

РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОБЩЕМ ВИДЕ

Б.К. Попов, О.Б. Попова, Ю.Н. Устименко

*Кубанский государственный технологический университет
350072, Российская Федерация, г. Краснодар, ул. Московская, 2,
89174811935, электронная почта: pbk47@mail.ru*

Проанализировано влияние размеров неоднородности среды на величины вторичных источников магнитного поля. Рассмотренная задача решена методом Фурье в более общем случае. При решении выяснено, что достаточно знать геометрические соотношения ферромагнитных и неферромагнитных областей. Показано, что приведённые в литературе формулы для определения величин вторичных источников поля получаются как частный случай при соответствующем соотношении ферромагнитных и неферромагнитных областей.

Ключевые слова: электромагнитное поле, метод конечных элементов, метод Фурье, ряды Фурье.

Развитие современного общества требует увеличение выпуска всё большего и разнообразного количества всевозможных промышленных изделий и потребительских товаров. Такая потребность вызывает разработку новейших технологий и технических устройств. Особенно это касается электроэнергетики и электротехники, так как основной движущей силой в настоящее время является электричество. Если посмотреть на развитие электротехнической отрасли, то мы увидим многочисленные изобретения в области электромашиностроения, электропривода, электрических аппаратов, электроники и т.д. Чтобы претворить эти нововведения в жизнь, надо проводить либо многочисленные экспериментальные исследования, либо иметь для разрабатываемых устройств качественные математические модели, позволяющие с помощью вычислений создать необходимое изделие.

Математическое моделирование электротехнических устройств невозможно без хорошего понимания физических процессов, происходящих в них. Так как все процессы в электротехнике осуществляются в процессе преобразования электромагнитного поля в нужные нам виды энергии, то на первое место становятся его достоверные расчёты. Трудности в этих расчётах начинаются с того, что мы не видим электромагнитного поля. Следовательно, всё математическое моделирование заключается в описании процессов, которые мы изучаем по показаниям приборов, то есть опосредованным образом. Поэтому проблема расчёта электромагнитного поля в обозримом будущем является актуальной задачей. Очевидно, что с возрастанием сложности устройств, будут расти и требования к методам расчёта полей.

Расчёт электромагнитного поля в однородной среде в настоящее время не представляет никаких трудностей. Решение, с любой степенью точности, можно найти для любой системы источников поля как аналитическое, так и численное. Для неоднородных сред ситуация резко усложняется. Приходится решать краевые задачи, где на границах раздела разных сред необходимо учитывать краевые условия, которые в свою очередь определяются в процессе решения задачи. Эта трудность практически исключает получение решения в аналитическом виде.

Для расчёта электромагнитного поля в неоднородной среде в настоящее время применяется метод конечных элементов, являющийся развитием теории сплайнов и конечно-разностных методов, и метод вторичных источников поля, который получил широкое развитие в нашей стране в конце прошлого века. На методе конечных элементов мы останавливаться не будем. Заметим только, что для решения полевых задач этим методом надо каким-то образом учитывать распространение поля в бесконечной области. А это приводит к необходимости введения сетки с переменным шагом и запоминанию большого объёма информации. Этого недостатка лишён метод вторичных источников поля, так как решается, в основном, задача определения плотности зарядов, либо токов, на поверхности раздела сред. А эти поверхности имеют ограниченные размеры и

объём информации о поверхностных источниках меньше чем о пространственном распределении поля. Подробный обзор методов расчёта электромагнитного поля (основных направлений) приведён в монографии [1].

В предлагаемой статье разбирается возможность применения метода вторичных источников поля в сочетании с рядами и методом Фурье. На конкретной задаче показана продуктивность такого подхода. Результаты расчёта по предлагаемой методике сравниваются с контрольным примером, рассчитанным известным методом. Учитывая точность расчёта и быстрдействие предложенных алгоритмов, можно прогнозировать применение предлагаемого подхода в более сложных задачах теории поля.

Используя известные подходы в расчёте полей [2 – 7], в статье [8] нами было показано, что существующая методика учёта неоднородности среды с помощью вторичных источников поля противоречит аналитическому решению, полученному классическим методом решения краевых задач. Там же была предложена методика введения вторичных источников поля, позволяющая ликвидировать указанное противоречие. Однако аналитическое решение было найдено для одного из случаев соотношения неоднородностей среды, что не позволяет проанализировать влияния размеров неоднородности на величину вторичных источников поля.

Ниже мы рассмотрим более общую задачу и проанализируем влияние размеров неоднородности среды на величины вводимых вторичных источников поля на примере магнитного поля.

Рассмотрим общую одномерную полевую задачу, представленную на рисунке. Данная задача аналогична задаче, рассмотренной в [8]. Отличие состоит в том, что размеры областей не равны как в предыдущей статье, а произвольны. В остальном задачи аналогичны.

Уравнение Лапласа для каждой области

$$\frac{d^2 U_M}{d x^2} = 0. \quad (1)$$

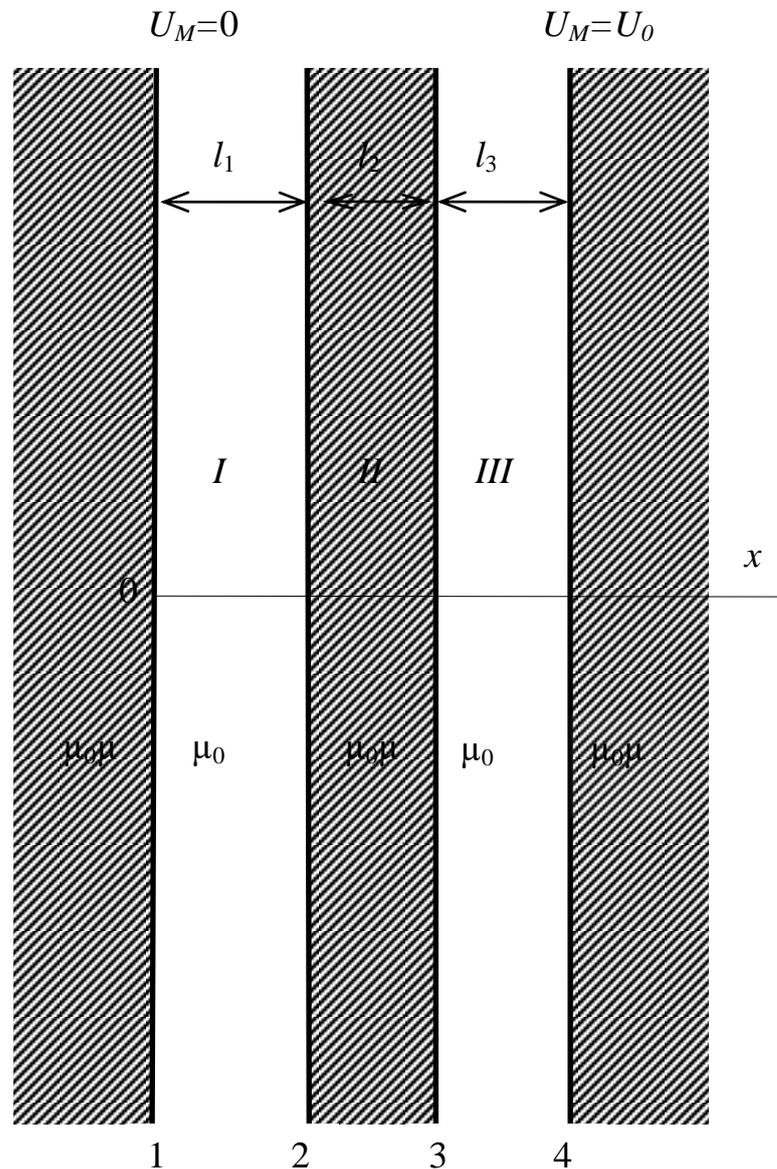
Имеем одномерную граничную задачу, подчиняющуюся следующим краевым условиям:

$$\begin{array}{lll}
 \text{поверхность 1} & - & U_M = 0, \quad \text{при } x = 0; \\
 \text{поверхность 2} & - & \mu_0 H_{xI} = \mu_0 \mu H_{xII}, \quad \text{при } x = l_1; \\
 \text{поверхность 3} & - & \mu_0 \mu H_{xII} = \mu_0 H_{xIII}, \quad \text{при } x = l_1 + l_2; \\
 \text{поверхность 4} & - & U_M = U_0, \quad \text{при } x = l_1 + l_2 + l_3,
 \end{array}$$

где H_{xI} – напряжённость магнитного поля в области *I* на поверхности 2;

H_{xII} – напряжённость магнитного поля в области *II* на поверхности 2 или 3;

H_{xIII} – напряжённость магнитного поля в области *III* на поверхности 3.



Расположение областей неоднородности

Известно, что решение уравнения (1) в общем виде будет иметь вид

$$U_M = C_1 x + C_2, \quad (2)$$

где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования, определяемые из краевых условий.

Для каждой из областей решение будет иметь соответствующий вид:

$$\text{область } I \quad - \quad U_{MI} = C_{1I}x + C_{2I}; \quad (3)$$

$$H_{xI} = -C_{1I}; \quad (4)$$

$$\text{область } II \quad - \quad U_{MII} = C_{1II}(x - (l_1 + l_2)) + C_{2II}; \quad (5)$$

$$H_{xII} = -C_{1II}; \quad (6)$$

$$\text{область } III \quad - \quad U_{MIII} = C_{1III}(x - (l_1 + l_2 + l_3)) + C_{2III}; \quad (7)$$

$$H_{xIII} = -C_{1III}. \quad (8)$$

С учётом краевых условий для поверхности 1 решение (3) для области I принимает вид

$$U_{MI} = C_{1I} x. \quad (9)$$

С учётом краевых условий для поверхности 4 решение (7) для области III будет

$$U_{MIII} = C_{1III}(x - (l_1 + l_2 + l_3)) + U_0. \quad (10)$$

Учитывая граничные условия для поверхности 2, имеем

$$C_{1II} = \frac{C_{1I}}{\mu}. \quad (11)$$

Учитывая непрерывность магнитного потенциала на границе 2

$$U_{MI} = U_{MII}, \quad (12)$$

найдем

$$C_{2II} = C_{1I} \left(l_1 + \frac{l_2}{\mu} \right). \quad (13)$$

Учитывая граничные условия для поверхности 3, имеем

$$C_{1I} = C_{1III}. \quad (14)$$

Учитывая непрерывность магнитного потенциала на поверхности 3

$$U_{MII} = U_{MIII}, \quad (15)$$

имеем

$$C_{1I} = \mu \frac{U_0}{\mu(l_1+l_3)+l_2}, \quad (16)$$

$$C_{1III} = \frac{U_0}{\mu(l_1+l_3)+l_2}, \quad (17)$$

$$C_{1III} = \mu \frac{U_0}{\mu(l_1+l_3)+l_3}, \quad (18)$$

$$C_{2II} = U_0 \frac{\mu l_1 + l_2}{\mu(l_1+l_3)+l_2}. \quad (19)$$

Отсюда выражения для магнитных потенциалов U_M и напряжённостей магнитного поля H_x для разных областей будут иметь следующий вид:

$$\text{область } I \quad - \quad U_{MI} = \mu \frac{U_0}{\mu(l_1+l_3)+l_2} x, \quad (20)$$

$$H_{xI} = -\mu \frac{U_0}{\mu(l_1+l_3)+l_2}; \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{область } II \quad - \quad U_{MII} = & \frac{U_0}{\mu(l_1+l_3)+l_2} (x - (l_1+l_2)) + \\ & + U_0 \frac{\mu l_1 + l_2}{\mu(l_1+l_3)+l_2}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$H_{xII} = -\frac{U_0}{\mu(l_1+l_3)+l_2}; \quad (23)$$

$$\text{область } III \quad - \quad U_{MIII} = \mu \frac{U_0}{\mu(l_1+l_3)+l_2} (x - (l_1+l_2+l_3)) + U_0, \quad (24)$$

$$H_{xIII} = -\mu \frac{U_0}{\mu(l_1+l_3)+l_2}. \quad (25)$$

Распределение магнитного потенциала и напряжённости магнитного поля при отсутствии магнитной области *II*

$$U_M = \frac{U_0}{l_1 + l_2 + l_3} x, \quad (26)$$

$$H_x = -\frac{U_0}{l_1 + l_2 + l_3}. \quad (27)$$

Найдём распределение U_M и H_x от вторичных источников поля, имитирующих неоднородность среды.

Область *I*

$$U'_{MI} = U_{MI} - U_M = \frac{\mu - 1}{\mu \frac{l_1 + l_3}{l_2} + 1} \frac{U_0}{l_1 + l_2 + l_3} x, \quad (28)$$

$$H'_{xI} = -\frac{\mu - 1}{\mu \frac{l_1 + l_3}{l_2} + 1} \frac{U_0}{l_1 + l_2 + l_3}. \quad (29)$$

Область *II*

$$\begin{aligned} U'_{MII} &= U_{MII} - U_M = \\ &= -\frac{(\mu - 1)(l_1 + l_3)}{\left(\mu \frac{l_1 + l_3}{l_2} + 1\right) l_2} \frac{U_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} x + \frac{(\mu - 1)l_1}{\left(\mu \frac{l_1 + l_3}{l_2} + 1\right) l_2} U_0, \end{aligned} \quad (30)$$

$$H'_{xII} = \frac{(\mu - 1)(l_1 + l_3)}{\left(\mu \frac{l_1 + l_3}{l_2} + 1\right) l_2} \frac{U_0}{(l_1 + l_2 + l_3)}. \quad (31)$$

Область *III*

$$U'_{MIII} = U_{MIII} - U_M = \frac{\mu - 1}{\mu \frac{l_1 + l_3}{l_2} + 1} \frac{U_0}{l_1 + l_2 + l_3} x - \frac{\mu - 1}{\mu \frac{l_1 + l_3}{l_2} + 1} U_0, \quad (32)$$

$$H'_{xIII} = -\frac{\mu - 1}{\mu \frac{l_1 + l_3}{l_2} + 1} \frac{U_0}{l_1 + l_2 + l_3}. \quad (33)$$

Найдём соотношение между векторами H'_x (воздух) и H'_{xc} (ферромагнетик), исходя из следующих соображений.

На границе раздела двух сред

$$\mu_0(H_x + H'_x) = \mu_0\mu(H_x - H'_{xc}), \quad (34)$$

где H_x – абсолютная величина нормальной составляющей напряжённости магнитного поля от сторонних источников;

H'_x – абсолютная величина нормальной составляющей напряжённости магнитного поля от вторичных источников поля в воздухе;

H'_{xc} – абсолютная величина нормальной составляющей напряжённости магнитного поля от вторичных источников поля в ферромагнетике.

Преобразуем выражение (34) к виду

$$H'_x = \frac{(\mu-1)}{\left(\mu \frac{H'_{xc}}{H'_x} + 1\right)} H_x. \quad (35)$$

Введём вспомогательную величину

$$k = \frac{H'_{xc}}{H'_x}. \quad (36)$$

Получим окончательное выражение

$$H'_x = \frac{\mu-1}{k\mu+1} H_x. \quad (37)$$

Найдём величину k , учитывая, что

$$H'_x = |H'_{xI}| \quad \text{и} \quad (38)$$

$$H'_{xc} = |H'_{xII}|, \quad (39)$$

$$k = \frac{l_1 + l_3}{l_2}. \quad (40)$$

Учитывая выражения (27) и (40), выражение (29) приводим к виду

$$H'_{xI} = \frac{\mu-1}{k\mu+1} H_x. \quad (41)$$

Аналогично выражение (31) приводим к виду

$$H'_{xII} = k \frac{\mu-1}{k\mu+1} H_x. \quad (42)$$

Применяя теорему Гаусса и используя (41) и (42), можно найти заряд на поверхности раздела двух сред

$$\rho_s = \mu_0 \left[\left(\frac{\mu-1}{k\mu+1} \right) H_x + k \left(\frac{\mu-1}{k\mu+1} \right) H_x \right], \quad (43)$$

$$\text{или } \rho_s = \mu_0 \frac{(k+1)\mu-2}{k\mu+1} H_x. \quad (44)$$

Применяя выражение (44) для ρ_s в решении уравнения Пуассона с помощью рядов Фурье [8], мы получим не только качественно верное, но и численно правильное решение.

Мы знаем, что напряжённость поля на границе раздела двух сред терпит разрыв. Получая решение в виде ряда Фурье, в точке разрыва функции мы будем иметь значение H_p , которое можно вычислить по следующей формуле

$$H_p = H'_x + \frac{H'_{xc} - H'_x}{2} = H'_x \left(1 + \frac{k-1}{2} \right) = H'_x \frac{k+1}{2}. \quad (45)$$

Это следует из свойств разложения разрывных функций в ряд Фурье [7]. Отсюда, зная значение функции H_p в точке разрыва, можно найти значение напряжённости в воздухе с помощью выражения (45)

$$H'_x = H_p \frac{2}{k+1}. \quad (46)$$

Используя (36), можно найти и значение напряжённости магнитного поля в ферромагнетике

$$H'_{xc} = H_p \frac{2k}{k+1}. \quad (47)$$

Выводы. Используя более общую задачу, рассмотренную в настоящей статье, мы смогли найти условия для решения задачи методом Фурье в более общем случае. Причём не надо решать при этом никаких уравнений, так как

достаточно знать геометрические соотношения ферромагнитных и неферромагнитных областей (40). Задача решается непосредственно методом Фурье без решения каких-либо дополнительных уравнений.

Попутно следует заметить, что известные соотношения для определения величин вторичных источников поля, изложенные в [2 – 5], получаются как частный случай для среды, в которой $k = 1$. А это возможно лишь когда $l_1 + l_2 = l_3$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Б.К. Математическое моделирование магнитных систем грузозахватных устройств на постоянных магнитах: монография/ Б.К. Попов, О.Б. Попова, А.И. Попов; ФГБОУ ВО «КубГТУ», Краснодар, 2017, 100 с.
2. Бинс К. Анализ и расчёт электрических и магнитных полей: Пер. с англ./ К. Бинс, П. Лауренсон. – М.: Энергия, 1970. – 376 с.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высш. шк., 1973. – 752 с.
4. Тозони О.В. Метод вторичных источников в электротехнике. – М.: Энергия, 1975. – 296 с.
5. Тозони О.В. Расчёт трёхмерных электромагнитных полей/ О.В. Тозони, И.Д. Маергойз. – Киев: Техніка, 1974. – 352 с.
6. Нейман Л.Р. Теоретические основы электротехники/ Л.Р. Нейман, К.С. Демирчян. – М.; Л.: Энергия, 1966. – Т. 2 407 с.
7. Колобов А.М. Избранные главы высшей математики. – Минск: Высш. шк., 1965. – 224 с.
8. Попов Б.К. Исследование применимости метода вторичных источников при решении краевых задач электромагнитного поля/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2003. – 15 с. – Деп. в ВИНТИ 11.04.03, № 698 – В2003.
9. Попов Б.К. Исследование влияния размеров неоднородности среды на величину вторичных источников при решении краевых задач электромагнитного

- поля/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2003. – 9 с. – Деп. в ВИНТИ 06.06.03, № 1103 – В2003.
10. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. – М.: Изд-во АН СССР, 1948. – 727 с.
11. Попов Б.К. Определение зависимости вторичных источников поля от среднего значения напряжённости поля на границе раздела сред / Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2004. – 4 с., Деп. в ВИНТИ 08.06.2004, № 970 – В2004.
12. Попов Б.К.; Исследование применимости рядов Фурье в методе вторичных источников поля для решения плоскопараллельной неоднородной полевой задачи/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2004. – 6 с., Деп. в ВИНТИ 12.10.04, № 1592 – В2004.
13. Попов Б.К. Исследование применимости интеграла Фурье в методе вторичных источников поля для решения неоднородной плоскопараллельной полевой задачи/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2004. – 5 с., Деп. в ВИНТИ 15.12.04, № 2001 – В2004.
14. Бермант А.Ф. Краткий курс математического анализа для втузов / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. – М., 1969. – 736 с.
15. Прудников А.П. Интегралы и ряды / А.П.Прудников, Ю.А.Брычков, О.И.Маричев. – М., 1981. – 800 с.
16. Попов Б.К. Вывод формулы для определения величины и знака вторичных источников поля/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2004. – 4 с., – Деп. в ВИНТИ 08.12.04, № 1962 – В 2004.
17. Попов Б.К. Исследование применимости интеграла Фурье в методе вторичных источников поля для решения неоднородной плоскопараллельной полевой задачи/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2004. – 5 с., – Деп. в ВИНТИ 15.12.04, № 2001 – В2004.
18. Попов Б.К. Приведение бесконечного числа последовательных приближений к конечному аналитическому выражению при решении полевой задачи с помощью интеграла Фурье/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2005. – 7 с., – Деп. в ВИНТИ 10.10.05, № 1290 – В2005.

19. Попов Б.К. Расчёт методом Роговского магнитного поля двух шин прямоугольного сечения со встречно направленными токами в прямоугольной области, окружённой ферромагнетиком с бесконечной магнитной проницаемостью/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2007. – 11 с.: ил., Деп. в ВИНТИ 23.03.07, № 285 – В2007.
20. Попов Б.К. Расчёт методом Рота магнитного поля двух шин прямоугольного сечения со встречно направленными токами в прямоугольной области, окружённой ферромагнетиком с бесконечной магнитной проницаемостью/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2007. – 7 с.: ил., Деп. в ВИНТИ 23.03.07, № 287 – В2007.
21. Попов Б.К. Вывод формулы для определения величины и знака вторичных источников поля в виде поверхностных токов/ Кубан. гос. технол. ун-т. – Краснодар, 2007. – 7 с., Деп. в ВИНТИ 23.03.07, № 286 – В2007.
22. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы: Пер. с англ. – М.: Наука, 1983. – 176 с.
23. Попов Б.К. Программа расчёта векторного магнитного потенциала поля статора асинхронного двигателя методом Роговского. / Б.К. Попов, О.Б. Попова. СВИДЕТЕЛЬСТВО об официальной регистрации программы для ЭВМ №2010615507, 27.08.10.
24. Попов Б.К. Построение графика 3D. СВИДЕТЕЛЬСТВО об официальной регистрации программы для ЭВМ №2011610045, 11.01.11.
25. Попов Б.К. Расчёт поля V_x статора методом Роговского. СВИДЕТЕЛЬСТВО об официальной регистрации программы для ЭВМ №2011610046, 11.01.11.
26. Попов Б.К. Расчёт поля V_u статора методом Роговского. СВИДЕТЕЛЬСТВО об официальной регистрации программы для ЭВМ №2011610068, 11.01.11.
27. Попов Б.К. Решение полевых задач электротехники с помощью вторичных источников поля и рядов Фурье. / Б.К. Попов, О.Б. Попова. Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар:

КубГАУ, 2013. – №09(093). – IDA [article ID]: 0931309040. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/09/pdf/40.pdf>.

28. Попов Б.К. Учёт неоднородности среды при расчёте магнитного поля. / Б.К. Попов, О.Б. Попова. Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №01(095). – IDA [article ID]: 0951401052. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/52.pdf>.

REFERENCES

1. Popov B.K. Mathematical modeling of magnetic systems of load-holding devices on permanent magnets: monograph / B.K. Popov, O.B. Popova, A.I. Popov; FGBOU V "KubGTU", Krasnodar, 2017, 100 p.
2. Bins K. Analysis and calculation of electric and magnetic fields: Per. from English / K. Bins, P. Laurenson. - Moscow: Energia, 1970. - 376 p.
3. Bessonov L.A. Theoretical bases of electrical engineering. - M.: Higher education. Shk., 1973. - 752 p.
4. Tozoni O.V. The method of secondary sources in electrical engineering. - Moscow: Energia, 1975. - 296 p.
5. Tozoni O.V. Calculation of three-dimensional electromagnetic fields / O.V. Tozoni, I.D. Maergoyz. - Kiev: Technika, 1974. - 352 p.
6. Neiman L.R. Theoretical bases of electrical engineering / L.R. Neiman, K.S. De-mirchyan. - M.: L.: Energia, 1966. - Т. 2 407 p.
7. Kolobov A.M. Selected chapters of higher mathematics. - Minsk: Higher Education. Shk., 1965. - 224 p.
8. Popov B.K. Investigation of the applicability of the method of secondary sources in the solution of boundary-value problems of an electromagnetic field / Kuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2003. - 15 with. - Dep. VINITI 11.04.03, No. 698-B2003.
9. Popov B.K. Investigation of the influence of the dimensions of medium inhomogeneity on the value of secondary sources when solving boundary-value problems of an electromagnetic field / Kuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2003. - 9 with. - Dep. VINITI 06.06.03, No. 1103 - B2003.
10. Greenberg G.A. Selected questions of the mathematical theory of electrical and magnetic phenomena. - Moscow: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1948. - 727 p.

11. Popov B.K. Determination of the dependence of the secondary field sources on the mean value of the field strength at the media interface / The Cuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2004. - 4 pp., Dep. VINITI 08.06.2004, № 970 - In 2004.
12. Popov B.K. Investigation of the applicability of Fourier series in the method of secondary field sources for solving a plane-parallel inhomogeneous field problem / The Cuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2004. - 6 pp., Dep. in VINITI on 12.10.04, No. 1592 in the year 2004.
13. Popov B.K. Investigation of the applicability of the Fourier integral in the method of secondary field sources for solving an inhomogeneous plane-parallel field problem / Kuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2004. - 5 pp., Dep. in VINITI on 15.12.04, and in the year 2001 - in 2004.
14. Bermant A.F. A short course of mathematical analysis for technical colleges / A.F. Bermant, I.G. Aramanovich. - M., 1969. - 736 p.
15. Prudnikov A.P. Integrals and series / APPrudnikov, Yu.A. Brychkov, OI Marichev. - M., 1981. - 800 p.
16. Popov B.K. Derivation of the formula for determining the magnitude and sign of the secondary sources of the field / Kuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2004. - 4 p., - Dep. in the VINITI on 08.12.04, No. 1962 - in 2004.
17. Popov B.K. Investigation of the applicability of the Fourier integral in the method of secondary field sources for solving an inhomogeneous plane-parallel field problem / Kuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2004. - 5 p., - Dep. in VINITI on 15.12.04, and in the year 2001 - in 2004.
18. Popov B.K. Reduction of an infinite number of successive approximations to a finite analytic expression when solving a field problem with the help of the Fourier / Cuban integral. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2005. - 7 pp., - Dep. in the VINITI 10.10.05, No. 1290-B2005.
19. Popov B.K. Calculation by the Rogowsky magnetic field method of two tires of rectangular cross section with counter-directed currents in a rectangular area surrounded by a ferromagnet with infinite magnetic permeability / Kuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2007. - 11 p. : ill., Dep. in VINITI on 23.03.07, No. 285 - in the year of 2007.
20. Popov B.K. Calculation by the Roth method of the magnetic field of two tires of rectangular cross section with counter-directed currents in a rectangular region surrounded by a ferromagnet with infinite magnetic permeability / Kuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2007. - 7 p. : ill., Dep. in VINITI on 23.03.07, № 287 - in the year of 2007.
21. Popov B.K. Derivation of the formula for determining the magnitude and sign of the secondary sources of the field in the form of surface currents / Kuban. state. technol. un-t. - Krasnodar, 2007. - 7 pp., Dep. in VINITI on 23.03.07, № 286 - in the year of 2007.
22. Dwight G.B. Tables of integrals and other mathematical formulas: Per. with English. - Moscow: Nauka, 1983. - 176 p.

23. Popov B.K. Program for calculating the vector magnetic potential of the stator field of an induction motor by the Rogowski method. / B.K. Popov, O.B. Popova. CERTIFICATE of the official registration of the computer program №2010615507, 27.08.10.
24. Popov B.K. Drawing a 3D chart. CERTIFICATE of the official registration of the computer program №2011610045, 11.01.11.
25. Popov B.K. Calculation of the Bx field of the stator by the Rogowski method. CERTIFICATE of the official registration of the computer program No. 2011610046, 11.01.11.
26. Popov B.K. Calculation of the By-stator field by the Rogowski method. CERTIFICATE of the official registration of the computer program №2011610068, 11.01.11.
27. Popov B.K. Solution of field problems of electrical engineering with the help of secondary field sources and Fourier series. / B.K. Popov, O.B. Popova. The political network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (Scientific Journal of KubSAU) [Electronic resource]. - Krasnodar: KubGAU, 2013. - №09 (093). - IDA [article ID]: 0931309040. - Access mode: <http://ej.kubagro.ru/2013/09/pdf>.

SOLUTION OF ONE-DIMENSIONAL INHOMOGENEOUS BOUNDARY VALUE PROBLEM OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD IN GENERAL

B.K. Popov, O.B. Popova, Yu.N. Ustimenko

*Kuban State Technological University
350072, Russian Federation, Krasnodar, ul. Moscow, 2,
89174811935, e-mail: pbk47@mail.ru*

The influence of the dimensions of the inhomogeneity of the medium on the values of the secondary sources of the magnetic field is analyzed. The problem considered is solved by the Fourier method in the more general case. In the solution it was found out that it is sufficient to know the geometric relations of the ferromagnetic and non-ferromagnetic regions. It is shown that the formulas given in the literature for determining the values of the secondary field sources are obtained as a special case with the corresponding ratio of the ferromagnetic and non-ferromagnetic regions.

Key words: electromagnetic field, finite element method, Fourier method, Fourier series.