от частоты.*

*Abstract*

*The behavior of synchronous electric machines under different types of load is described. For an inductive synchronous electric machine, this is the dependence of the current amplitude and torque on the load, for a capacitive synchronous electric machine, it is the dependence of the voltage amplitude and torque. The amplitude of the EMF of the winding of a rotating electric machine depends on the frequency, in connection with which an intuitive assumption may arise that the amplitudes of the current and torque for an inductive synchronous electric machine also depend on frequency.*

**Попов Игорь Павлович**

*Курганская государственная сельскохозяйственная академия им. Т.С. Мальцева, Россия,*

*Курган*

*старший преподаватель кафедры технических систем в агробизнесе*

*ip.porow@yandex.ru*

**Popov Igor Pavlovich**

*Kurgan State Agricultural Academy T.S. Maltseva, Russia, Kurgan*

**Введение**

Представляет интерес поведение синхронных электрических машин при различном характере нагрузки. Для индуктивной синхронной электрической машины это зависимость амплитуды тока и вращающего момента от нагрузки, для емкостной синхронной электрической машины – это зависимость амплитуды напряжения и вращающего момента.

Потокоцепление обмотки вращающейся электрической машины равно

$$\psi = \Psi_m \cos \omega t .$$

ЭДС обмотки определяется выражением

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = \omega \Psi_m \sin \omega t .$$

Амплитуда ЭДС

$$E_m = \omega \Psi_m$$

зависит от частоты, в связи с чем может возникнуть интуитивное предположение, что амплитуды тока и вращающего момента для индуктивной синхронной электрической машины (амплитуды напряжения и вращающего момента для емкостной машины) также зависят от частоты. В действительности это происходит не всегда. Существенную роль в этом играет характер нагрузки электрической машины.

*Цель исследования* – установление влияния нагрузки на чувствительность синхронной электрической машины к частоте.

*Задачи работы* – получить доказательные на уровне теорем результаты.

*Актуальность работы* обусловлена широким распространением синхронных электрических машин, используемых, в частности, в качестве генераторов.

*Методы исследования.* В процессе исследования применялись общенаучные и математизированные методы, а также электротехнические расчеты [1–10].

### **1. Ток и момент индуктивной синхронной электрической машины при индуктивной нагрузке**

Пусть нагрузкой фазы индуктивной синхронной электрической машины является катушка индуктивности. Далее суммарная индуктивность катушки и обмотки машины обозначается  $L$ . Число витков обмотки –  $n$ . Длина активной части витка –  $l$ . Индукция магнитного поля в рабочем зазоре –  $B$ . Угол поворота ротора –  $\varphi$ . Частота вращения –  $\omega = d\varphi/dt$ . Ток –  $i$ . Число полюсов – два. Диаметр ротора –  $D_r$ . Активные электрические и механические потери не учитываются.

Для синхронной машины с индуктивной нагрузкой справедлива следующая

*Теорема 1.* Амплитуда тока в индуктивной нагрузке индуктивной синхронной электрической машины не зависит от частоты вращения.

*Доказательство.* При указанных допущениях справедливо равенство (второй закон Кирхгофа и закон электромагнитной индукции применительно к вращающейся машине)

$$Bln \frac{D_r}{2} \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi = L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

Интегрирование этого выражения дает

$$i = -\frac{Bln D_r}{L} \frac{D_r}{2} \cos \varphi + I_0 = -I_m \cos \varphi + I_0.$$

Начальный ток  $I_0$  можно положить равным нулю.

Амплитуда тока

$$I_m = \frac{Bln D_r}{L} \frac{D_r}{2}$$

от частоты вращения  $\omega$  не зависит. Теорема доказана.

*Теорема 2.* Амплитуда вращающего момента для индуктивной синхронной электрической машины с индуктивной нагрузкой не зависит от частоты вращения.

*Доказательство.* При указанных допущениях вращающий момент в соответствии с законом Ампера (применительно к вращающейся машине) равен

$$\mu = Blni \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -Bln \frac{Bln D_r}{L} \frac{D_r}{2} \cos \varphi \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -\frac{(Bln)^2 D_r^2}{L} \frac{D_r}{8} \sin 2\varphi .$$

Амплитуда вращающего момента

$$M_m = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{L} \frac{D_r}{8}$$

от частоты вращения  $\omega$  не зависит. Теорема доказана.

Правомерен вопрос – а как обстоит дело при другом характере нагрузки синхронной электрической машины?

## 2. Ток и момент при другом характере нагрузки

При активной нагрузке аналог уравнения (1) имеет вид

$$Bln \frac{D_r}{2} \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi = Ri .$$

Амплитуда тока

$$I_m = \frac{Bln D_r}{R} \frac{D_r}{2} \omega$$

от частоты вращения  $\omega$  зависит (линейно).

Вращающий момент равен

$$\mu = Blni \frac{D_r}{2} \sin \varphi = Bln \frac{Bln D_r}{R} \frac{D_r}{2} \omega \sin \varphi \frac{D_r}{2} \sin \varphi = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{R} \frac{D_r}{8} \omega \sin 2\varphi .$$

Амплитуда вращающего момента

$$M_m = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{R} \frac{D_r}{8} \omega$$

от частоты вращения  $\omega$  зависит (линейно).

При емкостной нагрузке аналог уравнения (1) имеет вид

$$Bln \frac{D_r}{2} \omega \sin \omega t = \frac{1}{C} \int_0^t i dt .$$

Дифференцирование этого выражения дает

$$i = BlnC \frac{D_r}{2} \omega^2 \cos \omega t$$

Амплитуда тока

$$I_m = BlnC \frac{D_r}{2} \omega^2$$

от частоты вращения  $\omega$  зависит (квадратично).

Вращающий момент равен

$$\mu = Blni \frac{D_r}{2} \sin \varphi = BlnBlnC \frac{D_r}{2} \omega^2 \cos \varphi \frac{D_r}{2} \sin \varphi = (Bln)^2 C \frac{D_r^2}{8} \omega^2 \sin 2\varphi.$$

Амплитуда вращающего момента

$$M_m = (Bln)^2 C \frac{D_r^2}{8} \omega^2$$

от частоты вращения  $\omega$  зависит (квадратично).

### 3. Зависимость мощности от характера нагрузки

Для индуктивной нагрузки реактивная электрическая мощность равна

$$Q = I^2 X_L = I^2 \omega L = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{L} \omega. \quad (2)$$

Здесь  $I$  – действующее значение тока.

Механическая мощность равна

$$Q_M = M \omega = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{L} \frac{D_r^2}{8} \omega. \quad (3)$$

Разумеется, (2) и (3) совпали.

Мощность линейно зависит от частоты.

Для резистивной нагрузки активная электрическая мощность равна

$$P = I^2 R = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{R} \omega^2. \quad (4)$$

Механическая мощность равна

$$P_M = M \omega = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{R} \frac{D_r^2}{8} \omega^2. \quad (5)$$

Разумеется, (4) и (5) совпали.

Мощность квадратично зависит от частоты.

Для емкостной нагрузки реактивная электрическая мощность равна

$$Q = I^2 X_C = I^2 \frac{1}{\omega C} = (Bln)^2 C \frac{D_r^2}{8} \omega^3. \quad (6)$$

Механическая мощность равна

$$Q_C = M\omega = (Bl\eta)^2 C \frac{D_r^2}{8} \omega^3. \quad (7)$$

Разумеется, (6) и (7) совпали.

Мощность кубично зависит от частоты.

#### 4. Напряжение и момент емкостной синхронной электрической машины при емкостной нагрузке

Дуальным аналогом индуктивной синхронной электрической машины является емкостная синхронная электрическая машина.

В соответствии с законом магнитоэлектрической индукции (дуальный аналог закона электромагнитной индукции) ток равен

$$i = Dbv, \quad (8)$$

где  $D$  – электрическая индукция (электрическое смещение) в рабочем зазоре,  $b$  – ширина электрода,  $v$  – линейная скорость.

Выражение (8) можно преобразовать следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} &= Db \frac{dx}{dt}, \\ dq &= Db dx, \\ \int_0^q dq &= Db \int_0^x dx, \\ q &= Dbx. \end{aligned}$$

С учетом последнего уравнения сила, действующая на электрод, равна

$$F = qE = q \frac{u}{x} = Db u. \quad (9)$$

Это дуальный аналог закона Ампера для электрического (магнитоэлектрического) взаимодействия. Здесь  $E$  – напряженность электрического поля,  $u$  – напряжение. Электрический ток равен

$$i = C \frac{du}{dt}. \quad (10)$$

*Замечание.* Формулы (8) и (9) могут быть получены из их электромагнитных аналогов путем простой дуально-инверсной замены величин  $e \rightarrow i$ ,  $B \rightarrow D$ ,  $l \rightarrow b$ ,  $i \rightarrow u$ .

*Теорема 3.* Амплитуда напряжения на емкостной нагрузке емкостной синхронной электрической машины не зависит от частоты вращения.

*Доказательство.* Для вращательной машины уравнение для тока с учетом (8) и (10) имеет вид

$$Db \frac{D_r}{2} \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi = C \frac{du}{dt}.$$

Интегрирование этого выражения дает

$$u = -\frac{Db D_r}{C} \frac{1}{2} \cos \varphi + U_0 = -U_m \cos \varphi + U_0. \quad (11)$$

Амплитуда напряжения

$$U_m = \frac{Db D_r}{C} \frac{1}{2} \quad (12)$$

от частоты вращения  $\omega$  не зависит. Теорема доказана.

*Теорема 4.* Амплитуда вращающего момента для емкостной синхронной электрической машины с емкостной нагрузкой не зависит от частоты вращения.

*Доказательство.* Вращающий момент в соответствии с (9), (11) и (12) применительно к вращающейся машине равен

$$\mu = Db u \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -Db U_m \cos \varphi \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -Db \frac{Db D_r}{C} \frac{1}{2} \cos \varphi \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -\frac{D^2 b^2}{C} \frac{D_r^2}{8} \sin 2\varphi.$$

Амплитуда вращающего момента

$$M_m = \frac{D^2 b^2}{C} \frac{D_r^2}{8}$$

от частоты вращения  $\omega$  не зависит. Теорема доказана.

### **Заключение**

Таким образом, вопреки возможному интуитивному предположению, для индуктивной синхронной электрической машины с индуктивной нагрузкой амплитуды тока и вращающего момента от частоты вращения не зависят.

При другом характере нагрузки – зависят.

Для емкостной синхронной электрической машины с емкостной нагрузкой амплитуды напряжения и вращающего момента от частоты вращения не зависят.

Полученные результаты рекомендуется использовать при проектировании электрических систем.

### **Список используемых источников:**

1. Павлов В.Д. Магнитный поток и его квантование // Известия Уфимского научного центра РАН. – 2020. – № 4. – С. 25–28. DOI 10.31040/2222-8349-2020-0-4-25-28
2. Попов И.П. Дуально-инверсный аналог силы Ампера для магнитопровода с изменяющимся магнитным потоком, находящегося в электрическом поле // Вестник

- Курганского государственного университета. Естественные науки. Вып. 2. – 2009. – №1(15). – С. 51, 52.
3. Попов И.П. Запасаемая электростатическая энергия // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2020. – № 33. – С. 195–210. DOI: 10.15593/2224-9397/2020.1.12
  4. Попов И.П. Маневровый тепловоз с инертно-емкостным накопителем энергии // Вестник транспорта Поволжья. – 2019. – № 2(74). – С. 105–108.
  5. Попов И.П. Математическая модель искусственной электрической емкости для снижения пиковой нагрузки маневрового тепловоза // Прикладная математика и вопросы управления. – 2019. – № 3. – С. 57–64. DOI: 10.15593/2499-9873/2019.3.03
  6. Попов И.П. Об энергии электростатического поля // Электротехнологии и электрооборудование в АПК. – 2020. – № 1(38). – С. 35–41. DOI 10.22314/2658-4859-2020-67-1-35-41
  7. Попов И.П. О пространственной конфигурации вихревого электрического поля // Вестник Курганского государственного университета. Естественные науки. Вып. 2. – 2009. – №1(15). – С. 50, 51.
  8. Попов И.П. Расчет полной энергии электростатического поля // Труды Крыловского государственного научного центра. – 2020. – Т. 2 – № 392. – С. 107–114. DOI: 10.24937/2542-2324-2020-2-392-107-114
  9. Попов И. Связь между электрическими и «неэлектрическими» величинами. Saarbrücken, Deutschland. LAP LAMBERT Academic Publishing. 2013. 80 с.
  10. Попов И.П. Электромагнитный маховик для ориентирования орбитальных объектов // Оборонный комплекс — научно-техническому прогрессу России. – 2019. – № 2. – С. 15–17.